Le Soulard

PCSI

Tome 0 : Méthodes

- *Fiche méthodes des différents chapitres de l'année*
- *Rappel des notions mathématiques nécessaire*

Cours de Physique
de première année
de classe préparatoire

Lycée Louis Thuillier

RETROUVER LA DIMENSION D UNE GRANDEUR

TROUVER L’EXPRESSION D’UNE GRANDEUR PAR LES DIMENSIONS

FAIRE DE LA GÉOMÉTRIE DU TRIANGLE

APPLIQUER LES LOIS DE SNELL-DESCARTES

ÉTUDIER UN SYSTÈME A PLUSIEURS LENTILLES

APPLIQUER LA RELATION DE CONJUGAISON DE DESCARTES, EXPRESSION DU GRANDISSEMENT

FICHE DES DIPÔLE : SYMBOLE, LIEN U-I, CONTINUITÉ, PUISSANCE REÇUE ET COMPORTEMENT

DISCUTER LE CARACTÈRE GÉNÉRATEUR OU RÉCEPTEUR D'UN DIPÔLE

APPLIQUER UN PONT DIVISEUR DE COURANT/TENSION

ASSOCIER DES RÉSISTANCES

OBTENIR LES VALEURS INITIALES DES GRANDEURS ÉLECTRIQUES

OBTENIR L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE D'UN CIRCUIT

RÉALISER UN BILAN DE PUISSANCE, CALCULER L'ÉNERGIE REÇUE/FOURNIE

RÉSOUDRE UNE ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE D'ORDRE 1 LINÉAIRE

MANIPULER UN SIGNAL SINUSOÏDALE : LIEN FONCTION-GRAPHE

RÉSOUDRE UNE ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE D'OSCILLATEUR HARMONIQUE

