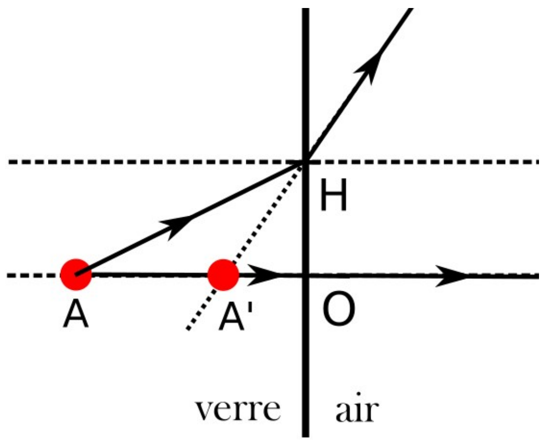
DM 01 Stigmatisme du dioptre plan

Lycée Louis Thuillier - Physique-Chimie - PCSIB

L'objectif de cet exercice de répondre à la question suivante : un dioptre plan entre deux milieux d'indices différent permet-il de générer une image nette ? Et à quelle condition ?

On considère un dioptre plan séparant du verre et de l'air, d'indice $n_v = 1.5$ et $n_a = 1$. On considère un point lumineux A situé à une distance OA du dioptre. On appelle O le projeté orthogonal de A sur le dioptre.



1. Le seul rayon on dévié est le rayon qui arrive sur la surface du dioptre avec une incidence nulle.

2.(a) On passe d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent : l'angle de réfraction est plus grand que l'angle d'incidence.

(b) On dans dans le cas où on peut observer une réflexion totale si $i > i_{\text{lim}} = \arcsin \dfrac{n_{\text{a}}}{n_{\text{v}}} = 41,8°$

3. On place un œil à droite du dioptre et on admet que les deux rayons tracés parviennent jusqu'à l'iris.

(a) *Cf schéma*

(b) C'est une image virtuelle : on a prolongé les rayons pour la trouver. Elle sera alors visible à l'œil nu et elle apparaîtra plus proche.

4.

(a) Par principe d'angle alterne-interne, les angles en A et A' des trianglesOHA et OHA' sont respectivement i (angle d'incidence en H) et r (angle de réfraction en H).
On a alors :

$$\tan i = \frac{OH}{OA} \quad \text{et} \quad \tan r = \frac{OH}{OA'} \quad \Rightarrow \tan r OA' = \tan i OA$$

(b) On a alors $OA' = \dfrac{\tan i}{\tan r} AO$.

Méthode en DS. Team sinus !!
Comme les lois de l'optique géométrique font apparaitre des **sinus**, on force l'appartion des **sinus**.

Donc : $OA' = \dfrac{\sin i}{\sqrt{1-\sin^2 i}} \dfrac{\sqrt{1-\sin^2 r}}{\sin r} OA.$

Avec la relation de Snell-Descartes en H on a : $\sin r = \dfrac{n_v}{n_a} \sin i$ soit, en remplaçant :

$$OA' = \frac{\sin i}{\sqrt{1-\sin^2 i}} \frac{\sqrt{1-\left(\dfrac{n_v}{n_a}\sin i\right)^2}}{\dfrac{n_v}{n_a}\sin i} OA$$

$$OA' = \sqrt{\frac{n_a^2 - n_v^2\sin^2(i_1)}{n_v^2 - n_v^2\sin^2(i_1)}}\, OA$$

5. Dans le résultat de la question précédente, la position du point A' dépend de l'angle d'incidence i initialement considéré. Donc deux rayons ayant deux angles d'inceidences différents créeront des images à deux endroits différent. L'image A'' ne sera pas au même endroit que l'image A'.
6. L'image ne sera pas nette : le dioptre n'est pas un système stigmatique.
7. On se place désormais dans les conditions de Gauss : $i_1 << 1$.
   (a) Dans ces conditions, $\sin i << 1$ donc $n_a^> > n_v^2 \sin^2 i_1$.
   (b) On peut faire de même au dénominateur et on remarque alors que désormais OA' est égal à :

$$OA' = \sqrt{\frac{n_a^2 - n_v^2\sin^2(i_1)}{n_v^2 - n_v^2\sin^2(i_1)}}\, OA \simeq \sqrt{\frac{n_a^2}{n_v^2}}\, OA = \frac{n_a}{n_v} OA$$

   (c) Désormais la position de l'image est indépendant de l'angle d'incidence initial : pour deux angles d'incidences i différent, on trouvera la même image. L'image finale sera nette : le dioptre plan est stigmatique dans les conditions de Gauss.