

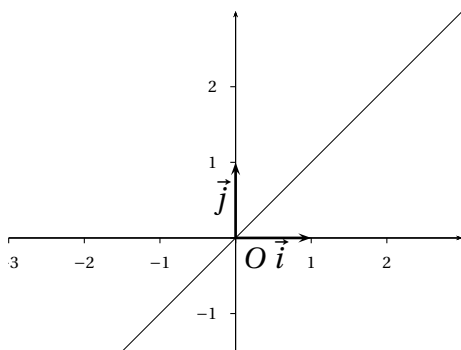
Fonctions usuelles : bestiaire

I. Fonctions puissances entières

I.1. Allure des courbes

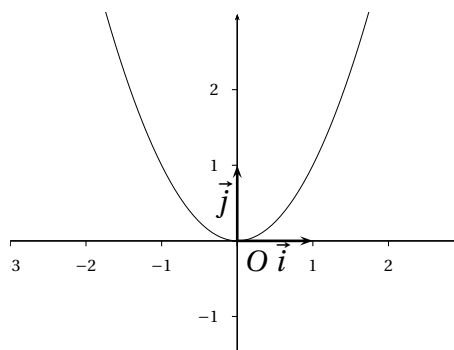
Fonction identité : $x \mapsto x$

Domaine de définition : $\mathbb{R}$.



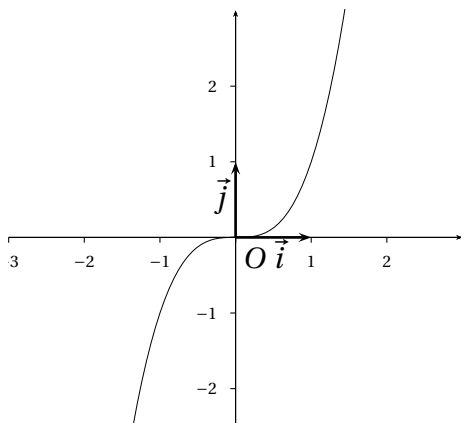
Fonction carrée : $x \mapsto x^2$

Domaine de définition : $\mathbb{R}$.



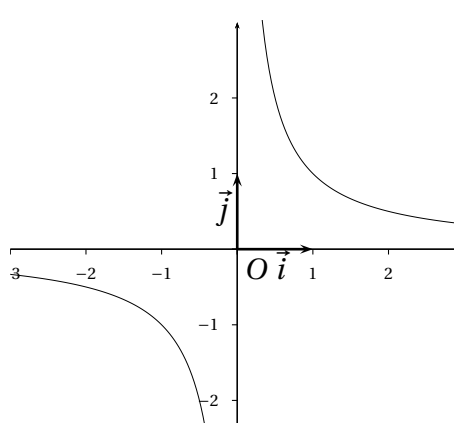
Fonction cube : $x \mapsto x^3$

Domaine de définition $\mathbb{R}$.



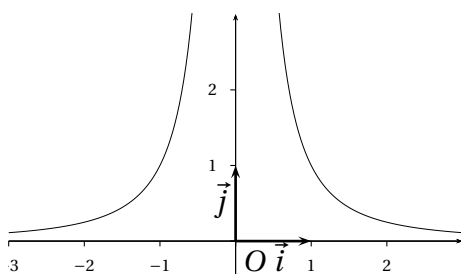
Fonction inverse : $x \mapsto \frac{1}{x}$

Domaine de définition $\mathbb{R}^*$.



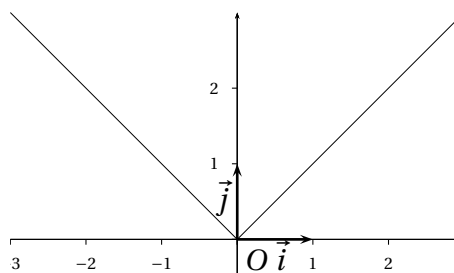
Fonction inverse au carré : $x \mapsto \frac{1}{x^2}$

Domaine de définition $\mathbb{R}^*$.