RÉSOUDRE UNE ÉQUATION D'OSCILLATEUR AMORTI

FICHE DES DIPÔLE EN RSF : IMPÉDANCE ÉLECTRIQUE, COMPORTEMENTS A HAUTES ET BASSES FRÉQUENCES

PASSER AUX COMPLEXES, RETOUR AUX RÉELS

ÉTUDIER DEUX SIGNAUX : AMPLITUDE ET DÉPHASAGE

APPLIQUER UN PONT DIVISEUR DE TENSION/COURANT

ÉTUDIER UNE RÉSONANCE EN COURANT

ÉTUDIER UNE RÉSONANCE EN TENSION

ÉTUDIER UN FILTRE : LES 6 QUESTIONS CLASSIQUES

FICHE DES 4 FILTRES CLASSIQUES

REPRÉSENTER ET ÉTUDIER UN SIGNAL VIA SON SPECTRE

LIRE ET UTILISER UN DIAGRAMME DE BODE

ÉTUDIER UNE ONDE STATIONNAIRE VIA SES MODES PROPRES DE VIBRATION

PROPAGER UNE ONDE, CARACTÉRISTIQUES SPATIO-TEMPORELLES

ÉTUDIER DES INTERFÉRENCES A ONDES LUMINEUSES

ÉTUDIER DES INTERFÉRENCES A ONDES MÉCANIQUES

ÉTUDIER UN SYSTÈME TYPE "TROUS D'YOUNG" : DIFFÉRENCE DE MARCHES ET DL

COMMENCER UN EXERCICE EN COORDONNES CYLINDRIQUE

COMMENCER UN EXERCICE EN COORDONNES CARTÉSIENNES

PROJETER UN VECTEUR DANS UNE BASE

ÉTUDIER UN MOUVEMENT CIRCULAIRE, ACCÉLÉRATION LA FRENET

EXPRIMER LES FORCES DE FROTTEMENTS SOLIDES

APPLIQUER LE PFD

QUELLE MÉTHODE APPLIQUER EN FONCTION DE L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE A RÉSOUDRE

APPLIQUER LA MÉTHODE DE SÉPARATION DES VARIABLES POUR INTÉGRER

CALCULER LE TRAVAIL D'UNE FORCE SUR UNE TRAJECTOIRE

COMMENT TROUVER L'ÉNERGIE POTENTIELLE D'UNE FORCE

APPLIQUER LE TEM

FICHE DES ÉNERGIE POTENTIELLES CLASSIQUE : POIDS, GRAVITATION ET RESSORT

OBTENIR LES ÉQUATIONS DU MOUVEMENT VIA L'ÉNERGIE

ÉTUDE DES POSITIONS D'ÉQUILIBRE VIA l'ENERGIE

APPLIQUER LE TMC

CALCULER LE MOMENT D'UNE FORCE

INTRODUIRE L'ÉNERGIE POTENTIELLE EFFECTIVE ET ETUDIER LES DIFFÉRENTS TYPES DE MOUVEMENT

ÉTUDIER UN MOUVEMENT A FORCE CENTRALE QUELCONQUE

ÉTUDIER LA TRAJECTOIRE D'UN ASTRE A L'AIDE DES ÉNERGIES DES TRAJECTOIRES

APPLIQUER LE TMC A UN SOLIDE EN ROTATION

CALCULER LE MOMENT D'UNE FORCE EXERCÉE SUR UN SOLIDE

TROUVER LES VARIABLES THERMODYNAMIQUE D'UN SYSTÈME A L'ÉQUILIBRE

REPRÉSENTER UNE TRANSFORMATION THERMODYNAMIQUE ET CALCULER LA VARIATION D'ÉNERGIE INTERNE

APPLIQUER LE PREMIER PRINCIPE AVEC L'ÉNERGIE INTERNE

APPLIQUER LE PREMIER PRINCIPE AVEC L'ENTHALPIE, APPLICATION A LA CALORIMETRIE

CALCULER LE TRAVAIL DES FORCES DE PRESSION

APPLIQUER LE SECOND PRINCIPE DE LA THERMODYNAMIQUE

REPRÉSENTER UNE TRANSFORMATION THERMODYNAMIQUE SUR UN DIAGRAMME (P,V)

ÉTUDIER UN ÉQUILIBRE LIQUIDE-VAPEUR

REPRÉSENTER UNE TRANSITION DE PHASE DANS UN DIAGRAMME (P,T) et (P,V)

APLLIQUER LE PREMIER PRINCIPE DANS LE CAS D'UNE TRANSITION DE PHASE

DÉMONTRER ET UTILISER LES THÉORÈME DE CARNOT

ÉTUDIER UNE MACHINE THERMIQUE SANS LES DÉTAILS DU CYCLE

ÉTUDIER LE CYCLE D'UNE MACHINE THERMIQUE

CALCULER LA RÉSULTANTE DES FORCES DE PRESSION SUR UNE PAROI

CALCULER LE CHAMP DE PRESSION DANS UN FLUIDE

ÉTUDIER LE MOUVEMENT D'UNE PARTICULE SOUMIS A LA FORCE DE LORENTZ

DEUX CONFIGURATION DE CHAMPS A CONNAITRE

CALCULER LE MOMENT DE LA FORCE DE LAPLACE

CALCULER LA FORCE DE LAPLACE

APPLIQUER LA LOI DE LENZ

CALCULER LA f.e.m. DE FARADAY

RÉALISER UNE ÉTUDE D'INDUCTION TYPE NEUMANN

RÉALISER UNE ÉTUDE D'INDUCTION TYPE LORENTZ

Need to know

Mathématiques et calculs

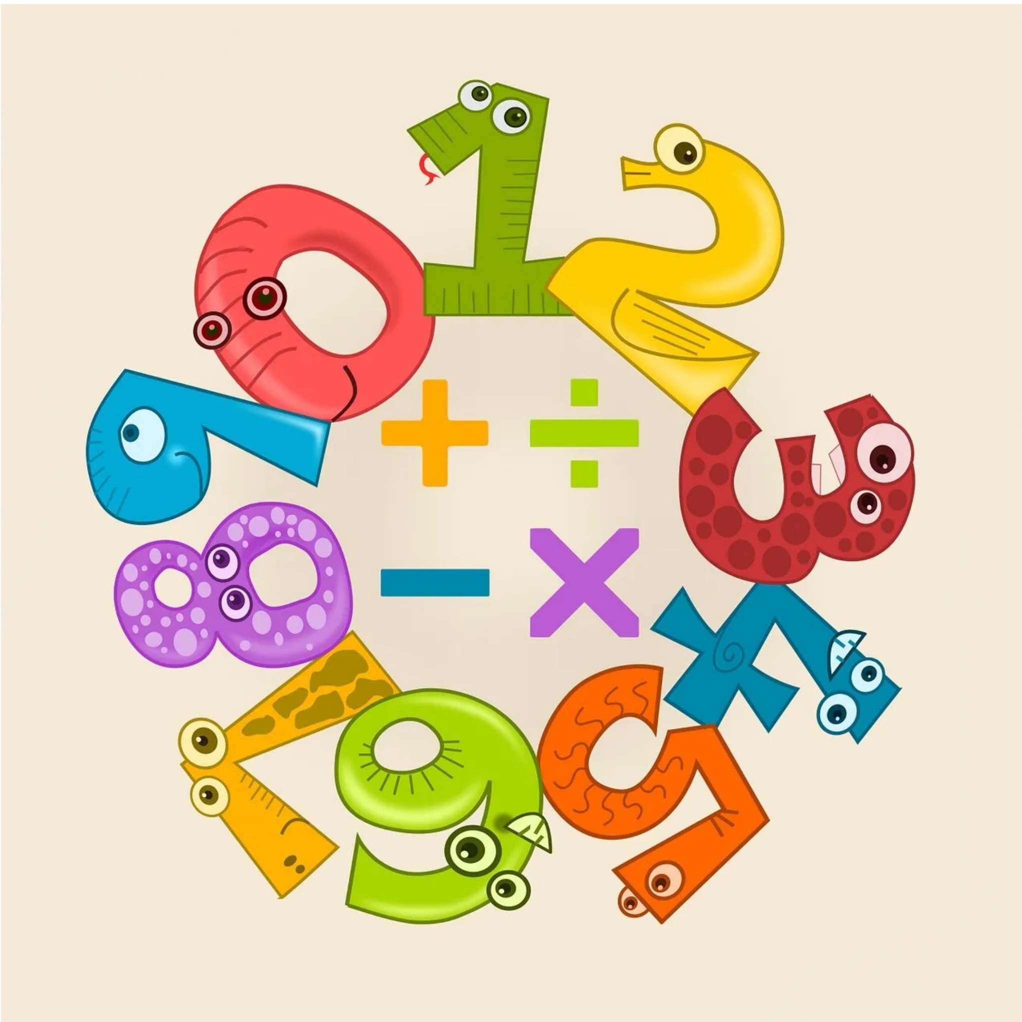
Lycée Louis Thuillier - Physique-Chimie - PCSIB

