Résolution de systèmes Linéaires - Exercices

Exercice 1. 1. Donner une écriture paramétrique du plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne : $x-y+3z=-2$

2. Donner une écriture paramétrique de la droite $\mathscr{D}$ définie par le système d'équations : $\begin{cases} 2x-y+3z=1 \\ x+y-4z=6 \end{cases}$

Exercice 2. Dans chaque cas, résoudre le système linéaire. Interpréter en termes d'intersections de plans.

1. $\begin{cases} 2x+y-z &= 1 \\ 3x+3y-z &= 2 \\ 2x+4y &= 2 \end{cases}$
2. $\begin{cases} 2y-z &= 1 \\ -2x-4y+3z &= -1 \\ x+y-3z &= -6 \end{cases}$
3. $\begin{cases} x+y+2z &= -1 \\ 2x-y+2z &= -4 \\ 4x+y+4z &= -2 \end{cases}$
4. $\begin{cases} x+2y-3z &= 4 \\ x+3y+z &= 11 \\ 2x+5y-4z &= 13 \\ 4x+11y &= 37 \end{cases}$
5. $\begin{cases} a+c &= 1 \\ b+c &= 0 \\ a+b &= 1 \\ 2a+3b &= 0 \end{cases}$

Exercice 3. Dans chaque cas, résoudre le système en discutant suivant les valeurs des paramètres scalaires. Interpréter en termes d'intersections de plans ou de droites.

1. $\begin{cases} x-3y+7z &= a \\ x+2y-3z &= b \\ 7x+4y-z &= c \end{cases}$
2. $\begin{cases} (1-m)x+2y-z &= 0 \\ -2x-(3+m)y+3z &= 0 \\ x+y-(2+m)z &= 0 \end{cases}$
3. $\begin{cases} (m+1)x+my &= 2m \\ mx+(m+1)y &= 1 \end{cases}$
4. $\begin{cases} x+my &= m^2 \\ mx+y &= m^2 \end{cases}$
5. $\begin{cases} x+y-z &= x' \\ 2x+y+z &= y' \\ -x-2y+3z &= z' \end{cases}$
6. $\begin{cases} y+z &= rx \\ x+z &= ry \\ x+y &= rz \end{cases}$

Exercice 4. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct on considère les plans d'équations :

$$\mathscr{P} : ax+y+z+1=0, \quad \mathscr{P}' : x+ay+z+a=0 \quad \text{et} \quad \mathscr{P}'' : x+y+az+b=0$$

Déterminer les réels a et b pour que l'intersection de ces trois plans soit une droite.
En donner alors une représentation paramétrique.