Fonction valeur absolue : $x \mapsto |x|$

Domaine de définition $\mathbb{R}$.



I.2. Positions relatives

Pour tout $x \in]0, 1]$ on a $0 \leq \dots \leq x^4 \leq x^3 \leq x^2 \leq x \leq 1 \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{x^2} \leq \frac{1}{x^3} \leq \dots$

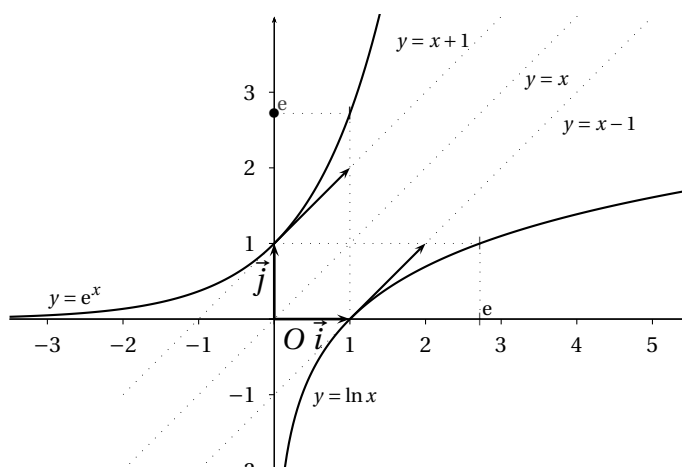
Pour tout $x \in [1, +\infty[$ on a $0 \leq \dots \leq \frac{1}{x^3} \leq \frac{1}{x^2} \leq \frac{1}{x} \leq 1 \leq x \leq x^2 \leq \dots$

II. Fonctions exponentielle, logarithme, puissances quelconques

II.1. Fonctions exponentielle et logarithme

Domaine de définition de $x \mapsto e^x : \mathbb{R}$.

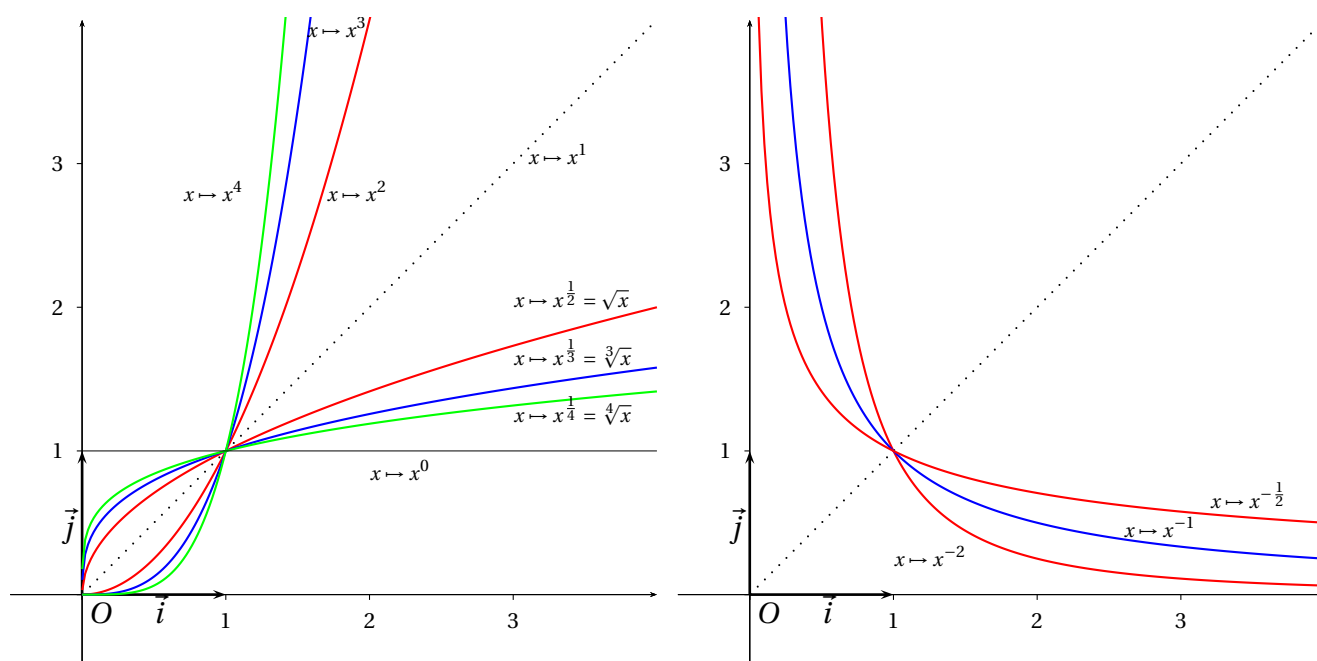
Domaine de définition de $x \mapsto \ln x : \mathbb{R}_*^+$.



