CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Limite d'une fonction en un point	
Étant donné a fini ou infini appartenant à I ou extrémité de I, limite finie ou infinie d'une fonction en a.	Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges.
Unicité de la limite.	Notation $f(x) \underset{x\to a}{\longrightarrow} \ell$, $\lim\limits_{x\to a} f(x)$.
Si f est définie en a et possède une limite en a, alors $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$.	
Si f possède une limite finie en a, alors f est bornée au voisinage de a.	
Limite à droite, limite à gauche.	Notations $\lim\limits_{\substack{x\to a\\ x>a}} f(x)$ ou $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$
Caractérisation séquentielle de la limite (finie ou infinie). Opérations sur les limites : combinaison linéaire, produit, quotient, composition. Passage à la limite d'une inégalité large. Existence d'une limite par encadrement (limite finie), par minoration (limite $+\infty$),par majoration (limite $-\infty$). Théorème de la limite monotone.	
Continuité en un point	
Continuité, prolongement par continuité en un point.	La continuité de f au point a de I est définie par la relation $f(x) \underset{x\to a}{\longrightarrow} f(a)$.
Continuité à gauche, à droite. Opérations sur les fonctions continues en un point : combinaison linéaire, produit, quotient, composition.	
Continuité sur un intervalle	
Continuité sur un intervalle.	
Théorème des valeurs intermédiaires.	Principe de démonstration par dichotomie.
Image d'un intervalle par une fonction continue. Corollaire: cas d'une fonction continue strictement monotone.	
Théorème des bornes atteintes: toute fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes. Image d'un segment par une fonction continue.	La démonstration est hors programme.
Toute fonction réelle strictement monotone, définie et continue sur un intervalle, admet une fonction réciproque de même monotonie, définie et continue sur un intervalle.	La démonstration n'est pas exigible.
Relations de comparaison pour les fonctions	
Relations de domination, de négligeabilité, d'équivalence en un point a de $\mathbf{R}$ ou $a = \pm\infty$. Lien entre ces relations.	Notations $f(x) \underset{x\to a}{=} \mathrm{O}(g(x))$, $f(x) \underset{x\to a}{=} \mathrm{o}(g(x))$, $f(x) \underset{x\to a}{\sim} g(x)$. La relation $f(x) \underset{x\to a}{=} \mathrm{o}(g(x))$ est définie à partir du quotient $f(x)/g(x)$ sous l'hypothèse que la fonction g ne s'annule pas localement. Pour la relation $f(x) \underset{x\to a}{\sim} g(x)$, on donne les deux formes $f(x)/g(x) \to 1$ et $f(x) \underset{x\to a}{=} g(x) + \mathrm{o}(g(x))$ en insistant sur l'intérêt de la seconde dans les calculs. Pour mener une étude locale de f au voisinage de $a \neq 0$ on étudie $f(a+h)$ pour $h \to 0$. Traduction à l'aide du symbole o des croissances comparées de $\ln^\beta(x), x^\alpha, \mathrm{e}^{\gamma x}$ en $+\infty$, de $\ln^\beta(x), x^\alpha$ en 0.
Règles usuelles de manipulation des équivalents et des symboles o et O. Obtention d'un équivalent par encadrement : si les fonctions réelles f,g,h vérifient $f \leqslant g \leqslant h$ et si $f(x) \underset{x\to a}{\sim} h(x)$, alors $g(x) \underset{x\to a}{\sim} f(x)$ Propriétés conservées par équivalence : signe, limite.	

La colle sera constituée d'un des exercices "type" ci-dessous suivi éventuellement de différentes questions de cours, puis d'un ou deux exercices complémentaires.

Exercices "type"

- Preuve des équivalents classiques pour $\ln(1+x)$ et $(1+x)^\alpha - 1$ en $x = 0$, et pour $\ln x$ en $x = 1$.
- Preuve de l'équivalent en $x = 0$ pour $\sin x$, et application aux équivalents de $1 - \cos x$ et de $\arcsin x$ en $x = 0$.
- Déterminer les $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ continues telles que $f(2x) = f(x)$ pour tout réel x.
- Ensemble de définition et étude du prolongement par continuité de $f(x) = x^{1/(1-x^2)}$.
- Si $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ continue possède des limites finies en $+\infty$ et $-\infty$ alors f est bornée sur $\mathbf{R}$.
- Si $f : \mathbf{R}_+ \to \mathbf{R}$ continue vérifie $|f(x)| \xrightarrow[x\to+\infty]{} +\infty$ alors $f(x) \xrightarrow[x\to+\infty]{} \pm\infty$.