TD 12 Ondes progressives et ondes stationnaires

Lycée Louis Thuillier - Physique-Chimie - PCSI2 - 2023-2024

1 Ondes progressives : *retour au lycée*

Exercice 1 - Séismes :

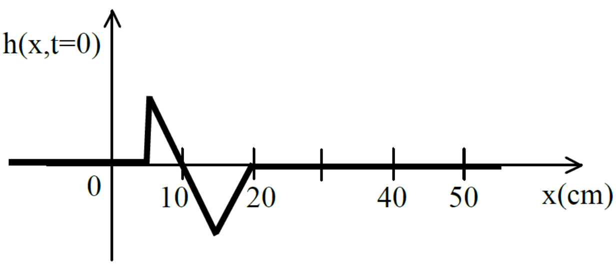
Un séisme produit deux types d'ondes sismiques : les ondes P, longitudinales, qui se propagent avec la célérité c_P et les ondes S, transversales, qui se propagent avec la célérité $c_S < c_P$.
Lors d'un séisme, on commence à détecter les premières à l'instant de date t_P et les secondes à l'instant de date t_S. On appelle Δ la distance à l'épicentre du séisme.

1. Exprimer τ_P et τ_S le temps de propagation des deux ondes en fonction de Δ, c_S et c_P.
2. Exprimer $t_S - t_P$.
3. Montrer qu'on peut déduire de la mesure de $t_S - t_P$, connaissant c_P et c_S, la distance Δ entre le foyer du séisme et l'appareil. ainsi que la date du début du séisme.
4. Application numérique : on donne les vitesses $c_S = 4.50 km/s$ and c_P =7.80 km/s. La station sismique reçoit les deux ondes avec un retard de 17.3 s.

Exercice 2 - Ondes à la surface de l'eau :
Un enfant jette un caillou dans l'eau. A l'instant t = 0 qu'on fixe comme origine des temps, on observe l'allure de la perturbation représentée ci-contre en fonction de la position x. La perturbation se propage dans le sens des x croissants à la célérité c=10 cm/s.

1. Représenter la forme de l'onde à l'instant t = 2s.

   Un poisson se situe à l'abscisse x_0= 50 cm.
2. Au bout de combien de temps le poisson perçoit-il le début de la vague ?
3. Au bout de combien de temps le poisson perçoit-il la fin de la vague ?
4. Représenter, en fonction du temps t, l'évolution de la surface de l'eau au niveau du poisson (en $x_0 =$ 50cm).



2 Ondes progressives sinusoïdales

Exercice 3 - Onde progressive sinusoïdale :
On considère une onde progressive à une dimension dont le signal s'exprime par la formule :

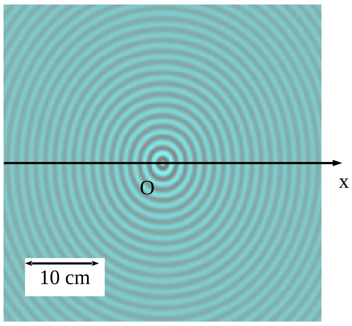
$$s(x,t) = 3\cos(2,4 \times 10^3 \pi t - 7,0\pi x + 0,3\pi) \tag{2.1}$$

où l'on a exprimé le temps t en secondes et la distance x en mètres.
1. Quelle est la fréquence, la pulsation, le vecteur d'onde et la longueur d'onde de cette onde ?
2. Dans quel sens se propage-t-elle ?
3. Quelle est sa vitesse de propagation ?

4. Exprimer la différence de phase entre deux points situés aux abscisses x et $x + d$.
5. Pour quelles valeurs de d, les deux ondes sont en phases ? En opposition de phase ? En quadrature de phase ?
6. Au vu de sa fréquence et de sa vitesse de propagation, de quel type d'onde pourrait-il s'agir ?

Exercice 4 - Cuve à ondes :

La figure représente la surface d'une cuve à onde éclairée en éclairage stroboscopique. L'onde est engendrée par un vibreur de fréquence $f = 18$ Hz. L'image est claire là où la surface de l'eau est haute, foncée là où elle est basse.



1. Est-ce une onde unidimensionnelle ? Justifier.
2. En mesurant sur la figure, déterminer la longueur d'onde.
3. On réalise une série de mesure en faisant varier la fréquence f du vibreur. On mesure à chaque fois la longueur d'onde λ.

f (Hz)	10	15	20	25	30	40	50	60	70
λ (mm)	24	16	10	8	7	6.5	6.3	6.3	6.4

(a) Rappeler le lien entre la fréquence d'une onde et sa longueur d'onde.
(b) Quel graphe faut-il pour vérifier expérimentalement cette loi ? Réaliser le tracé à l'aide de votre calculette.
(c) Le milieu est-il dispersif ? On pourra distinguer deux cas de figure.
(d) Dans la partie non-dispersif, donner la vitesse de l'onde.

4. Le mouvement du vibreur modifie la hauteur d'eau au niveau de l'origine du repère : $h_0(t) = z_0 + A\cos 2\pi ft$.
Écrire le signal $s(r, t)$ de l'onde un en point situé à une distance r de la source.

