TD15 Principe de la dynamique newtonienne

Lycée Louis Thuillier - Physique-Chimie - PCSIB

1 Chute libre

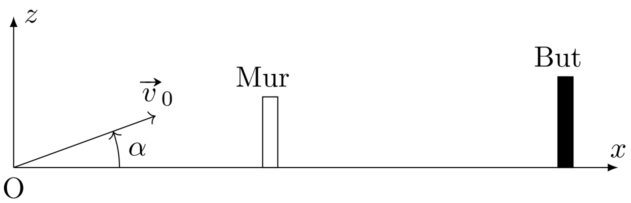
Exercice 1 - Profondeur d'un puits :
Pour connaître la profondeur H d'un puits, on lâche sans vitesse initiale une pierre. Le son du choc de la pierre contre le fond du puits est perçu au bout d'une durée $T = 7,30$ s après le lâcher de la pierre. Calculer H

- ▷ en ne prenant pas en compte la propagation du son
- ▷ en prenant en compte la propagation.

On prend $g = 9,81$ m.s^{-2} . La vitesse du son dans l'air valant $c = 340$m/s

Réponses : $H = 218$m

Exercice 2 - Coup franc :
On étudie un coup franc de football tiré à 20 m, face au but de hauteur 2.44 m (cf figure). Le ballon de masse $m = 430$ g est assimilé à un point matériel M posé sur le sol initialement en O. Le mur, de hauteur 1.90 m, est situé à 9.15 m du ballon. Le ballon est lancé avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ initiale de norme $20\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ et formant un angle α de 20° avec l'horizontale. L'origine des temps correspond au départ du ballon.

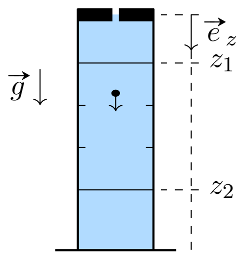


Mouvement sans frottement

1. Dans un premier temps, on néglige totalement les frottements de l'air. Établir l'équation $z(x)$ de la trajectoire.
2. Le ballon passe-t-il au dessus du mur ? Le tir est-il cadré ? Quelle est la durée du tir ?
   astuce : pour ces questions, prendre le temps de "traduire" les questions en formule mathématiques sur $z[x]$ ou $z(t)$.
   Mouvement avec frottement
3. En réalité, des frottements existent que l'on modélise par une force $\vec{F} = -h\vec{v}$ où h est une constante positive de valeur $5 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg\cdot s^{-1}}$ et $\vec{v}$ le vecteur vitesse de M à chaque instant.
   En appliquant le PFD, montrer que les composantes du vecteur vitesse de la balle vérifie une équation différentielle du premier ordre.
4. Montrer que la vitesse tend vers une valeur limite $\vec{v}_{lim}$ qu'on exprimera.
5. Donner un ordre de grandeur du temps nécessaire à cette évolution. La balla atteindra-t-elle un jour cette vitesse limite ?

2 Frottements

Exercice 3 - Viscosimètre à bille :



Une bille en acier (de masse volumique $\rho_a = 7800\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$) de rayon $R = 5\,\mathrm{mm}$ tombe dans de la glycérine (de masse volumique $\rho_g = 1260\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$). La bille subit, lorsqu'elle possède la vitesse $\vec{v}$, une force de frottement fluide (ou force de traînée) $\vec{F} = -6\pi\eta R\vec{v}$ où η est une constante appelée viscosité dynamique de la glycérine. L'accélération de la pesanteur vaut $g = 9.81\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. On néglige la poussée d'Archimède.

On lâche la bille au niveau du haut du tube sans vitesse initiale.

1. Préciser le référentiel d'étude. Effectuer un bilan des forces s'appliquant sur la bille.
2. Établir l'équation différentielle que vérifie la vitesse de la bille $\vec{v}$. Quelle la constante τ du mouvement ?
3. A partir de l'équation du mouvement, montrer que la vitesse de la bille tend vers une valeur limite dont on donnera l'expression en fonction des données du problème.
   Pour quels temps cette vitesse est-elle atteinte ?
4. Donner l'expression de la vitesse au cours du temps.