Table des matières

1 Opération de base 2
1.1 Équation à une inconnue. 2
1.2 Fraction 3
1.3 Loi de puissance 5
1.4 Système à deux inconnues 7

2 Analyse et fonction 8
2.1 Intégrale et dérivée de puissance 8
2.2 Fonction logarithme et exponentielle 9
2.3 Fonction trigonométrique 11
2.4 Analyse de fonction. 14

3 Géométrie 16
3.1 Géométrie du triangle 16
3.2 Vecteur et projection 18



1 Opération de base

1.1 Équation à une inconnue

▶ Polynôme d'ordre 1

Une seule règle d'or !!

Propriété. Forme simplifiée
On se forcera **toujours** à écrire une équation où X est à la puissance 1 sous la forme $\alpha X + \beta = 0$. La solution est alors (*évidemment*) $X = -\beta/\alpha$.

Attention ! le terme α s'écrira souvent la forme d'une grande parenthèse

Alors évidemment tout ça est, en théorie, très simple. La principale difficulté proviendra du nombre de terme à manipuler. On fera particulièrement attention à :
- ▷ les erreurs de parenthèses
- ▷ les erreurs de signes
- ▷ les erreurs de factorisation/distribution

▶ Polynôme d'ordre 2

Attention ! Pour qu'un polynôme en X soit "*réellement*" d'ordre 2, il doit contenir X^2 et X !

$$\text{l'équation } 2X^2 - 1 = 3 \text{ se résout facilement via } X^2 = 2 \;\Rightarrow\; X = \pm\sqrt{2}$$

on n'oublie pas le ± !!

Propriété. Résolution
- ▷ on écrit le polynôme sous forme canonique : le terme en X^2 doit être multiplié par 1, $X^2 + bX + c = 0$
- ▷ on calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4c$
- ▷ suivant son signe on a deux types de solutions

Discriminant positif :
solution réelle

$$X = \frac{b^2 \pm \sqrt{\Delta}}{2}$$

Discriminant négatif :
solution imaginaire

$$X = \frac{b^2 \pm j\sqrt{-\Delta}}{2}$$

Astuce : si X est une grandeur physique (une masse, un temps, un volume, une pression, ...), elle est forcément réelle. Le fait que Δ doit être positif est une information souvent pertinente !

Exercice 1 - *Un peu de tout ...* :

1. *(Oscillateur amortis)* Donner r : $r^2 + \frac{\omega_0}{Q} r + \omega_0^2 = 0$. On distinguera 3 cas suivant la valeur de Q.
2. *(Résonance)* Donner ω_r : $\left(1 - \frac{\omega_r^2}{\omega_0^2}\right) - \frac{1}{2Q^2} = 0$.
3. *(Thermodynamique)* Donner l_{fus} : $m_g c_g (T_{fus} - T_g) + m_g l_{fus} + m_g c_l (T_f - T_{fus}) + m_l c_l (T_f - T_c) = 0$
4. *(Thermodynamique)* Donner c_g : $m_g c_g (T_{fus} - T_g) + m_g l_{fus} + m_g c_l (T_f - T_{fus}) + m_l c_l (T_f - T_c) = 0$
5. *(Mécanique)* Donner z_{eq} : $k\left(z_{eq} - l_0\right) - mg = 0$
6. *(Mécanique)* Donner z_{max} : $\frac{1}{2} k \left(z_{max} - l_0\right)^2 + mgz_{max} = \frac{1}{2} m v_0^2 + mgl_0$
7. *(Optique)* Donner une condition sur D pour que x soit réel : $f'x + f'(1-x) = x(1-x)$.
   On précisera la valeur de x dans ce cas .

1.2 Fraction

Avec les fractions, gare aux "fausses bonnes idées". Notamment le sacro-saint $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\neq\frac{1}{a+b}$!!!
Rigueur, méthode et on se limite aux quelques lois !!