II.2. Fonctions puissances

Domaine de définition de $x \mapsto x^\alpha$ en général : $\mathbb{R}^+$ si $\alpha \geq 0$ et $\mathbb{R}_*^+$ si $\alpha < 0$.

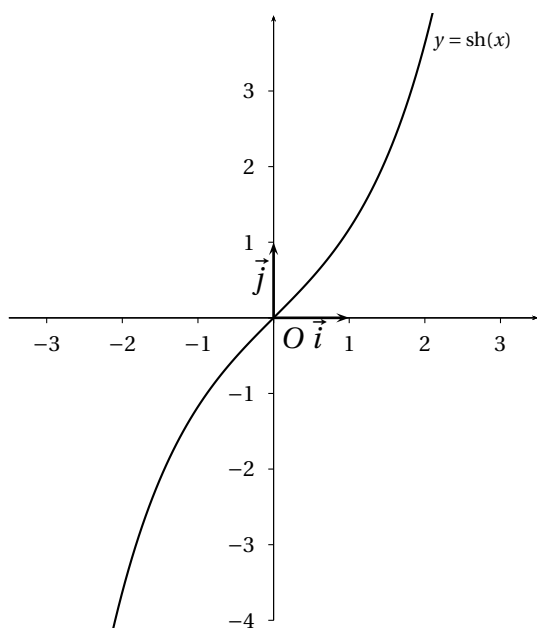
$\alpha < 0$



III. Fonctions hyperboliques

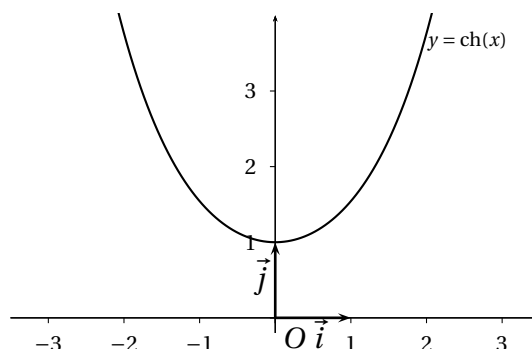
Fonction sinus hyperbolique : $x \mapsto \text{sh}(x)$

Domaine de définition : $\mathbb{R}$.



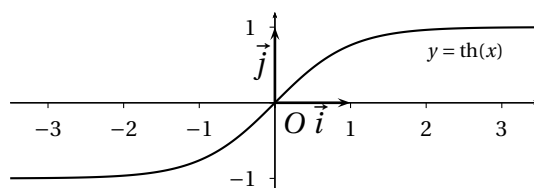
Fonction cosinus hyperbolique : $x \mapsto \text{ch}(x)$

Domaine de définition : $\mathbb{R}$.



Fonction tangente hyperbolique : $x \mapsto \text{th}(x)$

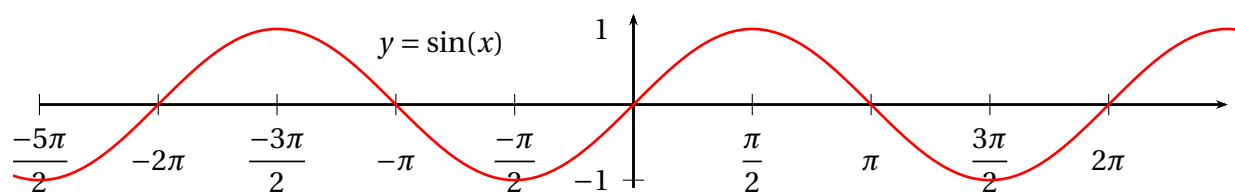
Domaine de définition : $\mathbb{R}$.



