TD 12 Ondes progressives et ondes stationnaires

Lycée Louis Thuillier - Physique-Chimie - PCSI2 - 2023-2024

1 Ondes progressives : célérité et retard

Exercice 1 - Séismes :

1. Les ondes se propageant à vitesse constante :
$$\tau_P = \Delta/c_P \text{ et } \tau_S = \Delta/c_S.$$
2. On appelle t_0 l'instant du séisme (*on peut prendre par simplicité* $t_0 = 0$). On a : $t_P = t_0 + \tau_P$ et $t_S = t_0 + \tau_S$. Donc :
$$t_S - t_P = \Delta\left(\frac{1}{c_S} - \frac{1}{c_P}\right)$$
3. On a facilement $\Delta = \dfrac{t_S - t_P}{\dfrac{1}{c_S} - \dfrac{1}{c_P}}$.

Exercice 2 - Ondes à la surface de l'eau :

1. On repère les différents points de l'onde (front, sommet, queue, ...). Entre les instants $t_0 = 0$ et $t = 2$s, l'onde se propagera de $10\times 2 = 20$cm. Comme le milieu est non-dispersif et non-absorbant, on a représente l'onde identique mais décalée de 20cm .
2. Le début de la vague à $t = 0$ se situe à la position $x_f = 20$cm, c'est-à-dire à 30cm du poisson. Ce dernier percevra le début de l'onde à $t = t_0 + (x_0 - x_f)/c$ soit 3s.
3. Même raisonnement mais la fin de l'onde est à la position 5cm, soit à 45cm du poisson. La fin de l'onde passera au dessus du poisson à $t = 4,5$s.
4. Représenter, en fonction du temps t, l'évolution de la surface de l'eau au niveau du poisson (en $x_0 = 50$cm).
5. On repère les différent temps de passage de l'onde : début $t = 3$s, milieu $t = 4$s fin $t = 4,5$s et on peut tracer son allure.
Attention ! aux axes et à l'onde "à l'envers !!".

2 Ondes progressives sinusoïdales

Exercice 3 - Corde vibrante :

1. **Attention !** pas le droit de "mesurer" sur le dessin.
On compte 3 longueurs d'onde entre le vibreur et le début de l'onde. Par conséquent $t_1 = 3T$ donc $T = 20$ms.
Lien période-célérité-longueur d'onde : $c = \lambda/T$ donc $\lambda = cT = 4$cm. L'onde a alors parcouru 12cm.
2. Au début de l'onde (à droite), le déplacement est vers le bas. Au début, le vibreur s'est déplacé vers le bas.

Exercice 4 - Onde progressive sinusoïdale : 1. Une onde sinusoïdale s'écrit
$$\cos(2\pi f t \pm \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0) \quad \text{ou} \quad \cos(\omega t \pm kx + \varphi_0)$$
On identifie alors (**Attention ! UNITES !!!**) : $\omega = 2,4\pi\ 10^3 = 7,5\ 10^3$rad/s, $f = 1,2\ 10^3$Hz, $k = 7,0\pi$=22m^{-1} et $\lambda = 1/3,5 = 0,29$m

2. Elle s'écrit en $-kx$: propagation suivant les x décroissant.
3. Lien fréquence-vitesse-longueur d'onde : $c = \lambda f$ donc $c = 342\text{m/s}$
4. C'est la vitesse de propagation du son dans l'air. Une fréquence de 1200Hz correspond (entre autre) à la voix humaine.

Exercice 5 - Cuve à ondes :

1. L'onde se propage suivant deux directions de propagations : c'est une onde bi-dimensionnelle.
2. On mesure une dizaine de longueur d'onde et, avec l'échelle, on trouve λ.

3.(a) Lien fréquence-vitesse-longueur d'onde : $c = \lambda f$

(b) Comme $\lambda = c/f$ pour vérifier cette relation il faut tracer λ en fonction de $1/f$.

(c) Si on fait le graphe on réalise que pour les premières mesures, les points s'alignent suivant une droite. Mais les derniers brise "l'alignement" : pour les "basses" fréquences, on a bien une relation $\lambda = c/f$ avec c constante mais pour les "hautes" fréquences, ce n'est plus vrai. La vitesse de propagation dépend de la fréquences aux hautes fréquence. Le milieu est donc non-dispersif aux basses fréquences et dispersif aux hautes fréquences.

(d) Mon mesure la pente et on a c.

4. Même si c'est une onde bi-dimensionnelle on propage l'onde de la même façon :

$$s(r,t) = s(0, t-\tau) \text{ avec } \tau = \frac{r}{c} \Rightarrow s(r,t) = A\cos\omega\left(t - \frac{r}{c}\right)$$

Exercice 6 - Effet Doppler :

Une onde sinusoïdale sonore est émise par une source qui délivre un signal $S(t) = A\cos 2\pi f t$. On appelle c la vitesse du son dans l'air. La source se déplace avec une vitesse v suivant les x croissant. Elle est initialement en O.
On place un observateur en x_1 et dans un premier temps on suppose que la source mobile se trouve avant x_1 sur l'axe.

