TD16 Approche énergétique du mouvement d'un point

Lycée Louis Thuillier - Physique-Chimie - PCSIB

Les indispensables

Exercice 1 - Applications directes du cours :

1. Un cycliste, de masse $m = 80\,\mathrm{kg}$ bicyclette incluse, effectue l'ascension du Mont Ventoux. Il roule à la vitesse constante $v = 10.5\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1}$ sur une pente qui fait un angle $\alpha = 30$ degrés avec l'horizontale.
   (a) Quelle est la puissance $\mathcal{P}$ du poids ?
   (b) Un ordinateur portable consomme environ $\mathcal{P}' = 50\,\mathrm{W}$. Commenter les deux puissances.
2. Un skieur de 80 kg skie sans frotter sur la neige et effectue un dénivelé de 15 m. Sachant qu'il est parti à l'arrêt, quelle vitesse atteint-il (en $\mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1}$) ?
3. Un traineau de masse 20kg, initialement au repos, glisse sur une pente en partant d'une altitude de 20m ; il atteint le bas de la pente avec une vitesse de 16m.s$^{(-1}$. Calculer la perte d'énergie dûe aux phénomènes de frottement.

Exercice 2 - Distance de freinage :

Une voiture de masse $m = 1500\,\mathrm{kg}$ roule à la vitesse de $50\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1}$ sur une route horizontale. L'automobiliste freine et s'arrête sur une distance de $d = 15\,\mathrm{m}$. La force de freinage est supposée constante.

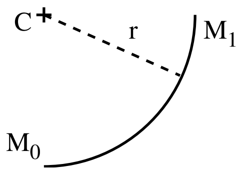
1. Déterminer le travail de cette force et en déduire la norme de T.
2. En supposant que cette force reste inchangée, quelle distance faut-il pour s'arrêter avec une vitesse initiale de $90\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1}$?

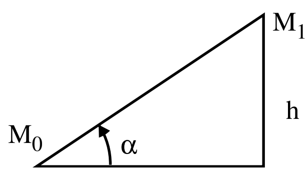
Exercice 3 - Théorème de l'Ec/Em :

Une bille de masse $m = 50\mathrm{kg}$ est susceptible de glisser :

• à l'intérieur d'une portion de jante circulaire, quart de cercle de centre C et de rayon $R_0 = 5\mathrm{m}$ avec une force de frottement constante $F = 100\mathrm{N}$ opposée à la vitesse

• sur une pente de hauteur $h = 5\mathrm{m}$ en présence de frottement de coefficient de glissement dynamique $f = 0.4$ constant, sur un plan incliné d'angle α.

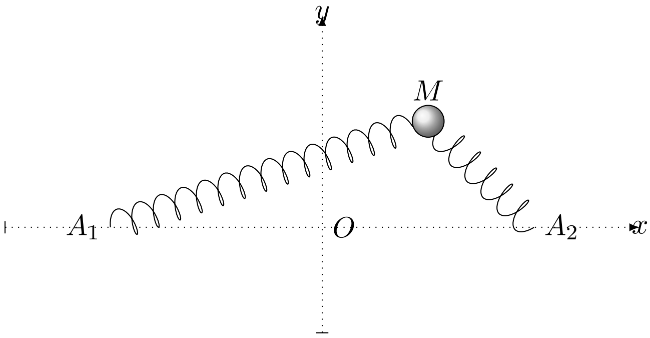




Déterminer dans chaque cas la vitesse minimale v_0 qu'il faut communiquer à la bille en M_0 afin qu'elle atteigne le point M_1.

Exercice 4 - Stabilité d'une position d'équilibre :

On considère un point matériel M de masse m relié à deux ressorts de raideur k et de longueur à vide l_0. Les ressorts sont attachés de part et d'autre du point O, centre du repère cartésien utilisé. On note A_1 et A_2leurs points d'attaches et $a = OA_1 = OA_2$.
O néglige la pesanteur et tout phénomène de frottement.



1. Déterminer l'énergie potentielle du point M en fonction de l_1 et l_2, les longueurs des ressorts 1 et 2.
2. Exprimer l_1 et l_2 en fonction des coordonnées du point M.
3. En déduire l'expression des forces de rappels des deux ressorts.

   On se place désormais sur l'axe (Oy),$x = 0$.
4. A l'aide de l'énergie potentielle, montrer qu'il au moins une position d'équilibre.
   A quelle condition sur a y en a-t-il plusieurs ?
5. Discuter la stabilité des positions d'équilibres suivant la valeur de a.