IV. Fonctions trigonométriques

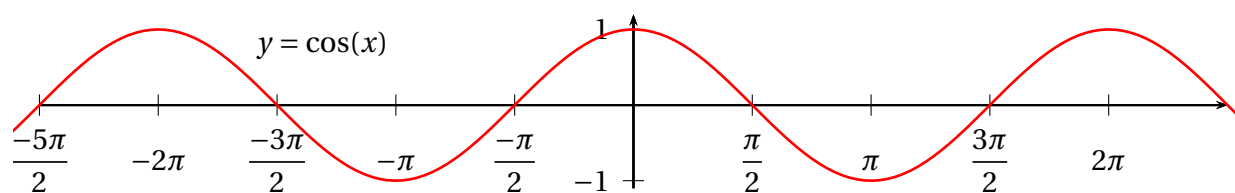
Fonction sinus : $x \mapsto \sin(x)$

Domaine de définition : $\mathbb{R}$.



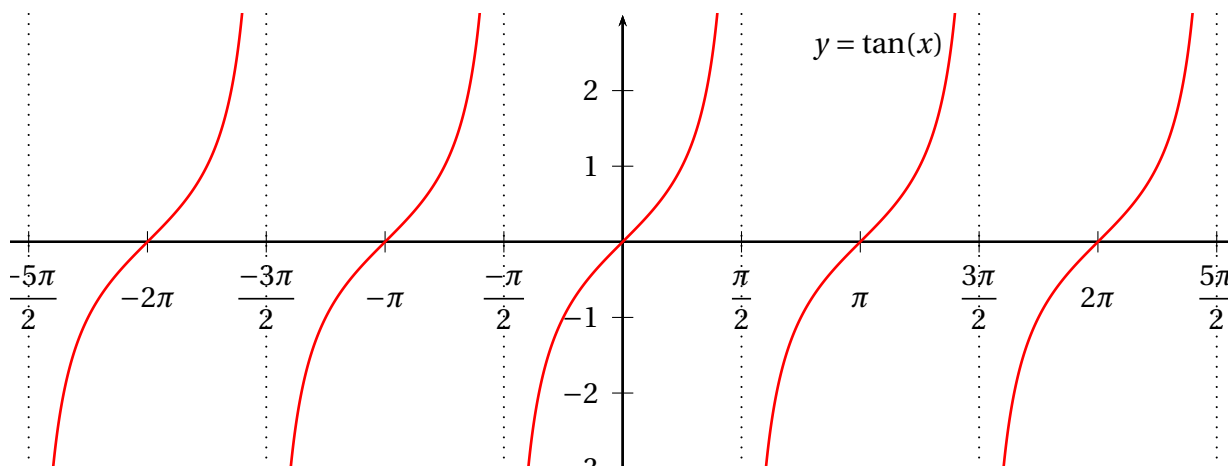
Fonction cosinus : $x \mapsto \cos(x)$

Domaine de définition : $\mathbb{R}$.