Propriété. Somme et multiplication

Somme $\Rightarrow$ *on met au même dénominateur*

$$\frac{\alpha}{a}+\frac{\beta}{b}=\frac{\alpha\times b}{ab}+\frac{\beta\times a}{ba}=\frac{\alpha b+\beta a}{ab}$$

Multiplication $\Rightarrow$ terme à terme

$$\frac{\alpha}{a}\times\frac{\beta}{b}=\frac{\alpha\beta}{ab}$$

Propriété. Simplification

Le principe est simple : $\frac{a\times b}{a\times c}=\frac{b}{c}$ mais les erreurs ou les oublis sont courants :

- ▷ **Attention !** aux sommes : $\frac{a+b}{ac}\neq\frac{b}{c}$
- ▷ **Attention !** aux parenthèses $\frac{(1-x)(2+x)}{x(2+x)}=\frac{1-x}{x}$
- ▷ **Attention !** aux puissances $\frac{(1-x)^2}{4(1-x)}=\frac{1-x}{4}$

Propriété. Égalité de fraction

Face à une égalité de fraction $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ deux possibilités :

- ▷ ce que je cherche est au numérateur $\Rightarrow a=\frac{c}{d}b$
- ▷ ce que je cherche est au dénominateur

i) je retourne la fraction $\Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c}$ ou **ii)** termes croisés $\Rightarrow a\times d=b\times c$

Astuces pêle-mêle

1. Si une fraction est nulle, son numérateur est nul.
2. On peut multiplier "en haut et en bas" par le même nombre !! *C'est souvent une bonne idée pour simplifier*

$$\frac{1/4+3}{6}=\frac{1/4+3}{6}\times\frac{4}{4}=\frac{1+12}{24}=\frac{13}{24}$$

3. Il est parfois plus simple de trouver $\frac{1}{x}$ puis prendre l'inverse ! (*cf optique*)
4. Une fraction de fraction c'est moche !!

$$\text{au numérateur : }\frac{\frac{x}{1+x}}{3\alpha}=\frac{x}{2\alpha(1+x)}\qquad\text{au dénominateur : }\frac{a}{\frac{4x}{2+x}}=\frac{a(2+x)}{4x}$$

Attention ! $\frac{\frac{x}{1+x}+2}{3\alpha}\neq\frac{x+2}{3\alpha(1+x)}$!! Il faut d'abord simplifier le numérateur **en multipliant par le dénominateur** de la fraction à faire disparaître

$$\frac{\frac{x}{1+x}+2}{3\alpha}=\frac{\frac{x}{1+x}+2}{3\alpha}\times\frac{1+x}{1+x}=\frac{x+2(1+x)}{3\alpha(1+x)}$$

Vous savez probablement déjà tout ça, l'objectif est désormais de le mettre en pratique sans se tromper ***vite et bien*** *...*

Exercice 2 - ♡ Optique ♡ :

- ▷ Exprimer $\overline{OA'}$:
$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$
- ▷ Exprimer $\overline{OA}$:
$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$
- ▷ Exprimer $\overline{OA}$:
$$\gamma = \frac{f'}{\overline{OA} + f'}$$
- ▷ Donner un polynôme d'ordre 2 dont x est solution :
$$\frac{1}{D-x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f'}$$

Exercice 3 - ♡ Electricité ♡ :

Écrire les expressions suivantes sous la forme d'une unique fraction. (*Note :* $j^2 = -1$)

- ▷ $\dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2}$
- ▷ $R + \dfrac{1}{jC\omega}$
- ▷ $jL\omega + \dfrac{1}{jC\omega}$
- ▷ $R + \dfrac{R}{1 + jRC\omega}$
- ▷ $jL\omega + \dfrac{R}{1 + jRC\omega}$
- ▷ $\dfrac{R}{1 + jRC\omega} + \dfrac{jL\omega}{1 - LC\omega^2}$

Simplifier les grosses fractions suivantes :

$$\frac{\frac{1}{jC\omega} \times jL\omega}{\frac{1}{jC\omega} + jL\omega} \quad ; \quad \frac{\frac{1}{1+jRC\omega} + 1}{1 + jRC\omega} \quad ; \quad \frac{jRC\omega + \frac{1}{1 - LC\omega^2}}{1 - LC\omega^2} \quad ; \quad \frac{\frac{jRC\omega}{1 - LC\omega^2} + \frac{jL\omega}{R}}{jRC\omega}$$

Exercice 4 - ♡ Chimie ♡ :

- ▷ $n = \dfrac{m}{M}$, donner M.
- ▷ $C = \dfrac{n}{10V_0}$, donner V_0.
- ▷ $K^\circ = \dfrac{C_1(1-\varepsilon)}{C_0\varepsilon}$, donner ε.
- ▷ $\dfrac{2}{3}C_{eq}V_{eq} = \dfrac{n_0}{V_0}V_1$, donner C_{eq}.
- ▷ $\dfrac{1}{[\mathrm{H}^+]} - \dfrac{1}{[\mathrm{H}^+]_0} = kt$, donner $[\mathrm{H}^+]$.

1.3 Loi de puissance

*L'important avec les puissances est de **1)** savoir simplifier, **2)** écrire proprement, **3)** prendre son temps au début puis **4)** accélérer ensuite.*

Propriété. Puissance, multiplication, inverse
Tout le monde sait ça mais ça fait pas de mal de rappeler que ...

- ▷ produit → somme : $X^\alpha X^\beta = X^{\alpha+\beta}$ mais pas l'inverse $X^\alpha + X^\beta =$ pas grand chose !
- ▷ quotient → soustraction : $\dfrac{X^\alpha}{X^\beta} = X^{\alpha-\beta}$. Notamment $\dfrac{1}{X^\alpha} = X^{-\alpha}$.
- ▷ Factorisation pour grand : $X^\alpha + X^\beta = X^\alpha\left(1 + X^{\beta-\alpha}\right)$.