Exercice complet

Exercice 5 - Saut à l'élastique :

Un sauteur à l'élastique est modélisé par un point matériel M de masse $m = 70$ kg. Il tombe (sans vitesse initiale) depuis un pont avec un élastique accroché à ses pieds. La longueur de l'élastique non tendu est $l_0 = 20\,\mathrm{m}$. L'élastique est modélisé par un ressort de raideur $k = 120\,\mathrm{N/m}$.

La tension maximale permise par l'élastique (avant rupture) est $T_{\max} = 1.5\,\mathrm{kN}$. La hauteur du pont $H = 45\,\mathrm{m}$. L'étude du saut comporte deux phases :
- la première au cours de laquelle le fil n'est pas tendu, et où il n'exerce donc pas de force de rappel ;
- la seconde au cours de laquelle le fil se tend, exerçant une force de rappel, jusqu'à sa longueur maximale.

Les frottements sont négligés et on prendra $g = 9.8\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. **Phase 1**
   (a) Faire un schéma de la situation au cours de la première phase.
   (b) Déterminer la vitesse $v(z)$ en fonction de la position z.
   (c) Donner la vitesse à la fin de cette phase.
2. **Phase 2**
   (a) Faire un schéma de la situation au cours de la seconde phase.
   (b) Déterminer la vitesse $v(z)$ en fonction de la position.
   (c) En dérivant par rapport au temps le TEM, retrouver l'équation du mouvement.
   (d) Déterminer la longueur maximale du fil et la tension correspondante. Le fil va-t-il rompre ? Le pont est-il assez haut ?

Exercice 6 - Mouvement dans le champ de pesanteur terrestre :

Attention ! *PFD interdit dans cet exercice !!*
On admettra que la gravitation créée par la Terre, de masse M, de centre O et de rayon R, est identique à celui créé par une masse ponctuelle M placée en O, pour tout point situé à une distance $r > R$ de O.

1. Rappeler la force d'interaction gravitationnelle entre une masse m et la Terre.
   Au niveau de la surface de la Terre, comment s'appelle cette force. En déduire une expression de g.
2. Donner l'expression de l'énergie potentielle d'interaction gravitationnelle E_p et tracer la courbe $E_p = f(r)$ pour $r > R$.
3. Un satellite artificiel, de masse m, décrit une orbite circulaire à une distance r_0 constante du centre de la Terre. Déterminer en fonction de g_0, R, M et r_0 :

- ▷ la vitesse du satellite
- ▷ la durée de l'une de ses révolutions autour de la Terre.
- ▷ l'énergie cinétique du satellite.

4. On suppose qu'un projectile est lancé du sol verticalement avec la vitesse v_0.
   - ▷ Exprimer sa vitesse v lorsqu'il passe en un point distant de r du centre de la Terre.
   - ▷ Pour quelle valeur de r cette vitesse s'annulerait-elle ? En déduire la valeur minimale de v_0 pour que le projectile s'éloigne indéfiniment de la Terre. On néglige la résistance de l'air.

Réponses : $v_0 = \sqrt{g_0\frac{R^2}{r}}$; $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{g_0R^2}}$; $E_c = \frac{1}{2}mg_0\frac{R^2}{r}$; $v = \sqrt{v_0^2 - 2g_0R\left(1-\frac{R}{r}\right)}$; $v_{0(min)} = \sqrt{2g_0R}$

Exercice 7 - Travail d'une force non conservative (*) :

Un point matériel est astreint à se déplacer dans le plan xOy. Il est soumis à une force dont l'expression en fonction des coordonnées x et y du point matériel est :

$$\overrightarrow{F} = \alpha(y^2\overrightarrow{u_x} - x^2\overrightarrow{u_y})$$

On va chercher à prouver que cette force n'est pas conservative. Le point matériel se déplace du point A de coordonnées (0, $a < 0$) au point B de coordonnées (b,0). On cherche à calculer le travail de la force $\overrightarrow{F}$ lors du déplacement

- ▷ chemin 1 : en suivant les deux segments de droite (AO) puis (OB) : chemin Γ_2.
- ▷ chemin 2 : en suivant la droite (AB) : chemin Γ_1.

1. **Chemin 1**
   (a) exprimer le déplacement élémentaire sur chacun des deux segments
   (b) calculer le travail sur chacun des deux segments
   (c) en déduire le travail total
2. **Chemin 2**
   (a) montrer qu'un déplacement horizontal dx induit un déplacement vertical dy :

   $$\mathrm{d}y = \frac{b}{a}\mathrm{d}x$$

   (b) donner le travail élémentaire de la force en fonction de α, a, b et dx
   (c) En déduire le travail total
3. Conclure sur le caractère conservatif de la force

Réponses : Force non conservative ; $W(\Gamma_1) = 0$; $W(\Gamma_2) = \alpha\frac{ab}{3}(a+b)$