   L'expérience est réalisée dans un tube vertical contenant de la glycérine. On lâche la bille à la surface du liquide choisie comme référence des altitudes, puis on mesure la durée $\Delta t = 1.6\,\mathrm{s}$ mise pour passer de l'altitude $z_1 = 10\,\mathrm{cm}$ à $z_2 = 50\,\mathrm{cm}$.
   On suppose qu'entre ces deux altitudes, le régime permanent est atteint.
5. En déduire l'expression puis la valeur numérique de la viscosité η.
6. Donner la valeur numérique de τ et donner un ordre de grandeur de la distance parcourue pendant ce temps. Pourquoi ne pas avoir réalisé la mesure précédente depuis la surface ?
7. On donne $\eta_{eau} = 1.0\times 10^{-3}\,\mathrm{Pa\cdot s}$. À votre avis, ce dispositif est-il adapté à la mesure de la viscosité de l'eau ?

Exercice 4 - Voiture et frottements fluides :

Une voiture, de masse m, roulant rectilignement à la vitesse $v_0 = v_0\overrightarrow{u_x}$, coupe son moteur à $t = 0$ et n'est plus soumise, suivant $\overrightarrow{u_x}$, qu'à une force de frottement proportionnelle à la vitesse $\vec{F} = -h\vec{v}$.

1. Écrire l'équation décrivant la variation de v en fonction du temps (on fera apparaître une constante de temps τ que l'on définira).
   En déduire l'équation horaire du mouvement.
2. Au bout de combien de temps et sur quelle distance la voiture s'arrête-t-elle ?
3. Exprimer la vitesse de la voiture en fonction de sa position : $v(x)$.
4. Reprendre l'étude précédente si la force de frottement est de la forme : $\vec{F} = -k\|\vec{v}\|\vec{v}$.
   Astuce :
   $$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{1}{1+t/\tau}\right] = -\frac{1}{\tau}\left(\frac{1}{1+t/\tau}\right)^2$$

Réponses : 1. $\tau = m/h$; $x(t) = v_0\tau(1-e^{-t/\tau})$ — *2.* $v(t) = \dfrac{v_0}{1+\frac{t}{\tau}}$ *où* $\tau = \dfrac{m}{kv_0}$; $x(t) = v_0\tau\ln\left(1+\dfrac{t}{\tau}\right)$

Exercice 5 - Descente à ski (frottement solides) :

Un skieur de masse m descend une piste faisant un angle α avec l'horizontale. L'air exerce une force de frottement de la forme $\vec{F} = -\lambda\vec{v}$ où λ est un coefficient constant positif et $\vec{v}$ la vitesse du skieur.
La neige exerce sur le skieur un frottement solide de coefficient dynamique.

On choisit comme origine de l'axe Ox la position initiale du skieur que l'on suppose partir avec une vitesse nulle et on note (Oy) la normale à la piste.
On prend $m = 80\,\mathrm{kg}$, $\alpha = 45°$ et $\lambda = 10\,\mathrm{kg\cdot s^{-1}}$, $f = 0.05$.

1. Déterminer la réaction normale exercée par la neige sur le skieur.

2. Montrer que le skieur atteint une vitesse limite v_l. Calculer v_l (le record du monde de vitesse en ski est d'environ $250\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1}$).

3. Déterminer la vitesse du skieur au cours du temps.

4. Calculer l'instant t_1 où le skieur atteint une vitesse égale à $v_l/2$.

5. À la date t_1, le skieur chute. On néglige alors la résistance de l'air et le coefficient de frottement avec le sol est multiplié par 100. Calculer la distance parcourue par le skieur dans cette position avant de s'arrêter.

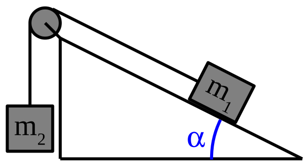
En réalité, la modélisation pour les frottements de l'air n'est pas pertinente. On choisit donc maintenant $\vec{F} = -KSv\vec{v}/2$. On prendra $K = 0.6\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}$ et $S = 0.4\,\mathrm{m}^2$.

6. En négligeant les frottements avec la piste montrer que le skieur atteint une vitesse nouvelle limite v_l.

3 Tension/ressorts

Exercice 6 - Masses reliées par une poulie :

Deux masses m_1 et m_2 sont reliées par un fil inextensible de masse négligeable. La masse m_1 glisse sans frottements sur un plan incliné d'angle α et la masse m_2 a un déplacement vertical, le fil glissant sans frottements sur une poulie.



1. Introduire pour chaque masse un repère de coordonnées adapté à leur mouvement.

2. Quel est le lien entre l'accélération (en norme) de la masse 1 et celle de la masse 2 ?

3. Déterminer la réaction R du plan incliné sur la masse m_1.

4. Exprimer la tension T du fil.

Réponses : $T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g(1 + \sin\alpha)$; $N = m_1 g \cos\alpha$

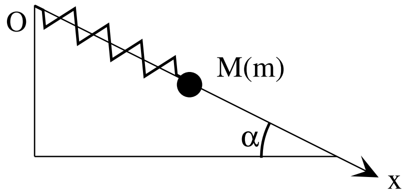
Exercice 7 - Tension d'une corde :

1. Une pierre de masse m est attachée au bout d'une corde sans masse de longueur R. On laisse le fil pendre librement. Lorsque la pierre est en équilibre, exprimer la norme de la tension de la corde T en fonction de m et g.

