GÉNÉRALITÉS SUR LES ÉNONCÉS

Un texte mathématique est principalement constitué de :

✓ **Définitions :** des descriptions de certains objets constituant les briques de la théorie. C'est à voir comme un raccourci de langage.

✓ **Résultats :** des énoncés mettant en jeu les objets définis dans la théorie et donnant des propriétés verifiées par ces objets. Un résultat s'énonce le plus souvent sous la forme $\mathscr{P} \Rightarrow \mathscr{Q}$. On distingue :

- ⋆ *Les axiomes :* des résultats qui sont des vérités fondamentales de la théorie, et qu'on ne démontre pas (à considérer comme le cahier des charges de la théorie : on impose ces résultats, il n'y a donc pas besoin de les montrer);
- ⋆ *les théorèmes :* les résultats les plus significatifs, démontrés a partir des axiomes et de résultats démontrés antérieurement;
- ⋆ *les propositions* ou *propriétés :* des résultats de moindre envergure;
- ⋆ *les lemmes :* des résultats à voir comme des étapes vers des résultats plus consistants (résultats préliminaires, mais pouvant avoir leur intérêt en soi);
- ⋆ *les corollaires :* des conséquences assez immédiates d'autres résultats, par exemple des cas particuliers intéressants.

✓ **Démonstrations :** des justifications de la véracité des résultats.

✓ **Exemples et contre-exemples :** pour illuster les notions, ou pour insister sur la nécessité d'une hypothèse (contre-exemple lorsque l'hypothèse est enlevée). Ces exemples ont pour but de développer l'intuition du lecteur.

✓ **Remarques :** il peut s'agir de mises en garde pour ne pas tomber dans certains pièges, ou de préciser des situations typiques d'utilisation de certains résultats, ou encore de donner une digression sur des ouvertures possibles qu'apportent des notions introduites.

✓ **Conjectures :** des énoncés qu'on pense être vrais, mais qu'on n'a pas encore réussi à prouver.

"TIPS" DE RÉDACTION

• Lors de l'énoncé d'un résultat, savoir indiquer clairement les hypothèses de la démonstration, et quel résultat on veut obtenir. (si ...alors ..., on suppose ...montrons que ...).

• Mettre en évidence les liens logiques avec des mots d'articulation entre les phases successives de la démonstration. (soit, donc, alors, par conséquent, on en déduit, finalement, ...)

• Réserver les symboles mathématiques ($\forall$, $\exists$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$) aux seules formules mathématiques : ces symboles ne doivent pas apparaître dans un raisonnement rédigé.

> **Remarque 1:**
> On ne mélangera pas le « mode texte » et le « mode quantificateur » dans les raisonnement.

• Ne pas confondre les symboles $\Rightarrow$ et $\Leftrightarrow$, et variantes (ne pas confondre "si" et "si et seulement si", ne pas confondre "suffisant" et "nécessaire et suffisant").

• Dans une proposition « à tiroirs » , utiliser des parenthèses pour lever toute ambiguïté.
Ainsi la proposition $(\mathscr{P} \Rightarrow \mathscr{Q}) \Rightarrow \mathscr{R}$ n'est pas synonyme de $\mathscr{P} \Rightarrow (\mathscr{Q} \Rightarrow \mathscr{R})$.

> **Remarque 2:**
> Le fait que les propositions $(\exists\, x \in E\ ,\ \mathscr{P}(x))$ et $(\exists\, x \in E\ ,\ \mathscr{Q}(x))$ soient toutes les deux vraies n'implique pas,en général, que $(\exists\, x \in E\ ,\ (\mathscr{P}(x)\ \textit{et}\ \mathscr{Q}(x))$.
> En effet, la variable x dont il est question dans $(\exists\, x \in E\ ,\ \mathscr{P}(x))$ ne désigne aucun élément particulier de E. Il n'y a donc aucune raison de croire que les deux x de $(\exists\, x \in E\ ,\ \mathscr{P}(x))$ et $(\exists\, x \in E\ ,\ \mathscr{Q}(x))$ se réfèrent à un même élément de E.
> Si on doit déduire quelque chose de $(\exists\, x \in E\ ,\ \mathscr{P}(x))$ et $(\exists\, x \in E\ ,\ \mathscr{Q}(x))$, on pourra commencer par écrire : soit x dans E tel que $\mathscr{P}(x)$ et soit x' dans E tel que $\mathscr{Q}(x')$.