CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Sommes et produits	
Somme et produit d'une famille finie de nombres réels.	Notations $\sum_{i\in I} a_i$, $\sum_{i=1}^{n} a_i$, $\prod_{i\in I} a_i$, $\prod_{i=1}^{n} a_i$. Cas où I est vide.
Sommes et produits télescopiques, exemples de changements d'indices et de regroupement de termes.	
Expressions simplifiées de $\sum_{i=1}^{n} k$, $\sum_{i=1}^{n} k^2$, $\sum_{i=1}^{n} x^k$.	
Factorisation de $a^n - b^n$ par $a-b$.	
Sommes doubles. Produit de deux sommes finies.	Exemples de sommes triangulaires
Rappels sur la factorielle, les coefficients binomiaux.	Convention $\binom{n}{k} = 0$ pour $k<0$ et $k>n$.
Formule du binôme dans $\mathbf{R}$.	
Listes et combinaisons	
Nombre de p-listes (ou p-uplets) d'éléments distincts d'un ensemble de cardinal n, nombre de permutations d'un ensemble de cardinal n.	Nombre d'applications injectives d'un ensemble de cardinal p dans un ensemble de cardinal n.
Nombre de parties à p éléments (ou p-combinaisons) d'un ensemble de cardinal n.	Démonstration combinatoire des formules de Pascal et du binôme.
Généralités sur les fonctions	
Ensemble de définition.	
Représentation graphique d'une fonction f à valeurs réelles.	Les étudiants doivent savoir déduire de la représentation graphique de f celles de fonctions obtenues par des transformations simples, comme $x \mapsto f(x+a)$ ou $x \mapsto f(ax)$.
Parité, imparité, périodicité.	Interprétation géométrique de ces propriétés. Utilisation pour la réduction du domaine d'étude.
Somme, produit, composée.	
Monotonie (large et stricte).	
Fonctions majorées, minorées, bornées.	Traduction géométrique de ces propriétés. La fonction f est bornée si et seulement si $\lvert f\rvert$ est majorée.
Dérivation	
Dérivée d'une fonction.	Notations $f'(x)$, $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(f(x))$.
Dérivée d'une combinaison linéaire, d'un produit, d'un quotient, d'une composée.	Ces résultats sont rappelés, avec la définition de la dérivée et l'équation de la tangente ; ils ne sont pas démontrés à ce stade.
Caractérisation des fonctions constantes, (dé)croissantes, strictement (dé)croissantes, parmi les fonctions dérivables sur un intervalle.	Résultats admis à ce stade.
Tableau de variations. Étude pratique d'une fonction. Tracé du graphe.	Application : recherche d'extremums, démonstration d'inégalités.
Fonction de classe $\mathscr{C}^1$.	
Dérivées d'ordre supérieur.	
Fonctions usuelles	
Fonctions exponentielle, logarithme népérien, puissances.	Dérivée, variations, représentation graphique. Les fonctions puissances sont définies sur $\mathbf{R}_+^*$ et prolongées en 0 le cas échéant. Seules les fonctions puissances entières sont en outre définies sur $\mathbf{R}_-^*$. Logarithme décimal, logarithme en base 2.
Relations $(xy)^\alpha = x^\alpha y^\alpha, x^{\alpha+\beta} = x^\alpha x^\beta, (x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$.	
Croissances comparées des fonctions logarithme, puissances et exponentielle.	
Inégalités $\exp(x) \geqslant 1+x$, $\ln(1+x) \leqslant x$.	
Fonctions circulaires réciproques $\arcsin, \arccos, \arctan$.	Dérivée, variations, représentation graphique.
Fonctions hyperboliques $\sinh, \cosh$.	Dérivée, variations, représentation graphique. La fonction tangente hyperbolique et les fonctions hyperboliques réciproques sont hors programme. La seule formule exigible est $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$

La colle sera constituée d'un exercice "type" et d'un ou deux exercices complémentaires.
Vous pourrez être interrogés sur n'importe quel point du cours (hors démonstrations).

Exercices "type"

- Soit $f : E \to F$ et $g : F \to G$ deux applications.
  Montrer que si f et g sont injectives alors $g \circ f$ est injective.
  Montrer que si f et g sont surjectives alors $g \circ f$ est surjective.
- Calculer $D_n = \sum_{1 \leqslant i,j \leqslant n} \max(i,j)$.
- Montrer que pour tout $n \in \mathbf{N}^*$ on a : $\sum_{k=1}^{2n} \frac{(-1)^{k-1}}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n+k}$.
- Calculer $T_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{(k+1)(k+2)(k+3)}$.
- Montrer les inégalités suivantes

$$\forall x \in \mathbf{R} \ , \ \mathrm{e}^x \geqslant x+1 \qquad ; \qquad \forall x > -1 \ , \ \ln(1+x) \leqslant x \qquad ; \qquad \forall x \in \mathbf{R}_+ \ , \ 1 - \frac{x^2}{2} \leqslant \cos x \leqslant 1$$

- On note $\mathbf{R}[X]$ l'ensemble des polynômes à coefficients réels.
  Justifier que $h : x \mapsto \exp(-x^2/2)$ est de classe $\mathscr{C}^\infty$ sur $\mathbf{R}$ et que

$$\forall n \in \mathbf{N}^* \ , \ \exists P_n \in \mathbf{R}[X] \ , \ \forall x \in \mathbf{R} \ , \qquad h^{(n)}(x) = P_n(x)\exp(-x^2/2)$$

- Montrer que : $\forall x \in [-1,1] \ , \ \cos(\arcsin x) = \sqrt{1-x^2} = \sin(\arccos x)$