Exercice 5 - Effet Doppler :

Une onde sinusoïdale sonore est émise par une source qui délivre un signal $S(t) = A\cos 2\pi ft$. On appelle c la vitesse du son dans l'air. La source se déplace avec une vitesse v suivant les x croissant. Elle est initialement en O.
On place un observateur en x_1 et dans un premier temps on suppose que la source mobile se trouve avant x_1 sur l'axe.

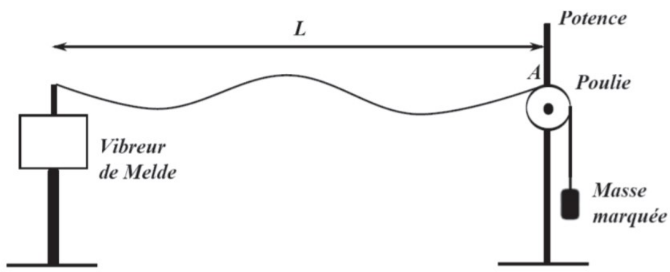
1. Donner la position $x_S(t)$ de la source au cours du temps.
2. Écrire le signal $s(x_1, t)$ perçu par l'observateur.
3. En déduire l'expression de la fréquence f' pour l'observateur. Comparer f' et f : le son paraît plus aigu ou plus grave
4. Reprendre les questions précédentes mais on suppose désormais que la source a dépassé l'observateur et s'en éloigne alors.
5. Vous marchez dans la rue et un camion de pompier, sirène en marche, arrive de derrière et vous dépasse. Qu'entendez-vous ?

3 Ondes stationnaires

Exercices classiques, réviser le cours

Exercice 6 - Ondes statiques sur la corde de Melde :

On considère le dispositif de la corde de Melde. On appelle L la distance entre le vibreur et la poulie. Les points au niveau des extrémités de la corde sont supposés fixes.



On admet que la vitesse des ondes dans la corde est $c = \sqrt{\frac{mg}{\mu}}$, avec m la masse accrochée au bout de la corde et μ la masse linéique de la corde.

Initialement la corde est horizontale au repos et, pour certaine fréquence particulière d'oscillation du vibreur, apparaît des ondes stationnaires.

1. A l'aide d'une analyse dimensionnelle, donner les unité de μ. Proposer alors une expression reliant la masse d'une corde m_c et la longueur l de cette dernière.

▶ Analyse graphique

2. Représenter graphiquement les 3 premiers modes propres de la corde $n = 1, n = 2, n = 3$
Par extrapolation, proposer un lien entre longueur d'onde λ du mode propre n et la longueur L de la corde.
3. En déduire les expression des fréquences f_n des modes propres.

▶ Expression analytique des modes propres

L'élongation y associée à une onde stationnaire sur la corde s'écrit comme :

$$y(x, t) = A\cos(\omega t + \varphi)\cos(kx + \psi)$$

4. Rappeler le lien entre pulsation et période, entre le vecteur d'onde et la longueur d'onde. Rappeler le lien entre pulsation et vecteur d'onde.
5. Que peut-on dire de l'élongation y au point $x = 0$ et $x = L$?
6. Montrer que $\psi = \pm\pi/2$.
On prendra par la suite $\psi = -\pi/2$.
7. Montrer que la longueur d'onde λ ne peut prendre qu'une série discrète de valeurs λ_n, que l'on exprimera en fonction de n et d'un entier n.
8. En déduire que ω ne peut prendre que des valeurs discrètes, dites pulsations propres ω_n, qu'on exprimera en fonction de L, n et c.
9. Exprimer l'élongation y_n, du mode propre n, en fonction de son amplitude A_n, de sa phase φ_n, de la pulsation du fondamentale ω_1, ainsi que de x, L, n et t.

Exercice 7 - Fréquences propres d'un tuyau sonore :

La colonne d'air contenue dans un instrument à vent (flûte, clarinette, orgue ...) vibre selon des modes propres correspondant à des conditions aux limites données.
Dans une modélisation simple, on envisage deux types de conditions :

- ▷ si l'extrémité du tuyaux est ouverte, la surpression acoustique à cette extrémité est nulle
- ▷ si l'extrémité du tuyaux est fermée, l'amplitude de la surpression acoustique à cette extrémité est maximale

Données : vitesse du son dans l'air $c = 340\text{m/s}$.

1. On considère un tuyaux de longueur L ouvert à ses deux extrémités.
   (a) Représenter schématiquement les trois premiers modes propres de la surpression dans le tuyaux.
   (b) Déterminer les longueurs d'ondes et les fréquences de ces trois premiers modes propres.
   (c) On veut créer un tuyau pour jouer un Do grave, fréquence 34Hz. Calculer la longueur minimale du tuyau.

2. Le tuyau est percé au niveau du centre, imposant une surpression nulle en $L/2$.
   (a) Justifier que le précédent mode propre $n = 1$ n'est plus possible.
   (b) Quels sont les seules modes propres restant ?
   (c) Quelle est alors la nouvelle fréquence du son joué par le tuyau ?