1. Avance à vitesse constante : $x_S(t) = vt$
2. Propagation du signal : $s(x_1, t) = s_(x_S, t-\tau)$ avec $\tau = \dfrac{x_1 - x_S}{c}$. Donc :

$$s(x_1,t) = A\cos 2\pi f\left(t - \frac{x - vt}{c}\right) = A\cos 2\pi f\left(1 + \frac{v}{c}\right)t - \frac{2\pi f}{c}x$$

Attention ! à bien regrouper ensemble tous les termes dépendant du temps t !!

3. La fréquence est alors $f' = f\left(1 + \dfrac{v}{c}\right) > f$: le son paraît plus aigu.
4. On refait pareil et on trouve $f' = f\left(1 - \dfrac{v}{c}\right) < f$
5. Au début le camion se rapproche : le son est plus aigu. Puis el camion s'éloigne, le son paraît plus grave. D'où le nioooooooooooooooooooon .... (*à imaginer*)

3 Ondes stationnaires

Exercices classiques, réviser le cours

Exercice 7 - Ondes statiques sur la corde de Melde : *Cf cours : c'est vraiment tout pareil ...*

Exercice 8 - Fréquences propres d'un tuyau sonore : *Cf cours : c'est vraiment tout pareil ...*

Pour aller plus loin

Exercice 9 - Superposition onde incidente/réfléchie (*) :

Un haut-parleur, sur lequel un GBF envoie un signal sinusoïdal de fréquence f, crée une onde sonore incidente $a_i(x,t)$, sinusoïdale et de même fréquence f. On prend comme origine O d'un axe (Ox) la position du haut-parleur.
On prend comme origine des phases celle de l'onde émise par le haut-parleur en O, de sorte que l'on puisse écrire $a_i(0,t) = A_0 \cos(\omega t)$.

1. Propagation : $a_i(x,t) = A_0 \cos(\omega t - \omega/cx)$
2. $a_i(L,t) + a_r(L,t) = 0$ donc $a_r(L,t) = -A_0 \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}L\right) = A_0 \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}L + \pi\right)$

   Propage depuis $x = L$: $a_r(x,t) = A_0 \cos\left(\omega t + \frac{\omega}{c}x - 2\frac{\omega}{c}L + \pi\right)$
3. On utilise $\cos p + \cos q = 2\cos\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$ et on trouve :

$$a(x,t) = 2A_0 \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}L + \pi/2\right)\cos\left(\frac{\omega}{c}x - \frac{\omega}{c}L + \pi/2\right)$$

   Il s'agit alors d'une onde de la forme $f(t)g(x)$: onde stationnaire !
   On cherche x_n où $a(x_n,t)$ =max donc

$$\frac{2\pi}{\lambda}x_n - \frac{2\pi}{\lambda}L + \pi/2 = n\pi \quad \text{soit} \quad x_n = \frac{\lambda}{4}(2n-1) - L$$

4 Spectres

Exercice 10 - Spectre de signaux :

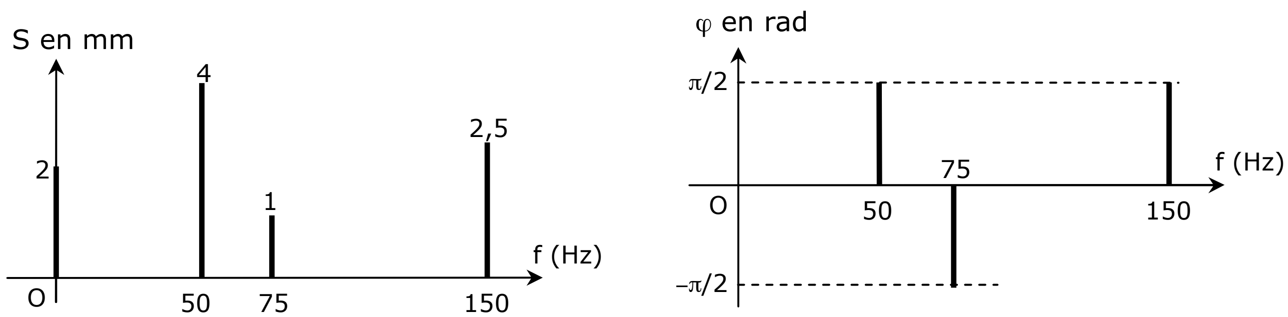

Fig. 1 – Spectre d'une note jouée au piano.

1.a) f_0 =25Hz
b) $s(t) = 2 + 4\cos(4\pi f_0 t + \pi/2) + 1\cos(6\pi f_0 t - \pi/2) + 2,5\cos(12\pi f_0 t + \pi/2)$ c) Dériver un signal $\cos\omega t = -\omega \sin\omega t = \omega\cos\omega t + \pi/2$

$$s'(t) = 2 + 16\pi f_0 \cos(4\pi f_0 t + \pi) + 6\pi f_0 \cos(6\pi f_0 t + \pi/2) + 30\pi f_0 \cos(12\pi f_0 t - \pi/2)$$

2. On propage chaque signal sinusoïdal à partir de $s(t)$ (en enlevant la composante continue) :

$$s(x,t) = 4\cos\left(4\pi f_0 t - \frac{4\pi f_0}{c}x + \pi/2\right) + 1\cos\left(6\pi f_0 t - \frac{6\pi f_0}{c}x - \pi/2\right) + 2,5\cos\left(12\pi f_0 t - \frac{12\pi f_0}{c}x + \pi/2\right)$$