

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Rudiments de logique	
Quantificateurs. Implication, contraposition, équivalence. Modes de raisonnement : par disjonction des cas, par contraposition, par l'absurde, par analyse-synthèse. Raisonnement par récurrence (simple, double, forte).	L'emploi de quantificateurs en guise d'abréviation est exclu. Les étudiants doivent savoir formuler la négation d'une proposition. Le raisonnement par analyse-synthèse est l'occasion de préciser les notions de condition nécessaire et condition suffisante. Toute construction et toute axiomatique de $\mathbf{N}$ sont hors programme.
Ensembles	
Ensemble, appartenance. Ensemble vide. Inclusion. Partie (ou sous-ensemble). Opérations sur les parties d'un ensemble : réunion, intersection, différence, complémentaire. Produit cartésien d'un nombre fini d'ensembles. Ensemble des parties d'un ensemble. Recouvrement disjoint, partition.	Notation $A \setminus B$ pour la différence et $E \setminus A, \bar{A}$ et A^c pour le complémentaire. Notation $\mathcal{P}(E)$.
Applications	
Application d'un ensemble dans un ensemble. Graphe d'une application. Famille d'éléments d'un ensemble. Fonction indicatrice d'une partie d'un ensemble. Restriction et prolongement. Image directe. Image réciproque. Composition. Injection, surjection. Composée de deux injections, de deux surjections. Bijection, réciproque. Composée de deux bijections, réciproque de la composée.	Le point de vue est intuitif : une application de E dans F associe à tout élément de E un unique élément de F . Le programme ne distingue pas les notions de fonction et d'application. Notations $\mathcal{F}(E, F)$ et F^E . Notation $\mathbb{1}_A$. Notation $f _A$. Notation $f(A)$. Notations $f^{-1}(B)$. Cette notation pouvant prêter à confusion, on peut provisoirement en utiliser une autre. Notation f^{-1} . Compatibilité de cette notation avec celle de l'image réciproque.

La colle sera constituée d'un exercice "type" et d'un ou deux exercices complémentaires.

Vous pourrez être interrogés sur n'importe quel point du cours (hors démonstrations).

Exercices "type"

- Résoudre sur $\mathbf{R}$ l'équation $\sqrt{x+3} = 3-x$.
- Montrer que : $\forall n \in \mathbf{Z}, (n \text{ pair} \iff n^2 \text{ pair})$
- Toute fonction $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ se décompose en $f = u + v$ où u paire et v impaire.
- Soit $n \geq 2$ un entier. Montrer que : $\forall x > 0, (1+x)^n > 1+nx$
- Si E est un ensemble et que A, B sont des parties de E on définit la différence symétrique de A et B comme $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$. Montrer que $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.
- Soit $f : E \rightarrow F$ et $g : F \rightarrow G$ deux applications.
Si f et g sont injectives alors $g \circ f$ est injective. Si f et g sont surjectives alors $g \circ f$ est surjective.
- Montrer que la fonction $\sinh : x \rightarrow \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ établit une bijection de $\mathbf{R}$ sur $\mathbf{R}$ et déterminer l'expression de $\sinh^{-1}$.