3. On s'intéresse à un tuyaux fermé au niveau de l'origine et ouvert à l'autre extrémité.
   (a) Représenter schématiquement les trois premiers modes propres de la surpression dans le tuyaux.
   (b) Déterminer les longueurs d'ondes et les fréquences de ces trois premiers modes propres.
   (c) Montrer qu'un tel tuyau ne comprend que les harmoniques impairs.

   Dans de nombreux instruments à vent, on peut boucher ou non des trous situés à des intervalles régulier le long du tuyau. On ouvre un trou à une distance $L/3$ de l'origine $\Delta P(x = L/3, t) = 0$.

   (d) Déterminer la nouvelle fréquence du son émis par le tuyau ?

Exercice 8 - Spectre de signaux :

On donne les spectres en amplitude et en phase d'un signal temporel $s(t)$, avec s homogène à une distance.

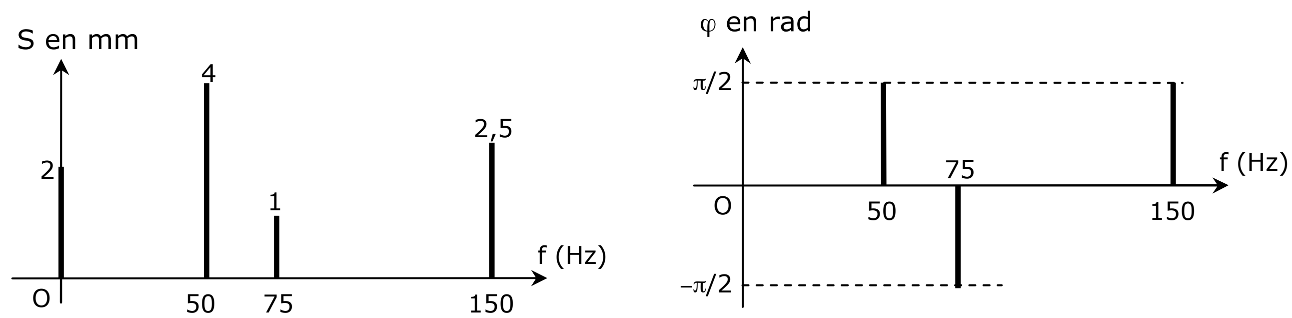


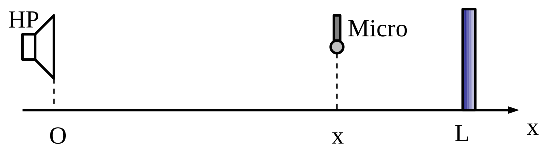
Fig. 1 – Spectre d'une note jouée au piano.

1.a) Donner la fréquence fondamentale f_0 du signal.
b) Donner l'expression de s(t) en fonction de f_0
c) Donner les spectres en amplitude et en phase de la dérivée temporelle du signal.
2. Le signal se propage sous la forme d'une onde plane progressive de célérité c=15 m/s vers les x croissants. Donner alors l'expression de s(x,t) et calculer les longueurs d'onde présentes.

Pour aller plus loin

Exercice 9 - Superposition onde incidente/réfléchie, création d'une onde stationnaire :

On considère le montage expérimental de la figure ci-contre permettant d'étudier la réflexion d'une onde sonore sur le matériau placé à l'abscisse $x = L$.



Un haut-parleur, sur lequel un GBF envoie un signal sinusoïdal de fréquence f, crée une onde sonore incidente $a_i(x,t)$, sinusoïdale et de même fréquence f. On note c la vitesse du son dans l'air. On prend comme origine O d'un axe (Ox) la position du haut-parleur.

n prend comme origine des phases celle de l'onde émise par le haut-parleur en O, de sorte que l'on puisse écrire $a_i(0,t) = A_0 \cos(\omega t)$.

1. Donner l'expression de l'onde sonore incidente $a_i(x,t)$.
2. On considère que l'obstacle, situé en $x = L$, est parfaitement absorbant : pour une onde incidente dont la surpression en $x = L$ est $a_i(L,t)$, l'onde réfléchie $a_r(x,t)$ est telle que $a_r(L,t) = -a_i(L,t)$ à tout instant. En déduire l'expression de l'onde réfléchie $a_r(x,t)$.
3. Exprimer l'onde résultante $a(x,t) = a_i(x,t) + a_r(x,t)$ sous la forme d'un **produit** de deux fonctions sinusoïdales. De quel type d'onde s'agit-il ? Donner la position x_n des ventres en fonction de L, λ est d'un entier n.
4. Représenter les 3 premiers modes de vibrations. En déduire que, pour que cette onde existe, la fréquence du HP doit être un multiple entier d'une fréquence que l'on exprimera en fonction de L et c.
5. (*option*) Reprendre les questions précédentes mais avec un obstacle parfaitement réfléchissant où $a_r(L,t) = a_i(L,t)$