Propriété. Puissance, exposant, racine

- ▷ puissance de puissance → multiplication : $(X^\alpha)^\beta = X^{\alpha\times\beta}$.
- ▷ on manipule les égalités : $X^\alpha = Y^\beta \Rightarrow X = Y^{\beta/\alpha}$. On bannit à jamais le $\sqrt[\alpha]{X}$! !
- ▷ la racine carré c'est une puissance : $\sqrt{X^\alpha} = X^{\alpha/2}$.

Astuces pêle-mêle

1. Les puissances se marient mal avec les sommes, $(X+Y)^\alpha \neq X^\alpha + Y^\alpha$, mais très bien avec les fractions
$$\frac{X}{\sqrt{X}} = \frac{\sqrt{X}\sqrt{X}}{\sqrt{X}} = \sqrt{X}$$
2. Racine carré et somme : **FIN DE L'HISTOIRE**. Jamais : $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$.
3. Les **PARENTHÈSES** sont **vos meilleures amies** : mieux vaut trop que pas assez ! !
$$\text{si } \alpha\tau^2 = ... \text{ avec } \tau = 2RC \text{ alors } \alpha\,(2RC)^2 = \alpha 4R^2C^2 = ... \text{ et pas } \alpha 2RC^2 = ...$$
4. Dans les fractions, on gardes les formes factorisées $\sim (a+b)^2$, dans les sommes on préfèrera développer $\sim a^2 + b^2 + 2ab$.
5. Gare aux fractions de fractions et aux puissances ! !
$$\left(\frac{X_1}{X_2}\right)^{-\alpha} = \left(\frac{X_2}{X_1}\right)^{\alpha} \quad \text{et} \quad \frac{X_1}{\left(\dfrac{X_2}{X_3}\right)^{\alpha}} = \frac{X_1 X_3^\alpha}{X_2^\alpha}$$

Vous savez probablement déjà tout ça, l'objectif est désormais de le mettre en pratique sans se tromper ***vite et bien*** *...*

Exercice 5 - Conversion d'unités : Calculer :

1. $10^5 \cdot 10^3$
2. $\left(10^5\right)^3$
3. $10^5/10^3$
4. $10^{-5}/10^{-3}$
5. $\dfrac{\left(10^5 \cdot 10^{-3}\right)^5}{\left(10^{-3} \cdot 10^{-2}\right)^- 2}$
6. $\dfrac{\left(10^3\right)^{-2} \cdot 10^5}{\left(10^2 \cdot \sqrt{10^3}\right)^2}$

Exercice 6 - Thermodynamique :

1. Donner V_B : $P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma$
2. Donner V_B : $T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$
3. Donner T_A : $\left(\dfrac{T_A}{V_A}\right) V_A^\gamma = \left(\dfrac{T_B}{V_B}\right) V_B^\gamma$
4. Donner V_B : $\left(\dfrac{T_A}{V_A}\right) V_A^\gamma = \left(\dfrac{T_B}{V_B}\right) V_B^\gamma$
5. Donner P_B : $P_A^{1-\gamma} T_A^\gamma = P_B^{1-\gamma} T_B^\gamma$.
6. Donner T_B : $P_A^{1-\gamma} T_A^\gamma = P_B^{1-\gamma} T_B^\gamma$.
7. Donner m :

$$(P_0 + mG/S)\left(\frac{T_0}{P_0 + mg/S}\right)^\gamma = P_0 V_0^\gamma$$

Exercice 7 - Mécanique :

1. Donner h : $\dfrac{1}{2} m v_0^2 - mgh = 0$
2. Donner v_A : $\dfrac{1}{2} m v_0^2 = \dfrac{1}{2} m v_A^2 + mg\Delta z$
3. Donner l_{max} : $\dfrac{1}{2} m v_0^2 = \dfrac{k}{2}\left(l_{max} - l_0\right)^2$

Exercice 8 - Dimension : Simplifier les expressions suivantes. On les écrira sous la forme $T^\alpha \times L^\beta \times ....$

1. $\dfrac{L^3 T^{-2}}{LT}$
2. $\dfrac{L^{-3/2}\sqrt{T}}{L^2 T^{-1/2}}$
3. $\dfrac{\sqrt{L^2 T^3 M^{-2/3}}}{T^2}\sqrt{\dfrac{L^{-2}}{T^3}}$
4. $\dfrac{T\left(L^{-1/2} M^3 T^{2/3}\right)^2}{LT^{-1}}$
5. $\dfrac{\left(\sqrt{L^3 T M^{-1}}\right)^{2/3}}{T\sqrt{M}}$
6. $\dfrac{\sqrt{T^2 L^3} M^2}{M^{3/2}} \times \left(\dfrac{\sqrt{M^{2/3} T^2}}{L^{-1/4}}\right)^{-2}$

1.4 Système à deux inconnues

On s'intéresse ici à des cas où on cherche **2 inconnues** (x et y) à l'aide de **2 équations**. La difficultés provient que chaque équation fait apparaître les deux inconnues.

$$\begin{cases} \alpha x + \beta y = K_1 \\ a x + b y = K_2 \end{cases}$$

Objectif : trouver x et y !