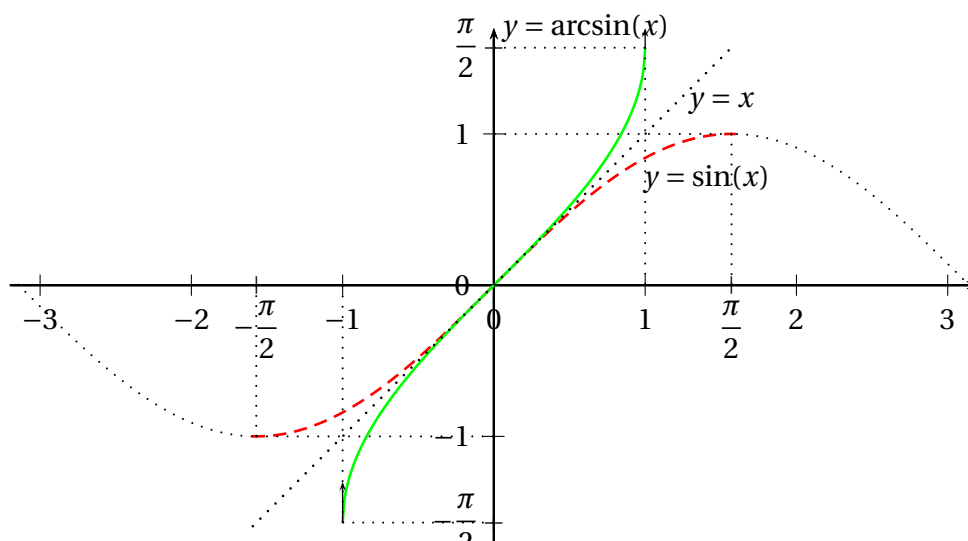
Fonction tangente : $x \mapsto \tan(x)$

Domaine de définition : $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.



V. Fonctions circulaires réciproques

V.1. Fonctions sinus et arcsinus



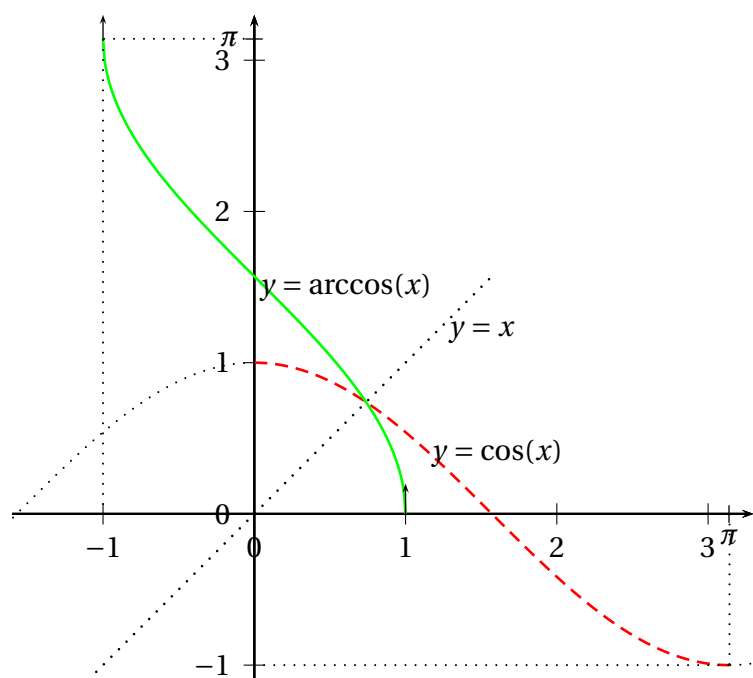
La fonction sinus est une bijection str. croissante de $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ sur $[-1, 1]$, $\sin : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow [-1, 1]$.

On appelle fonction arcsinus sa fonction réciproque : $\arcsin : [-1, 1] \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

La fonction arcsinus est continue sur $[-1, 1]$, impaire, **mais** elle n'est dérivable que sur $] -1, 1[$, et on a

$$\forall x \in] -1, 1[, \arcsin' x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

