

Contrôle de cours 13 - Continuité - Sujet A

Mercredi 28 janvier 2026

Nom et prénom :

.....

*Durée : 15 minutes.
L'usage de la calculatrice est interdit.*

Question 1 (3 pts)

Soit $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction, $a \in \bar{I}$ un réel et $\ell \in \mathbb{R}$. Rappeler les définitions avec des quantificateurs de :

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$:

2. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$:

3. $\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x > a}} f(x) = \ell$:

Question 2 (1 pt)

Énoncer la caractérisation séquentielle de la limite.



Question 3 (5 pts)

Rappeler les 11 équivalents usuels.

Question 4 (1 pt)

Énoncer le TVI :

Question 5 (1 pt)

Déterminer la limite lorsque x tend vers 0 de $\frac{\sqrt{1+x}-1}{\tan(3x)}$.

Question 6 (1 pt)

Énoncer le TBA :

Question 7 (4 pts)

1. Soit $f : x \mapsto \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x} & \text{si } x > 0 \\ 3x^2 - x + 1 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$. Prouver que f est continue sur \mathbb{R} .

2. Soit $g : x \mapsto \frac{\sin(x)}{x}$. Montrer que g est prolongeable par continuité en 0.

Question 8 (2 pts)

VRAI OU FAUX (sans justifier).

Soit $f, g : I \rightarrow \mathbb{R}$, $a, b \in I$ avec $a < b$ et $\ell \in \mathbb{R}$.

- | | |
|--|--|
| 1. Si $f(x) \xrightarrow[x \rightarrow a]{x > a} \ell$ et $f(x) \xrightarrow[x \rightarrow a]{x < a} \ell$, alors $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} \ell$. | <input type="checkbox"/> VRAI <input type="checkbox"/> FAUX |
| 2. Si $f(a) \leq 0$ et $f(b) \geq 0$, alors il existe $c \in [a, b]$ tel que $f(c) = 0$. | <input type="checkbox"/> VRAI <input type="checkbox"/> FAUX |
| 3. Si $f(x) \underset{x \rightarrow a}{\sim} g(x)$, alors $f(x) - g(x) \underset{x \rightarrow a}{\sim} 0$. | <input type="checkbox"/> VRAI <input type="checkbox"/> FAUX |
| 4. Si $f(x) \underset{x \rightarrow a}{\sim} g(x)$, alors f et g ont même signe au voisinage de a . | <input type="checkbox"/> VRAI <input type="checkbox"/> FAUX <input type="checkbox"/> |

Contrôle de cours 13 - Continuité - Sujet B

Mercredi 28 janvier 2026

Nom et prénom :

.....

*Durée : 15 minutes.
L'usage de la calculatrice est interdit.*

Question 1 (3 pts)

Soit $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction, $a \in \bar{I}$ un réel et $\ell \in \mathbb{R}$. Rappeler les définitions avec des quantificateurs de :

1. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$:

2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$:

3. $\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x < a}} f(x) = \ell$:

Question 2 (1 pt)

Énoncer la caractérisation séquentielle de la limite.



Question 3 (5 pts)

Rappeler les 11 équivalents usuels.

Question 4 (1 pt)

Déterminer la limite lorsque x tend vers 0 de $\frac{\arctan(5x)}{\ln(1+x)}$.

Question 5 (1 pt)

Énoncer le TVI :

Question 6 (1 pt)

Énoncer le TBA :

Question 7 (4 pts)

1. Soit $f : x \mapsto \begin{cases} x \ln(x) & \text{si } x > 0 \\ \sin(x) & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$. Prouver que f est continue sur \mathbb{R} .

2. Soit $g : x \mapsto \frac{e^x - 1}{x}$. Montrer que g est prolongeable par continuité en 0.

Question 8 (2 pts)

VRAI OU FAUX (sans justifier).

Soit $f, g : I \rightarrow \mathbb{R}$, $a, b \in I$ avec $a < b$ et $\ell \in \mathbb{R}$.

- | | |
|--|--|
| 1. Si $f(x) \xrightarrow[x \rightarrow a]{x > a} \ell$ et $f(x) \xrightarrow[x \rightarrow a]{x < a} \ell$, alors $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} \ell$. | <input type="checkbox"/> VRAI <input type="checkbox"/> FAUX |
| 2. Si $f(a) \leq 0$ et $f(b) \geq 0$, alors il existe $c \in [a, b]$ tel que $f(c) = 0$. | <input type="checkbox"/> VRAI <input type="checkbox"/> FAUX |
| 3. Si $f(x) \underset{x \rightarrow a}{\sim} g(x)$, alors $f(x) - g(x) \underset{x \rightarrow a}{\sim} 0$. | <input type="checkbox"/> VRAI <input type="checkbox"/> FAUX |
| 4. Si $f(x) \underset{x \rightarrow a}{\sim} g(x)$, alors f et g ont même signe au voisinage de a . | <input type="checkbox"/> VRAI <input type="checkbox"/> FAUX <input type="checkbox"/> |