Attention ! la solution $x = \dfrac{K_1 - \beta y}{\alpha}$ n'est pas satisfaisant car x doit être exprimer en fonction de a, b, α, ... et **pas** y **!!**

Propriété. Résoudre un système à deux inconnues/deux équations
- ▷ avec la première équation on exprime x en fonction, entre autre, d'y.
- ▷ on remplace x avec l'expression trouvée précédemment dans la deuxième équation
- ▷ on trouve y puis, avec l'expression de la première étape, on trouve x

Ce qui nous donne ici : $x = \dfrac{K_1 - \beta y}{\alpha}$ donc dans l'équation 2 :

$$a\frac{K_1 - \beta y}{\alpha} + by = K_2 \;\Rightarrow\; \text{système ordre 1 :} \;\; \left(-\frac{a\beta}{\alpha} + b\right) y = K_2 - \frac{aK_1}{\alpha}$$

On trouve alors : $y = \dfrac{K_2 - \dfrac{aK_1}{\alpha}}{-\dfrac{a\beta}{\alpha} + b} = \dfrac{\alpha K_2 - aK_1}{\alpha b - a\beta}$.

Vous savez probablement déjà tout ça, l'objectif est désormais de le mettre en pratique sans se tromper ***vite et bien*** *...*

Exercice 9 - ♡ Analyse dimensionnelle ♡ :

1. Donner α et β : $\begin{cases} \alpha + \beta = 1 \\ \alpha - \beta = 0 \end{cases}$
2. Donner α et β : $\begin{cases} 2\alpha - 3\beta = 0.5 \\ \alpha + 2\beta = 1 \end{cases}$
3. Donner α et β : $\begin{cases} \dfrac{2}{3}\alpha + \dfrac{1}{2}\beta = 2 \\ \alpha + \beta = \dfrac{1}{3} \end{cases}$
4. Donner α, β et γ : $\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = 1 \\ \alpha - \beta + \gamma = 0 \\ \beta + \gamma = 1 \end{cases}$
5. Donner α, β et γ : $\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = 1 \\ 2\alpha - \beta + 3\gamma = 2 \\ \alpha + 3\beta - 2\gamma = 0 \end{cases}$

Exercice 10 - ♡ Equation différentielle ♡ :

1. Donner X_1 et X_2 : $\begin{cases} X_1 + X_2 = S \\ X_1 - X_2 = K \end{cases}$
2. Donner A et B : $\begin{cases} A + B = E_0 \\ A/\tau_1 + B/\tau_2 = 0 \end{cases}$
3. Donner A et B : $\begin{cases} A + B = 0 \\ A/\tau_1 + B/\tau_2 = E_0/\tau_1 \end{cases}$
4. Donner A et B : $\begin{cases} A + B = E_0 \\ -\omega_0 A + \omega_0 B = 0 \end{cases}$

2 Analyse et fonction

2.1 Intégrale et dérivée de puissance

La dérivée avec les mains : la dérivée d'une fonction f traduit **localement** ($\sim$ en x) le sens de variation de f.
On calcule $f'(x)$ et :
- dérivée positive : la fonction est croissante au point x
- dérivée négative : la fonction est décroissante au point x
- dérivée nulle : la fonction est constante au point x

Propriété. Dériver une puissance
On écrit toujours la puissance sous la forme x^α puis on dérive :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}[x^\alpha] = \alpha x^{\alpha-1}$$

Ca marche pour tout, notamment **les inverses** !

Intégrer f : chercher une fonction qui, une fois dérivée, donne f.

Plutôt qu'apprendre par coeur, il est important ici de comprendre la démarche !

Pour intégrer on a juste à faire "*machine arrière*" par rapport à la dérivation :

$$\text{Si} \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}[x^\alpha] = \alpha x^{\alpha-1} \quad \text{alors, avec} \quad x^{\alpha-1} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[\frac{x^\alpha}{\alpha}\right]$$

En posant $\beta = \alpha - 1$, on a : $x^\beta = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[\dfrac{x^\beta+1}{\beta+1}\right]$. On reconnaît à droite la dérivée.

Propriété. Primitive d'une puissance
La primitive de x^α est

$$x^\alpha \xrightarrow{\text{intégration}} \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} \ \textbf{sauf} \text{ pour } \alpha = -1$$

Astuce : à chaque fois qu'on intègre, on pense à dériver la primitive pour vérifier si on retombe bien sur ses pattes.

