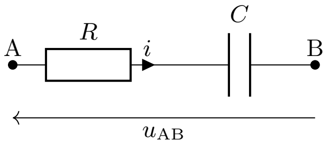
TD 08

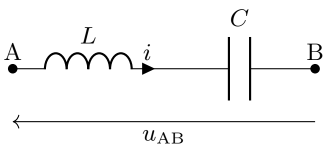
Régime sinusoïdal forcé et résonance

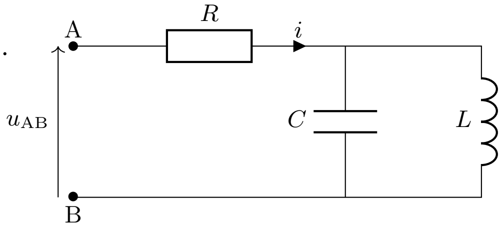
Lycée Louis Thuillier - Physique-Chimie - PCSIB

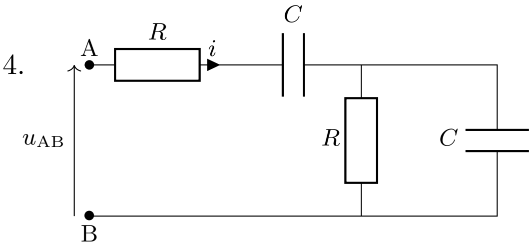
1 Calcul d'impédance

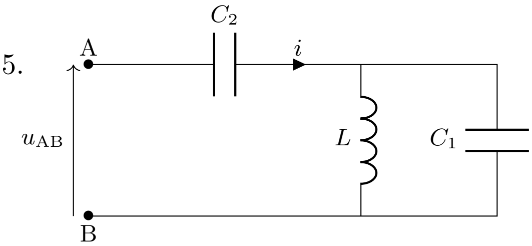
Exercice 1 - Calculs d'impédance : Déterminer l'impédance complexe des montages ci-dessous. On donnera toujours la solution sous la forme d'une impédance multipliée par une fraction rationnelle sans dimensions.
Astuce "Riri, Fifi et Loulou" : $RC\omega$, $LC\omega^2$ et $L\omega/R$ n'ont pas de dimension.

1.


2.


3.


4.


5.


Exercice 2 - Modèle équivalent de condensateur :

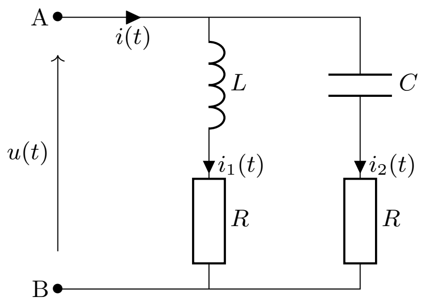
Un condensateur réel peut-être modélisé par l'association en parallèle d'un condensateur parfait C_p et d'un résistor R_p.

1. Établir l'expression de l'impédance équivalente $\underline{Z_{eq}}$ du condensateur réel en fonction de R_p, C_p et ω.
2. Montrer que ce condensateur réel est équivalent à l'association série d'un condensateur C_s et d'un résistor R_s. Établir les expression de C_s et de R_s en fonction de R_p, C_p et ω.
3. En considérant $R_pC_p\omega \gg 1$, établir les expressions simplifiées de R_p et C_p en fonction de R_s, C_s et ω.
4. *Application numérique :* Calculer la capacité parallèle et la résistance parallèle équivalentes d'un condensateur de capacité série de 1 μF et de résistance série $2,5.10^{-2}$ Ω à 1 kHz.

Réponses : $C_p = 1$ μF; $R_p = 1$ $M\Omega$

2 RSF

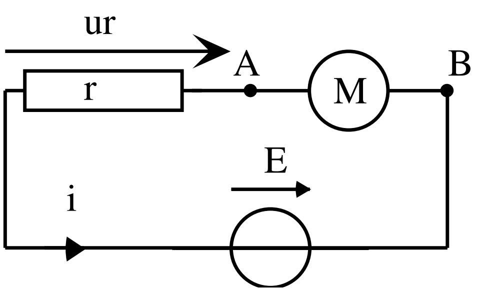
Exercice 3 - Étude d'un circuit en régime sinusoïdal forcé :



On étudie le circuit ci-contre où $u(t) = U_\mathrm{m} \cos \omega t$.

