Les exercices suivants sont à connaître par cœur pour la rentrée de septembre afin d'attaquer convenablement l'année de spé : tout ce qui suit est considéré comme acquis (sauf éventuellement les exercices marqués d'une ★) et il vaut mieux s'attendre à ne plus y revenir (ou très rapidement) l'an prochain.

NOMBRES RÉELS ET COMPLEXES

- Opérations sur les bornes supérieures (exo 10)
- Cauchy-Schwarz et application (exo 9)
- Polynômes de Tchebychev (exo 13, exo 28)
- Calculs de sommes (exo 25)
- Racines de l'unité (exo 40)

SUITES

- Radicaux itérés (exo 12)
- Intégrales de Wallis (exo 15)
- Lemme de Cesàro et application (exo 19)
- Suites récurrentes (exo 20, exo 21)
- Séries de Riemann (exo 27, exo 29)
- Un produit infini (exo 33)
- Suites implicites (exo 35, exo 36, exo 37)

MATRICES

- Centre de $\mathscr{M}_n(\mathbf{K})$ (exo 7)
- Trace d'une matrice (exo 12)
- Dual de $\mathscr{M}_n(\mathbf{K})$ (exo 13)
- Décomposition $\mathscr{M}_n(\mathbf{K}) = \mathscr{A}_n(\mathbf{K}) \oplus \mathscr{S}_n(\mathbf{K})$ (exo 14)
- Diagonalisation et application (exo 21)
- Suites récurrentes linéaires (exo 22)
- Matrices de rotation (exo 23)
- Matrices nilpotentes (exo 24)
- Vandermonde des puissances de l'unité (exo 28)
- Matrices à diagonale strictement dominante (exo 29)

CONTINUITÉ ET DÉRIVABILITÉ

- Équivalent d'une réciproque (exo 8)
- Continuité séquentielle (exo 14)
- Manipulations de la définition (exo 16)
- Prolongement $\mathscr{C}^\infty$ (exo 3)
- Étude d'une réciproque (exo 8)
- Applications classiques de Rolle (exo 14, exo 15)
- Racines des polynômes de Legendre (exo 16)
- DSE de $x \mapsto \ln(1+x)$ (exo 18)
- Fonctions définies par une intégrale (exo 22, exo 23, exo 24)

INTÉGRATION SUR UN SEGMENT

- Sommes de Riemann ($TD_r(2)$ exo 1
- Fonctions définies par une intégrale ($TD_r(2)$ exo 2, exo 3, exo 4)
- Intégrale de Bernoulli ($TD_r(2)$ exo 11)
- Lemme de Gronwall ($TD_r(2)$ exo 15)
- Lemme de Riemann-Lebesgue ($TD_c(4)$ exo 1)
- Moments nuls ($TD_c(4)$ exo 4) ★
- Des inégalités ($TD_c(4)$ exo 5)

POLYNÔMES

- Equations dans $\mathbf{R}[X]$ (exo 2)
- Endomorphisme et polynômes de Laguerre (exo 3)
- Factorisation et racines de l'unité (exo 6)
- Polynômes de Hermite (exo 8)
- Polynômes de Tchebychev (exo 9)
- Polynômes de Lagrange (exo 14)
- Racines et multiplicités et $P'|P$ (exo 15)
- Relations coefficients/racines (exo 19)
- Décomposition en éléments simples et racines de l'unité (exo 21)

ALGÈBRE LINÉAIRE

- Familles de fonctions (exo 10)
- Sommes directes par analyse/synthèse (exo 9, exo 10, exo 21)
- Espace des polynômes (exo 16, exo 17)
- Valeurs propres et espaces propres (exo 24)★
- Espace fonctionnel (exo 26)
- Espace des suites (exo 29)
- Endomorphismes laissant stables toute une dimension (exo 3)★
- Du rang théorique (exo 7)★
- Polynômes de Lagrange, aspect linéaire (exo 8)
- Endomorphismes nilpotents en dimension finie (exo 9, exo 10, exo 11, exo 12)
- Noyaux itérés (exo 13, exo 14)
- Tout hyperplan de $\mathscr{M}_n(\mathbf{K})$ rencontre $GL_n(\mathbf{K})$ (exo 15)★
- Endomorphisme de $\mathbf{R}[X]$ (exo 17)
- Bases de l'hyperplan de trace nulle (exo 19)★
- Réduction des projecteurs et des symétries (exo 21)
- Démonstration de la formule du rang (cours).
- Démonstration que deux formes linéaires non nulles ont le même noyau si et seulement si elles sont proportionnelles (cours)

