

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Applications	
<p>Application d'un ensemble dans un ensemble.</p> <p>Graphe d'une application.</p> <p>Famille d'éléments d'un ensemble.</p> <p>Fonction indicatrice d'une partie d'un ensemble.</p> <p>Restriction et prolongement.</p> <p>Image directe.</p> <p>Image réciproque.</p> <p>Composition.</p> <p>Injection, surjection. Composée de deux injections, de deux surjections.</p> <p>Bijection, réciproque. Composée de deux bijections, réciproque de la composée.</p>	<p>Le point de vue est intuitif : une application de E dans F associe à tout élément de E un unique élément de F.</p> <p>Le programme ne distingue pas les notions de fonction et d'application.</p> <p>Notations $\mathcal{F}(E, F)$ et F^E.</p> <p>Notation $\mathbb{1}_A$.</p> <p>Notation $f _A$.</p> <p>Notation $f(A)$.</p> <p>Notations $f^{-1}(B)$. Cette notation pouvant prêter à confusion, on peut provisoirement en utiliser une autre.</p> <p>Notation f^{-1}. Compatibilité de cette notation avec celle de l'image réciproque.</p>
Sommes et produits	
<p>Somme et produit d'une famille finie de nombres réels.</p> <p>Sommes et produits télescopiques, exemples de changements d'indices et de regroupement de termes.</p> <p>Expressions simplifiées de $\sum_{i=1}^n k$, $\sum_{i=1}^n k^2$, $\sum_{i=1}^n x^k$.</p> <p>Factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$.</p> <p>Sommes doubles. Produit de deux sommes finies.</p> <p>Rappels sur la factorielle, les coefficients binomiaux.</p> <p>Formule du binôme dans \mathbf{R}.</p>	<p>Notations $\sum_{i \in I} a_i$, $\prod_{i=1}^n a_i$, $\prod_{i \in I} a_i$. Cas où I est vide.</p> <p>Exemples de sommes triangulaires</p> <p>Convention $\binom{n}{k} = 0$ pour $k < 0$ et $k > n$.</p>
Listes et combinaisons	
<p>Nombre de p-listes (ou p-uplets) d'éléments distincts d'un ensemble de cardinal n, nombre de permutations d'un ensemble de cardinal n.</p> <p>Nombre de parties à p éléments (ou p-combinaisons) d'un ensemble de cardinal n.</p>	<p>Nombre d'applications injectives d'un ensemble de cardinal p dans un ensemble de cardinal n.</p> <p>Démonstration combinatoire des formules de Pascal et du binôme.</p>

La colle sera constituée d'un exercice "type" et d'un ou deux exercices complémentaires.

Vous pourrez être interrogés sur n'importe quel point du cours (hors démonstrations).

Exercices "type"

- Soit $f : E \rightarrow F$ et $g : F \rightarrow G$ deux applications.
Si f et g sont injectives alors $g \circ f$ est injective. Si f et g sont surjectives alors $g \circ f$ est surjective.
- Montrer que la fonction $\sinh : x \rightarrow \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ établit une bijection de \mathbf{R} sur \mathbf{R} et déterminer l'expression de \sinh^{-1} .
- Calculer $D_n = \sum_{1 \leq i, j \leq n} \max(i, j)$.
- Montrer que pour tout $n \in \mathbf{N}^*$ on a : $\sum_{k=1}^{2n} \frac{(-1)^{k-1}}{k} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$.
- Calculer $T_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{(k+1)(k+2)(k+3)}$.