

Contrôle de cours 3 - Trigonométrie, complexes et fonctions - Sujet A

Mardi 22 septembre 2026

Question 1 (2 pts)

Résoudre l'inéquation $\sin x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$. On pourra faire un dessin.

En s'aidant du cercle trigonométrique, l'inéquation est équivalente à : $\exists k \in \mathbb{Z}$ tel que $-\frac{\pi}{4} + 2k\pi \leq x \leq \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$.

Donc l'ensemble des solutions est $\left\{ x \in \mathbb{R} \mid \exists k \in \mathbb{Z}, -\frac{\pi}{4} + 2k\pi \leq x \leq \frac{5\pi}{4} + 2k\pi \right\}$. □

Question 2 (3 pts)

1. Soit $p, q \in \mathbb{R}$. Factoriser par l'angle moitié :

$$\begin{aligned} e^{ip} + e^{iq} &= e^{i\frac{p+q}{2}} \left(\frac{e^{ip}}{e^{i\frac{p+q}{2}}} + \frac{e^{iq}}{e^{i\frac{p+q}{2}}} \right) \\ &= e^{i\frac{p+q}{2}} \left(e^{i\frac{p-q}{2}} + e^{-i\frac{p-q}{2}} \right) \\ &= 2 \cos\left(\frac{p-q}{2}\right) e^{i\frac{p+q}{2}}. \end{aligned}$$

2. En déduire la formule de factorisation pour

$$\cos(p) + \cos(q) = 2 \cos\left(\frac{p-q}{2}\right) \cos\left(\frac{p+q}{2}\right)$$

en prenant les parties réelles dans la factorisation par l'angle moitié. □

Question 3 (2 pts)

Soit $f : I \rightarrow \mathbb{R}$.

1. Donner la définition de f est strictement croissante sur I :

f est strictement croissante sur I ssi $\forall x, y \in I$, si $x < y$ alors $f(x) < f(y)$.

2. Donner la définition de f admet un minimum en $a \in I$:

f admet un minimum en $a \in I$ ssi $\forall x \in I, f(x) \geq f(a)$.

Question 4 (2 pts)

Déterminer l'ensemble de définition de $f : x \mapsto \sqrt{\ln(2+3x)-1}$

Soit $x \in \mathbb{R}$. f est définie en x ssi $2+3x > 0$ et $\ln(2+3x)-1 \geq 0$ ssi $x > -\frac{2}{3}$ et $x \geq \frac{e^1-2}{3}$. Donc f est définie sur $I = \left[\frac{e^1-2}{3}, +\infty \right[$. □

Question 5 (2 pts)

Pour chaque affirmation, cocher la case correspondante (aucune justification n'est demandée).

1. Pour tout $p, q \in \mathbb{R}$, $e^{ip} - e^{iq} = e^{i(p-q)}$.

☐ Vrai ☒ Faux

2. Pour tout $\theta \in \mathbb{R}$, $\cos(\theta) = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2}$.

☐ Vrai ☒ Faux

3. Une fonction peut être croissante et décroissante sur un intervalle I .

☒ Vrai ☐ Faux

4. Le produit de deux fonctions croissantes est une fonction croissante.

☐ Vrai ☒ Faux

☐

Contrôle de cours 3 - Trigonométrie, complexes et fonctions - Sujet B

Mardi 22 septembre 2026

Question 1 (2 pts)

Résoudre l'inéquation $\sin x \leq \frac{1}{2}$. On pourra faire un dessin.

En s'aidant du cercle trigonométrique, l'inéquation est équivalente à : $\exists k \in \mathbb{Z}$ tel que $\frac{\pi}{6} + 2k\pi \leq x \leq \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$.

Donc l'ensemble des solutions est $\left\{ x \in \mathbb{R} \mid \exists k \in \mathbb{Z}, \frac{\pi}{6} + 2k\pi \leq x \leq \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \right\}$. □

Question 2 (3 pts)

1. Soit $p, q \in \mathbb{R}$. Factoriser par l'angle moitié :

$$\begin{aligned} e^{ip} + e^{iq} &= e^{i\frac{p+q}{2}} \left(\frac{e^{ip}}{e^{i\frac{p+q}{2}}} + \frac{e^{iq}}{e^{i\frac{p+q}{2}}} \right) \\ &= e^{i\frac{p+q}{2}} \left(e^{i\frac{p-q}{2}} + e^{-i\frac{p-q}{2}} \right) \\ &= 2 \cos\left(\frac{p-q}{2}\right) e^{i\frac{p+q}{2}}. \end{aligned}$$

2. En déduire la formule de factorisation pour

$$\sin(p) + \sin(q) = 2 \cos\left(\frac{p-q}{2}\right) \sin\left(\frac{p+q}{2}\right)$$

en prenant les parties imaginaires dans la factorisation par l'angle moitié. □

Question 3 (2 pts)

Soit $f : I \rightarrow \mathbb{R}$.

1. Donner la définition de f est strictement décroissante sur I :

f est strictement croissante ssi $\forall x, y \in I$, si $x < y$ alors $f(x) > f(y)$.

2. Donner la définition de f a un maximum en $a \in I$:

f admet un maximum en $a \in I$ ssi $\forall x \in I, f(x) \leq f(a)$.

Question 4 (2 pts)

Déterminer l'ensemble de définition de $f : x \mapsto \sqrt{\ln(3+2x)-1}$

Soit $x \in \mathbb{R}$. f est définie en x ssi $3+2x > 0$ et $\ln(3+2x)-1 \geq 0$ ssi $x > -\frac{3}{2}$ et $x \geq \frac{e^1-3}{2}$. Donc f est définie sur $I = \left[\frac{e^1-3}{2}, +\infty \right[$. □

Question 5 (2 pts)

Pour chaque affirmation, cocher la case correspondante (aucune justification n'est demandée).

1. Pour tout $p, q \in \mathbb{R}$, $e^{ip} + e^{iq} = e^{i(p+q)}$. ☐ Vrai ☒ Faux
2. Pour tout $\theta \in \mathbb{R}$, $\sin(\theta) = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2}$. ☐ Vrai ☒ Faux
3. Le contraire de f est croissante sur I est f est décroissante sur I . ☐ Vrai ☒ Faux
4. Le produit de deux fonctions croissantes est une fonction croissante. ☐ Vrai ☒ Faux
- .