Colles 13 - 05/01/2026 au 09/01/2026

Thèmes traités en classe

- Chapitre 13 : Applications.
  Exercices traités en classe : 1, 3, 4, 5, 8, 12, 13.
- Chapitre 14 : Suites numériques.
  - ▷ Variations, bornétude, opérations.
  - ▷ Exemples : suites arithmético-géométriques, suites d'ordre 2.
  - ▷ Étude de suites du type $u_{n+1} = f(u_n)$.

  Exercices traités en classe : I.1, I.2 I.3, I.4, I.5, I.8, I.9, I.10, I.13.

Questions de cours

Question 1

- Donner la définition de borne supérieure/inférieure. Énoncer la propriété de la borne supérieure. C11, Exercice 4 : On prend $A, B \in \mathscr{P}(\mathbb{R})$ non vides et majorées et on pose $A+B = \{a+b, a \in A, b \in B\}$. Montrer que $A+B$ est majorée et $\sup(A+B) = \sup(A)+\sup(B)$.
- Définition d'image directe. Image directe d'une intersection, contre-exemple pour l'inclusion réciproque.
- Définition d'image réciproque. Image réciproque d'une intersection, d'une union.
- Définition d'application injective (avec les quantificateurs). Montrer que la composée de deux applications injectives est injective, puis que si $g \circ f$ est injective, alors f est injective.
- Définition d'application surjective (avec les quantificateurs). Montrer que la composée de deux applications surjectives est surjective, puis que si $g \circ f$ est surjective, alors g est surjective.
- Une suite réelle (u_n) est bornée ssi la suite $(|u_n|)$ est majorée.
- La somme et le produit de deux suites bornées sont bornés.
- C14 exercice I.3 : Montrer que la somme de deux suites stationnaires est stationnaire. Que dire de la somme de deux suites croissantes ?

Questions 2 et 3

- Énoncer une définition sur les thèmes traités en classe.
- Énoncer un des résultats suivants :
  - ▷ Images directes et opérations sur les ensembles.
  - ▷ Images réciproques et opérations sur les ensembles.
  - ▷ Monotonie et injectivité.
  - ▷ Composition et injectivité/surjectivité/bijectivité.
  - ▷ Bornitude et opérations.
  - ▷ Propriétés des suites arithmétiques/géométriques.
  - ▷ Théorèmes qui donnent l'expression d'une suite récurrente linéaire homogène d'ordre 2.

A savoir faire

1. Savoir montrer qu'une application est injective/surjective/bijective :
   - En utilisant les définitions.
   - En utilisant une application réciproque (lorsqu'elle existe)
   - En utilisant le TBM (pour des fonctions réelles).
2. Étudier la monotonie d'une suite.
3. Savoir déterminer le terme général d'une suite arithmético-géométrique et d'une suite récurrente d'ordre 2.
4. Savoir utiliser l'étude des fonctions f et $x \mapsto f(x) - x$ pour étudier la monotonie de $u_{n+1} = f(u_n)$.