1. Déterminer l'admittance et l'impédance du dipôle AB.
2. Déterminer $\underline{I}(t)$, $\underline{I}_1(t)$ et $\underline{I}_2(t)$.
3. Pour quelles valeurs de C, L et R
   ▷ les courants i et i_1 sont-ils en phase ?
   ▷ les courants i_1 et i_2 sont-ils en quadratures de phase ?
4. Quelle relation vérifient ω, L et C lorsque les amplitudes des deux courants i_1 et i_2 sont égales

Exercice 4 - Étude expérimentale d'un moteur :

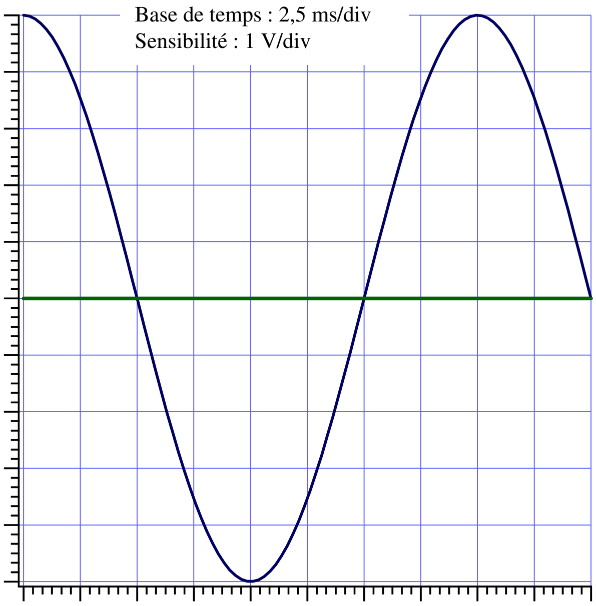


Dans cet exercice, on étudie un moteur M dont le comportement électrique vis à vis des circuits extérieurs sera toujours supposé pouvoir être modélisé comme équivalent à celui d'une résistance $R = 9,6$ Ω en série avec une inductance pure $L = 45$ mH.

On étudie expérimentalement le montage de la figure ci contre utilisant un générateur de tension sinusoïdale $E(t) = E\cos(\omega t)$ d'amplitude $E = 5$ V et de fréquence $\nu = 50$ Hz. La résistance $r = 15$ Ω branchée en série avec le moteur M.

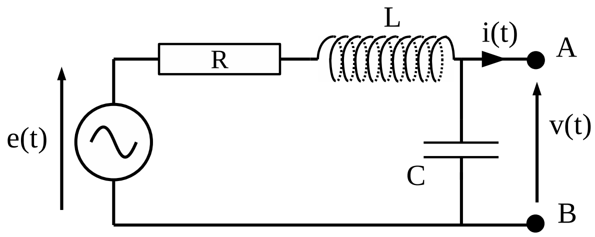
On note $u_r(t) = U\cos(\omega t + \phi)$ la tension aux borne de r en régime permanent.

1. Déterminer numériquement les valeurs de U (en volts) et de ϕ (en degrés).
2. La tension $u_r(t)$ est-elle en retard ou en avance sur $E(t)$?
3. On désire observer sur un oscilloscope bi-courbe les tensions $E(t)$ (voie 1) et $u_r(t)$ (voie 2). Représenter, sur le schéma électrique, les branchements de l'oscilloscope.
4. On a tracé sur la figure ci-contre le signal $E(t)$. Représenter sur sur ce même graphe la tension $u_r(t)$.