Propriété. Primitive de $x - x_0$
La variable $x - x_0$ se dérive/se primitive de la même façon que x.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}[(x-x_0)^\alpha] = \alpha(x-x_0)^{\alpha-1} \quad \text{et} \quad (x-x_0)^\alpha \xrightarrow{\text{intégrataion}} \frac{(x-x_0)^{\alpha+1}}{\alpha+1}$$

Attention ! à un éventuelle coefficient devant x ! ! Le plus simple alors est de factoriser par ce dernier :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}[(kx-x_0)^\alpha] = k^\alpha \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[\left((x-\frac{x_0}{k}\right)^\alpha\right] = k^\alpha\alpha\left(x-\frac{x_0}{k}\right)^{\alpha-1}$$

Attention ! Primitive et intégration !
On fera une distinction entre ces deux notions :
- Primitiver f : trouver une fonction F telle que $F' = f$
- Intégrer : calculer un nombre, qui représente la somme de **toutes les valeurs de** f entre deux bornes a et b. Ce nombre est noté $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

  Propriété. Calculer une intégrale
  La somme de toutes les valeurs d'une fonction f entre deux nombres a et b est :

  $$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a) \ \text{ avec } F \text{ une primitive de } f$$

Exercice 11 - Dérivées et primitives :

Dériver et intégrer les expressions suivantes (par rapport à x ou t) :

1. x^2
2. $x^{1.5}$
3. $\frac{1}{x^3}$
4. $k(x - l_0)$
5. $\frac{k}{2}(x - l_0)^2$
6. $\frac{1}{\sqrt{x}}$
7. $\frac{t}{2}$
8. $\sqrt{\alpha t^3}$
9. $\frac{1}{Kt^2}$
10. $\frac{K}{1+t}$

Exercice 12 - Calcul d'intégrale : Calculer les intégrales suivantes :

1.(a) $$\int_a^b \alpha x \,\mathrm{d}x$$
(b) $$\int_a^b \frac{x^2}{K} \,\mathrm{d}x$$
(c) $$\int_b^a \frac{\alpha}{x^2} \,\mathrm{d}x$$

2.(a) $$\int_{l_0}^{2l_0} -\mu m g \,\mathrm{d}x$$
(b) $$\int_0^h l P_0 \,\mathrm{d}z$$
(c) $$\int_0^h \rho g(h-z) \,\mathrm{d}z$$

2.2 Fonction logarithme et exponentielle

Propriété. Lien $\exp$ **et** $\log$
On passe de l'une à l'autre via :
$$e^x = y \;\Rightarrow\; x = \ln y$$
Attention ! pas de coefficient multiplicatifs devant e^x : $ke^x = y \;\Rightarrow\; e^x = y/k \;\Rightarrow\; x = \ln(y/k)$.

Il convient de bien maîtriser les propriétés de chacune.
Attention ! elles se ressemblent **mais** il ne faut pas les mélanger

▶ Exponentielle

Propriété. Manipulation d'exponentielle
Une exponentielle transforme :
- les sommes en produits : $e^{x+y} = e^x \times e^y$
- les différences en division : $e^{x-y} = e^x/e^y$
- les multiplications en puissances : $e^{\alpha \times x} = (e^x)^\alpha$. (*on l'utilisera souvent dans l'autre sens :* $(e^x)^\alpha = e^{\alpha x}$.

Attention ! l'erreur est de tout mélanger : $e^x + e^y \neq e^{x+y}$ ou e^{xy} ou ...

RègleS de base :
- On factorise les produits ou les quotient d'exponentielle.
- Une somme ou une différence d'exponentielle ne donne **RIEN**.

▶ Logarithme

Propriété. Manipulation d'exponentielle
Un logarithme transforme :
- les produits en somme : $\ln(x \times y) = \ln x + \ln y$
- les division en différence : $\ln(x/y) = \ln x - \ln y$
- les puissances en multiplications : $\ln x^\alpha = \alpha \ln x$.

Attention ! l'erreur est de tout mélanger : $\ln(x+y) \neq \ln x + \ln y$ ou $\ln xy$ ou ...

RègleS de base :
- Dans un logarithme, on développe les produits ou différences.
- Dans un logarithme, un somme ou une différence d'exponentielle ne donne **RIEN**.

▶ Généralisation à n'importe quel nombre :

Les logarithmes servent à trouver les puissances : $2^x = y$ alors $\ln 2^x = \ln y \;\Rightarrow\; x \ln 2 = \ln y \;\Rightarrow\; x = \dfrac{\ln y}{\ln 2}$.

Exercice 13 - Passage $\exp \leftrightarrow \log$ **:**

Pour chacun des cas, donner x, t ou V

1. $\ln \dfrac{x}{x_0} = \dfrac{3}{4}$
2. $Ae^{-t/\tau} = \dfrac{A}{2}$
3. $\ln \dfrac{V}{V_0} = \dfrac{T_A}{T_B}$
4. $v_0 e^{-\alpha t} = \dfrac{v_0}{10}$
5. $\ln \dfrac{V}{V_0} = \ln \dfrac{T_A}{T_0}$
6. $v_0 \ln(-\alpha t) = v_{\max}$

Exercice 14 - Entropie et logarithme :

Développer et regrouper les logarithme de telle sorte à ce que, dans les logarithmes, les températures soient ensembles, les volumes soient ensembles, les pressions soient ensembles.

