

## Développements limités

### Prérequis

Il est nécessaire de connaître les développements (en 0) des fonctions usuelles, ainsi que la formule de Taylor-Young.

**Avertissement :** Les développements limités peuvent se donner au « sens faible » (avec les petits  $o(\cdot)$ ) ou « au sens fort » (avec les grands  $O(\cdot)$ ). Volontairement, aucune de ces deux formes n'est imposée. Mais, pour des raisons de concision, une seule d'entre elles est donnée dans les éléments de correction de chaque question.

## Développements limités

### Calcul 22.1 — Développements limités d'une somme ou d'un produit de fonctions.



Former le développement limité, à l'ordre indiqué et au voisinage de 0, de la fonction de la variable réelle  $x$  définie par l'expression suivante :

a) À l'ordre 4 :  $\sin(x) + 2 \ln(1+x)$  .....

b) À l'ordre 4 :  $\frac{\ln(1+x)}{1+x}$  .....

c) À l'ordre 6 :  $\sin(x)(\cosh(x) - 1)$  .....

d) À l'ordre 6 :  $e^x \sin(x)$  .....

### Calcul 22.2 — Développements limités d'une fonction composée.



Former le développement limité, à l'ordre et au voisinage indiqués, de la fonction de la variable réelle  $x$  définie par l'expression suivante :

a) À l'ordre 4, en 0 :  $(1+x)^{\frac{1}{x}}$  .....

b) À l'ordre 6, en 0 :  $\sqrt{\cos(x)}$  .....

c) À l'ordre 3, en 0 :  $e^{e^{ix}}$  .....

d) À l'ordre 2, en 1 :  $\frac{\ln(2-x)}{x^2}$  .....

### Calcul 22.3 — Développements limités d'une fonction composée.



Former le développement limité, à l'ordre et au voisinage indiqués, de la fonction de la variable réelle  $x$  définie par l'expression suivante :

a) À l'ordre 2, en  $\frac{\pi}{3}$  :  $\sin(\pi \cos(x))$  .....

b) À l'ordre 3, en  $\frac{\pi}{4}$  :  $\tan(x)$  .....

c) À l'ordre 7, en  $\frac{\pi}{2}$  :  $\cos(\pi \sin(x))$  .....

# Développements asymptotiques

## Calcul 22.4



Former le développement asymptotique, à la précision et au voisinage indiqués, de la fonction de la variable réelle  $x$  définie par l'expression suivante :

a) À la précision  $x^2$ , en 0 :  $\frac{1}{x(e^x - 1)} - \frac{1}{x^2}$  .....

b) À la précision  $\frac{1}{x^5}$ , en  $+\infty$  :  $\frac{\sin(1/x)}{x+1}$  .....

c) À la précision  $\frac{1}{x^3}$ , en  $+\infty$  :  $x \ln(x+1) - (x+1) \ln(x)$  .....

d) À la précision  $\frac{e^x}{x^2}$ , en  $+\infty$  :  $\left(\frac{1}{x} + 1\right)^{x^2}$  .....