CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base	
Si E est un $\mathbf{K}$-espace vectoriel de dimension n et si e est une base de E , il existe une unique application $\det_e : E^n \to \mathbf{K}$ linéaire par rapport à chaque variable, alternée, et vérifiant $\det_e(e) = 1$. Si $f : E^n \to \mathbf{K}$ est linéaire par rapport à chaque variable, alternée, alors elle est un multiple de $\det_e$.	La démonstration de ce théorème et la notion générale de forme multilinéaire sont hors programme.
En dimension 2 et 3, expression du déterminant dans une base en fonction des coordonnées.	Dans $\mathbf{R}^2$ (resp. $\mathbf{R}^3$), interprétation du déterminant dans la base canonique comme aire orientée (resp. volume orienté) d ?un parallélogramme (resp. parallélépipède).
Comparaison, si e et e_0 sont deux bases, de $\det_e$ et $\det_{e0}$. La famille $(x_1,\dots,x_n)$ est une base si et seulement si $\det_e(x_1,\dots,x_n) = 0$.	
Déterminant d'un endomorphisme	
Déterminant d'un endomorphisme. Déterminant d'une composée.	Caractérisation des automorphismes.
Déterminant d'une matrice carrée	
Déterminant d'une matrice carrée.	Caractère n-linéaire alterné du déterminant par rapport aux colonnes.
Déterminant d'un produit.	Relation $\det(\lambda A) = \lambda^n \det(A)$.
Caractérisation des matrices inversibles. Déterminant de l'inverse. Déterminant d'une transposée.	La démonstration est hors programme.
Calcul des déterminants	
Effet des opérations élémentaires. Développement par rapport à une ligne ou une colonne.	La démonstration n'est pas exigible. La comatrice est hors programme.
Déterminant d'une matrice triangulaire.	

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Séries numériques : convergence et divergence	
Sommes partielles d'une série numérique.	La série est notée $\sum u_n$.
Convergence, divergence, somme.	En cas de convergence, sa somme est notée $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} u_n$.
Linéarité de la somme. Le terme général d'une série convergente tend vers 0. Reste d'une série convergente. Lien suite-série.	Divergence grossière. La suite (u_n) et la série télescopique $\sum(u_{n+1}-u_n)$ sont de même nature.
Séries géométriques : condition nécessaire et suffisante de convergence, somme. Relation $e^z = \sum\limits_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{n!}$	
Séries à termes positifs	
Convention de calcul et relation d ?ordre dans $[0,+\infty]$.	,On note $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} u_n = +\infty$ si la série $\sum u_n$ d'éléments de $\mathbf{R}_+$ diverge.
Une série à termes positifs converge si et seulement si la suite de ses sommes partielles est majorée. Si $0 \leqslant u_n \leqslant v_n$ pour tout n la convergence de $\sum v_n$ implique celle de $\sum u_n$. Si (u_n) et (v_n) sont positives et si $u_n \sim v_n$ les séries $\sum u_n$ et $\sum v_n$ sont de même nature.	
Si f est monotone, encadrement des sommes partielles de $f(n)$ à l ?aide de la méthode des rectangles. Séries de Riemann.	Application à l'étude de sommes partielles.
Séries absolument convergentes à termes réels ou complexes, suites sommables	
Convergence absolue de la série numérique $\sum u_n$, aussi appelée sommabilité de la suite (u_n).	Notations $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} \lvert u_n \rvert < +\infty$. Le critère de Cauchy et la notion de semi-convergence sont hors programme.
Une série numérique absolument convergente est convergente. Si (u_n) est une suite complexe, si (v_n) est une suite d'éléments de $\mathbf{R}_+$, si $u_n = \mathrm{O}(v_n)$ et si $\sum v_n$ converge alors $\sum u_n$ est absolument convergente donc convergente.	Somme d'une suite sommable.

La colle sera constituée d'un des exercices "type" ci-dessous suivi éventuellement de différentes questions de cours, puis d'un ou deux exercices complémentaires.

Exercices "type"

- On note, pour tout $n \in \mathbf{N}^*$, $H_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$. Montrer qu'il existe une constante γ (appelée la **constante d'Euler**) telle que
$$H_n = \ln n + \gamma + \mathrm{o}(1)$$
- Soit $(u_k)_{k \in \mathbf{N}}$ une suite décroissante qui converge vers 0. On pose $S_n = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k u_k$.
Montrer que la série $\sum (-1)^n u_n$ converge et que le reste R_n vérifie $|R_n| \leqslant u_{n+1}$.
- Soit $(\alpha, \beta) \in \mathbf{R}^2$. On considère la série
$$\sum_{n \geqslant 2} \frac{1}{n^\alpha (\ln n)^\beta}$$
Montrer que la série converge pour $\alpha > 1$ et diverge pour $\alpha < 1$.
- Si $n \in \mathbf{N}^*$ et $(a, b) \in \mathbf{R}^2$ calculer le déterminant de
$$M(a,b) = \begin{pmatrix} a & b & \cdots & \cdots & b \\ b & a & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & a & b \\ b & \cdots & \cdots & b & a \end{pmatrix} \in \mathscr{M}_{n+1}(\mathbf{R})$$
- Si $P = \sum_{i=0}^{r} a_i X^i$ est un polynôme unitaire de degré $r \in \mathbf{N}^*$ de $\mathbf{K}[X]$ on considère la matrice
$$C_P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & \ddots & \vdots & -a_1 \\ 0 & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & \ddots & 1 & 0 & -a_{r-2} \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & -a_{r-1} \end{pmatrix}$$
En utilisant l'opération $L_1 \leftarrow L_1 + \sum_{k=2}^{r} x^{k-1} L_k$ déterminer $f(x) = \det(xI_r - C_P)$ pour tout $x \in \mathbf{K}$.