Réponses : $U = 2.64$ V et $\phi = -29.9°$

Exercice 5 - Modèle de Thévenin en régime sinusoïdal forcé (*) :



En régime sinusoïdal forcé, on considère le dipôle compris entre les points A et B de la figure ci-contre dans laquelle la source idéale délivre une tension sinusoïdale :

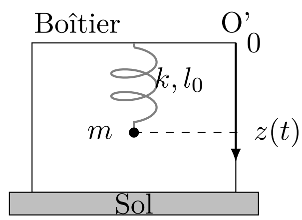
$$e(t) = E_0 \cos(\omega t)$$

1. **Etude en boucle ouverte :**
   - ▹ En boucle ouverte (A et B non reliés) que vaut l'intensité $i(t)$ qui sort du dipôle.
   - ▹ Exprimer alors l'amplitude complexe associée à la tension $v(t)$.
   - ▹ En déduire l'équation différentielle vérifiée pas $v(t)$.
2. **Etude en fonctionnement :**
   Si AB n'est pas en boucle ouverte, il délivre un courant $i(t)$ sinusoidal, d'amplitude complexe $\underline{I}$ non-nul.
   - ▹ . Exprimer dans ce cas l'amplitude complexe associée à la tension $v(t)$ en fonction de $\underline{I}$, E_0 et des autres paramètres du problème.
   - ▹ En déduire qu'en régime sinusoidal forcé et en notation complexe, le dipôle AB est équivalent à la mise en série d'une source idéale de tension d'amplitude complexe $\underline{E_{eq}}$ et d'une impédance complexe $\underline{Z_{eq}}$ que l'on exprimera.

Réponses : $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$; $Q = \frac{1}{RC\omega_0}$; $\underline{E_{eq}} = \frac{E}{1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}+j\frac{\omega}{Q\omega_0}}$; $\underline{Z_{eq}} = \frac{R+jL\omega}{1-LC\omega^2+RjC\omega}$

3 RSF sur oscillateur mécanique

Exercice 6 - Le sismographe *(pour plus tard)* (*) : Un boîtier est posé sur le sol dont il suit les mouvements. Dans ce boîtier, on a suspendu à un ressort de longueur à vide l_0 et de raideur k une masse m. Cette masse subit en plus de la force du ressort une force de frottement fluide $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$ avec $\vec{v}$ le vecteur vitesse de la masse par rapport au boîtier. La position $z(t)$ est la position de la masse par rapport au sommet du boîtier.



1. Le sol ne vibre pas, quelle est la position d'équilibre z_{eq} de la masse m ?
2. Le sol ne vibre pas, on écarte la masse m de sa position d'équilibre de la distance d vers le bas, et on l'abandonne sans vitesse initiale. Écrire l'équation différentielle vérifiée par la position de la masse. Sans donner son expression exacte, quelle est la forme générale de la solution de cette équation ?
3. Le sol (et le boîtier) vibre, son mouvement est repéré par rapport à un référentiel galiléen $\mathcal{R}$ par $z_{\text{sol}}(t) = z_0\cos(\omega t)$. Ce mouvement est modélisé par une nouvelle force, nommée force d'inertie d'entraînement, qui s'exprime par $\vec{F}_{\text{ie}} = -m\ddot{z}_{\text{sol}}(t)\vec{e}_z$. Écrire la nouvelle équation différentielle en $z(t)$ vérifiée par M.
4. En utilisant les notations complexes, déterminer $\underline{z}(t)$ lorsque le régime permanent est atteint. On posera $\omega_0^2 = k/m$ et $\underline{z}(t) = \underline{z}e^{j\omega t} + z_{\text{eq}}$.
5. Discuter le phénomène de résonance selon les valeurs de α.
6. On cherche à construire un sismographe, c'est-à-dire que nous voulons que la masse m suive au mieux le mouvement du sol pour la plus large gamme de fréquence possible. Comment choisir qualitativement la masse et la raideur du ressort pour avoir ce comportement ?

4 Résonance du RLC et lecture graphique

Exercice 7 - Circuit RLC **:** *A regarder une fois que le chapitre suivant sera terminé.*

On considère un circuit constitué d'une résistance R, d'une bobine L et d'une capacité C en série. Le circuit est alimenté par un générateur de tension délivrant $e(t) = e_0 \cos \omega t$, où l'amplitude e_0 de la tension fournie par le générateur est invariante au cours de l'expérience. On note $i(t)$ le courant circulant dans la maille et $I_\mathrm{m}(\omega)$ son amplitude dépendant de la pulsation ω du générateur.