V.2. Fonctions cosinus et arccosinus



La fonction cosinus réalise une bijection strictement décroissante de $[0, \pi]$ sur $[-1, 1]$:

$$\cos : [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$$

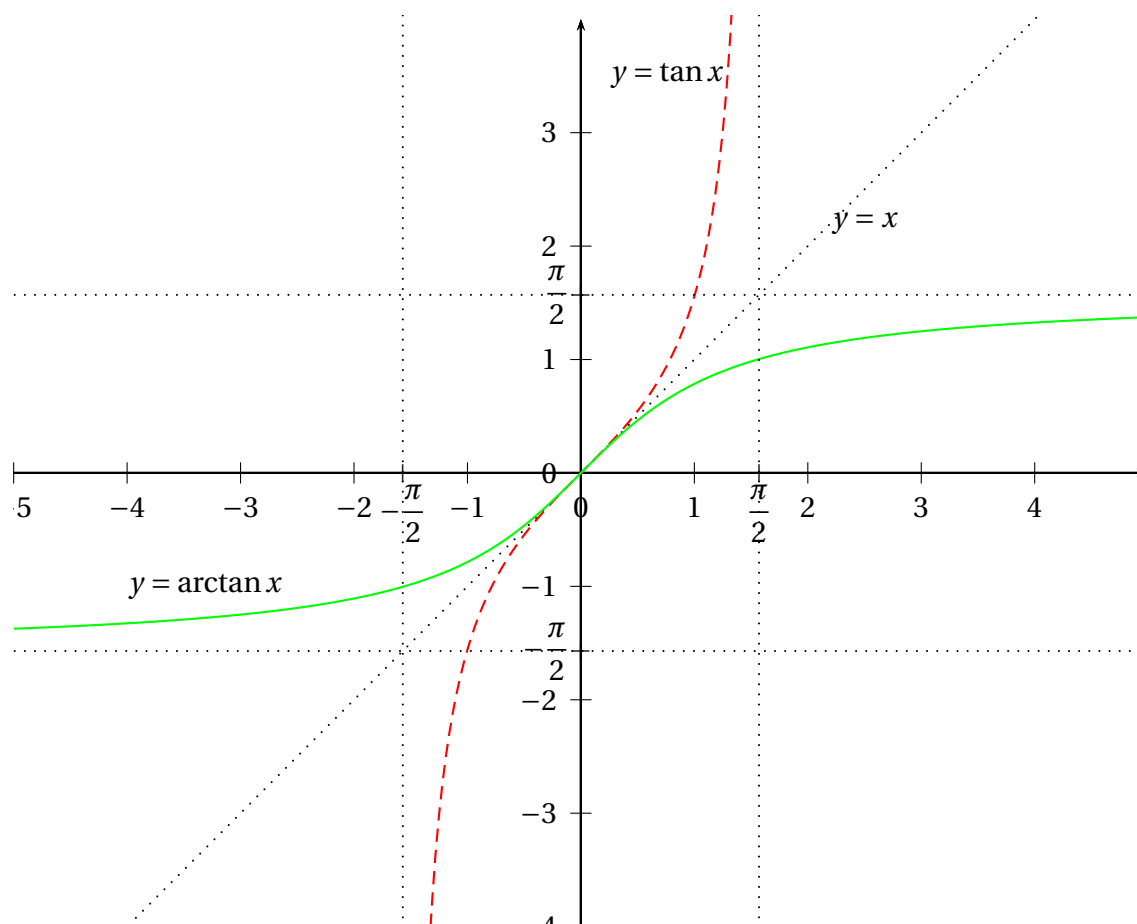
On appelle arccosinus sa fonction réciproque, donc définie sur $[-1, 1]$:

$$\arccos : [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$$

La fonction arccosinus est continue sur $[-1, 1]$ **mais** elle n'est dérivable que sur $] -1, 1[$, et on a

$$\forall x \in] -1, 1[, \arccos' x = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

V.3. Fonctions tangente et arctangente



La fonction tangente réalise une bijection str. croissante de $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ sur $\mathbb{R}$, $\tan :]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[\rightarrow \mathbb{R}$.

On appelle fonction arctangente sa fonction réciproque, $\arctan : \mathbb{R} \rightarrow]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$.

La fonction arctangente est dérivable (donc continue) sur $\mathbb{R}$, impaire, et : $\forall x \in \mathbb{R}, \arctan' x = \frac{1}{1+x^2}$.

On a les limites :

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan x = -\frac{\pi}{2}$

donc la courbe représentative de la fonction arctangente a des asymptotes horizontales $y = \pm \frac{\pi}{2}$.