

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Rudiments de logique	
<p>Quantificateurs. Implication, contraposition, équivalence.</p> <p>Modes de raisonnement : par disjonction des cas, par contraposition, par l'absurde, par analyse-synthèse. Raisonnement par récurrence (simple, double, forte).</p>	<p>L'emploi de quantificateurs en guise d'abréviation est exclu. Les étudiants doivent savoir formuler la négation d'une proposition.</p> <p>Le raisonnement par analyse-synthèse est l'occasion de préciser les notions de condition nécessaire et condition suffisante. Toute construction et toute axiomatique de \mathbf{N} sont hors programme.</p>
Ensembles	
<p>Ensemble, appartenance. Ensemble vide. Inclusion. Partie (ou sous-ensemble). Opérations sur les parties d'un ensemble : réunion, intersection, différence, complémentaire. Produit cartésien d'un nombre fini d'ensembles. Ensemble des parties d'un ensemble. Recouvrement disjoint, partition.</p>	<p>Notation $A \setminus B$ pour la différence et $E \setminus A, \bar{A}$ et A^c pour le complémentaire.</p> <p>Notation $\mathcal{P}(E)$.</p>
Applications	
<p>Application d'un ensemble dans un ensemble. Graphe d'une application.</p> <p>Famille d'éléments d'un ensemble. Fonction indicatrice d'une partie d'un ensemble. Restriction et prolongement. Image directe. Image réciproque.</p> <p>Composition. Injection, surjection. Composée de deux injections, de deux surjections. Bijection, réciproque. Composée de deux bijections, réciproque de la composée.</p>	<p>Le point de vue est intuitif : une application de E dans F associe à tout élément de E un unique élément de F. Le programme ne distingue pas les notions de fonction et d'application. Notations $\mathcal{F}(E, F)$ et F^E.</p> <p>Notation $\mathbb{1}_A$. Notation $f _A$. Notation $f(A)$. Notations $f^{-1}(B)$. Cette notation pouvant prêter à confusion, on peut provisoirement en utiliser une autre.</p> <p>Notation f^{-1}. Compatibilité de cette notation avec celle de l'image réciproque.</p>

La colle sera constituée d'un exercice "type" et d'un ou deux exercices complémentaires.

Vous pourrez être interrogés sur n'importe quel point du cours (hors démonstrations).

Exercices "type"

- Résoudre sur \mathbf{R} l'équation $\sqrt{x+3} = 3-x$.
- Montrer que : $\forall n \in \mathbf{Z}, (n \text{ pair} \iff n^2 \text{ pair})$
- Toute fonction $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ se décompose en $f = u + v$ où u paire et v impaire.
- Soit $n \geq 2$ un entier. Montrer que : $\forall x > 0, (1+x)^n > 1+nx$
- Si E est un ensemble et que A, B sont des parties de E on définit la différence symétrique de A et B comme $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$. Montrer que $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.
- Soit $f : E \rightarrow F$ et $g : F \rightarrow G$ deux applications.
Si f et g sont injectives alors $g \circ f$ est injective. Si f et g sont surjectives alors $g \circ f$ est surjective.
- Montrer que la fonction $\sinh : x \rightarrow \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ établit une bijection de \mathbf{R} sur \mathbf{R} et déterminer l'expression de \sinh^{-1} .