1. Montrer que l'amplitude du courant est donnée par

$$I_\mathrm{m}(\omega) = \frac{e_0}{R} \frac{1}{\left(1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2\right)^{1/2}}$$

avec $\omega_0^2 = 1/(LC)$ et $Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$.

On observe sur un oscilloscope les tensions $e(t)$ aux bornes du générateur et $u(t)$ aux bornes de la résistance comme représenté figure 1. On obtient les mesures expérimentales (avec incertitudes) tracées ci-dessous. La figure 2a représente l'amplitude du courant mesurée en fonction de la fréquence. La courbe figure 2b représente le déphasage entre la tension $e(t)$ et le courant $i(t)$.

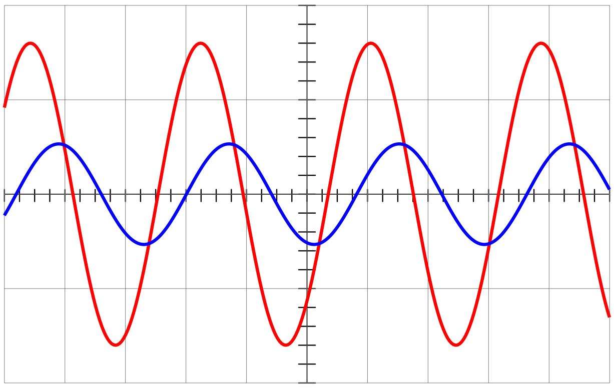
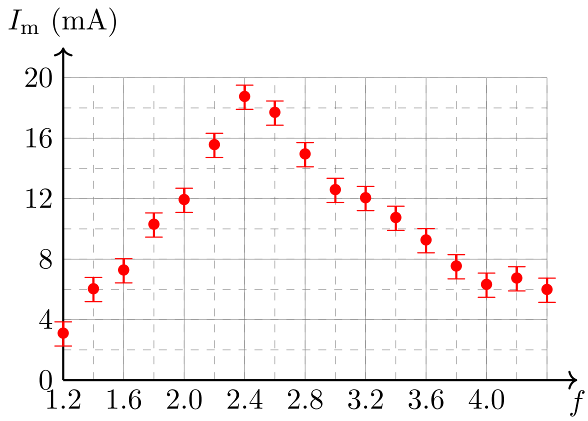
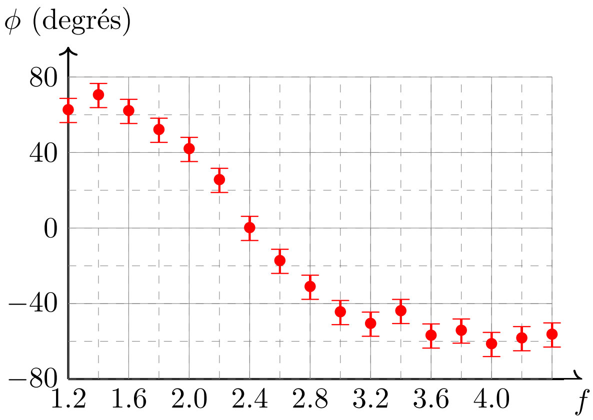


Fig. 1 – Calibre : 2.00 V et 200 µs.

2.(a) Quel montage a-t-on réalisé afin d'obtenir sur un oscilloscope les courbes de la figure 1 ? En particulier, indiquer la position de la masse du circuit.
   (b) Identifier sur cette figure $u(t)$ et $e(t)$.
   (c) A partir de la figure (a), quel point de la figure quel poitn de la figure (c) a-t-on obtenu ?
3. Que vaut numériquement la pulsation propre ?
4. Comment obtenir la valeur de la résistance R ? Faire l'application numérique.
5. Évaluer la bande passante $\Delta\omega$.
6. Évaluer le facteur de qualité Q, sachant que $\Delta\omega = \dfrac{\omega_0}{Q}$.
7. Déduire de ce qui précède la valeur de l'inductance L et de la capacité C.



(a) Mesure de l'amplitude de l'intensité (fréquence en kilohertz)



(b) Mesure du déphasage entre e et i (fréquence en kilohertz)