2. La pierre est mise en mouvement circulaire uniforme, de rayon R, dans le plan horizontale à la vitesse v_0.
   - ▷ Introduire un repère et exprimer la position, vitesse et accélération de la pierre en fonction de R, v_0 et des vecteurs de la base.
   - ▷ Réaliser un bilan des forces.
   - ▷ A l'aide du PFD en déduire la norme de $\vec{T}$, la tension du fil.

3. (*) La pierre réalise un mouvement circulaire non-uniforme, de rayon R, dans le plan verticale. On repère la position de la pierre à l'aide de l'angle θ que le fil forme avec la verticale.
   - ▷ Introduire un repère cylindrique et exprimer la position, vitesse et accélération de la pierre en fonction de R, $\dot{\theta}$, $\ddot{\theta}$ et des vecteurs de la base.
   - ▷ Réaliser un bilan des forces (on n'oubliera pas la pesanteur).
   - ▷ A l'aide du PFD en déduire la norme de $\vec{T}$, la tension du fil, en fonction de R, m, g, θ et $\dot{\theta}$
   - ▷ Lorsque la pierre passe par le point le plus bas, la tension de la corde T_0 est égale à trois fois le poids de la pierre. En déduire la vitesse $v(\theta = 0)$ de la pierre en ce point.

Exercice 8 - Ressort sur plan incliné :



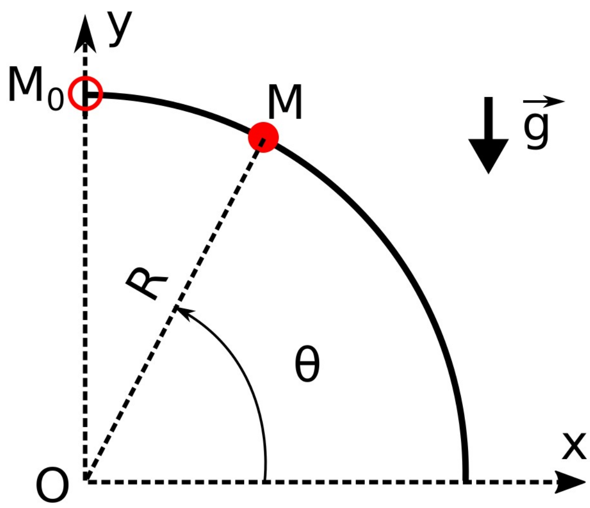
On considère un ressort de raideur k et de longueur au repos l_0 , dont les extrémités sont reliées à un point fixe O et à un point matériel M de masse m. On suppose qu'il n'existe pas de frottement lors du glissement sur le plan incliné. S

1. Déterminer l'abscisse x_{eq} du point M à l'équilibre en fonction de l_0 ,m, g, k et α.
2. A partir de la position d'équilibre, M est déplacé d'une distance d comptée algébriquement sur Ox et lâché sans vitesse initiale.
   Etablir l'équation horaire $x(t)$ en fonction de d, k, m et x_e.

Réponses : $x_e = l_0 + \frac{mg}{k}\sin\alpha$; $x(t) = x_e + d\cos\omega_0 t$

Réaction du support et décollage

Exercice 9 - Piste de luge : On considère une piste de luge qui a la forme d'un demi cercle de centre O et de rayon R. On néglige les frottement solide (on glisse sur de la glace) et fluide (on ne va pas assez vite).
La luge commence en M, $\theta = \pi/2$, sans vitesse initiale et glisse le long de la piste. On cherche l'angle θ_1 pour lequel la luge décolle de la piste.



1. Déterminer les expressions des vecteurs vitesses et accélération du point M.
2. Par l'application du PFD, donner deux équations du mouvement dont une peut s'écrire sous la forme :

$$\ddot{\theta} = k\cos\theta$$

   avec k une constante dont on précisera l'expression.
3. En intégrant l'expression précédente, obtenir une expression de $\dot{\theta}$ en fonction de la position θ.
4. En déduire une expression du vecteur vitesse de la luge au point M.
5. Montrer que la luge décolle au point de coordonnées $\theta_1 = \arcsin 2/3$.
   En déduire la valeur de la vitesse au décollage.