PRODUIT SCALAIRE

- Produit scalaire de $\mathscr{M}_n(\mathbf{R})$ (exo 1).
- Produit scalaire intégral sur $\mathbf{R}[X]$ (exo 4).
- Un calcul de distance (exo 4, exo 5, exemple 12).
- Fonctions trigonométriques orthogonales (exo 6)
- Théorème de représentation de Riez en dimension finie (exo 7).
- Caractérisation des projecteurs orthogonaux (exo 8).
- Endomorphismes auto-adjoint (exo 9).
- Endomorphismes adjoint en dimension finie (exo 10).★
- Démonstration de Cauchy-Schwarz (cours).
- Démonstration du produit scalaire intégral sur les fonctions continues (cours).
- Démonstration de Pythagore et de la formule des coordonnées en bon (cours).
- Connaître la formule du procédé de Gram-Schmidt et savoir l'interpréter en projection orthogonale. Expliquer sur un dessin la construction des deux ou trois premiers vecteurs.

SÉRIE

- Équivalent des sommes partielles pour Riemann divergent (exo 4, exemple 9).
- Équivalent des restes pour Riemann convergent (exo 8).
- Calculs d'une série de Riemann alternées (exo 5, exo 7).
- Séries de Bertrand (exo 10).
- Règle de Raabe-Duhamel (exo 12).
- Formule de Stirling (exo 13).
- Critère des séries alternées (exo 14).
- Critère d'Abel et application (exo 15).
- Séries $\sum \frac{u_n}{S_n^\alpha}$ (exo 17).★
- Utilisation d'un développement limité pour l'étude d'une série (exemple 14, exo 16).
- Démonstration des différentes versions de la comparaison série/intégrale.

DÉTERMINANTS

- Déterminant de Gram (exo 7).
- Polynôme caractéristique d'une matrice compagnon (exo 10).
- Polynôme caractéristique (exo 13).★
- Matrices réelles semblables sur $\mathbf{C}$ (exo 14).★
- Déterminant circulant (exo 15).★
- Déterminant de Vandermonde (exemple 10).

COMPLÉMENTS (EXTRAITS DM)

- Dénombrements classiques (DM Toussaint 17,18,19,20).
- Calculs de $\zeta(2)$ (DM Toussaint 28,40).
- Les angles dont le cosinus est rationnel (DM Toussaint 39).
- Suites récurrentes (DM Noël 10,11,12).
- Suites implicites (DM Noël 13,14).
- Développements asymptotiques de suites (DM Noël 15,19).
- Si $\mathrm{Tr}(A^k) \xrightarrow[k\to+\infty]{} 0$ alors les valeurs propres de A sont dans le disque unité ouvert (DM Noël 23).★
- Équations matricielles avec la trace (DM Noël 29)
- Spectre d'une matrice stochastique (DM Noël 33).
- Spectre d'une matrice carrée (DM Noël 38).★
- Une équation fonctionnelle classique (DM Nöel 47)
- Applications classiques du TVI (DM Noël 50,51).
- Théorème de Darboux (DM Pâques 3).
- Théorème de Rolle généralisé (DM Pâques 4).
- Applications classiques du TAF (DM Pâques 6,7).
- Somme de Riemann (DM Pâques 16).
- Applications des DL aux suites (DM Pâques 17,18).
- Panorama de raisonnements théoriques (DM Pâques 19).★
- Existence d'une supplémentaire commun (DM Pâques 20).★
- Projecteurs (DM Pâques 22,23,24,27).
- Intersections d'hyperplans (DM Pâques 25).★
- Applications Cauchy-Schwarz (DM Pâques 28,29,31).
- Un calcul de distance classique (DM Pâques 30).
- Inégalités de Bessel, égalité de Parseval et variantes (DM Pâques 32). ★
- Familles de vecteurs ayant des angles obtus entre eux (DM Pâques 33). ★