1. $\dfrac{nR}{\gamma - 1} \ln \dfrac{T_A}{T_B} + nR \ln \dfrac{T_A P_B}{T_B P_A} = ... \ln \dfrac{T_A}{T_B} + ... \ln \dfrac{P_A}{P_B}$
2. $\dfrac{nR}{\gamma - 1} \ln \dfrac{P_A V_A}{P_B V_B} + nR \ln \dfrac{V_A}{V_B} = ... \ln \dfrac{P_A}{P_B} + ... \ln \dfrac{V_A}{V_B}$
3. $\left(\dfrac{nR}{\gamma - 1} \ln \dfrac{T_A}{T_0} + nR \ln \dfrac{V_A}{V_0}\right) - \left(\dfrac{nR}{\gamma - 1} \ln \dfrac{T_B}{T_0} + nR \ln \dfrac{V_B}{V_0}\right) = ... \ln \dfrac{T_A}{T_B} + ... \ln \dfrac{V_A}{V_B}$
4. $\left(\dfrac{\gamma nR}{\gamma - 1} \ln \dfrac{T_A}{T_0} - nR \ln \dfrac{P_A}{P_0}\right) - \left(\dfrac{\gamma nR}{\gamma - 1} \ln \dfrac{T_B}{T_0} - nR \ln \dfrac{P_B}{P_0}\right) = ... \ln \dfrac{T_A}{T_B} + ... \ln \dfrac{P_A}{P_B}$

Exercice 15 - Gain en décibel :

1. Trouver α et β dans : $20 \log \left(K \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) = \alpha \log \left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right) + \beta$.
2. Trouver α et β dans : $20 \log \left(\dfrac{K}{\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}}\right) = \alpha \log \left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right) + \beta$.
3. Trouver α et β dans : $20 \log \left(K \sqrt{1 + \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}}\right) = \alpha \log \left(1 + \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) + \beta$.
4. Trouver α et β dans : $20 \log \dfrac{K}{\sqrt{1 + \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}}} = \alpha \log \left(1 + \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) + \beta$.

2.3 Fonction trigonométrique

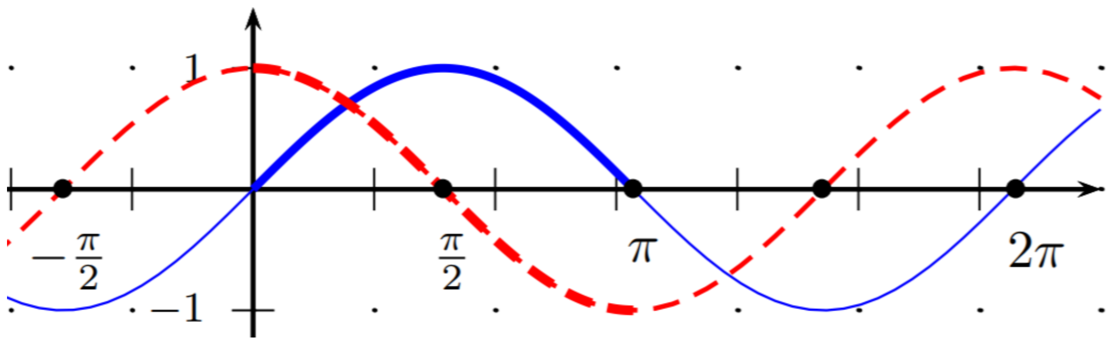
Attention ! Il faut bien distinguer les deux emplois des fonctions trigonométriques
- ▷ partie analyse : dériver, intégrer , développer, ... ⇒ fonction définie avec leur graphes
- ▷ partie géométrique : cercle trigo, géométrie du triangle, ... ⇒ fonction définie avec le cercle trigonométrique

▶ Définitions

On va donner deux "définitions" pour les fonctions sinus et cosinus. ***Attention !*** *Ce n'est pas* ***du tout*** *une définition mathématique, juste une façon d'apprivoiser ces deux fonctions.*

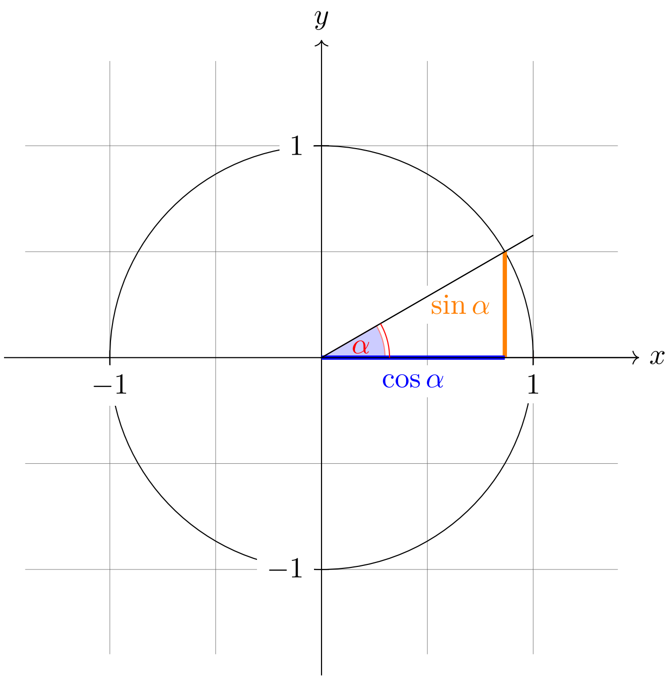
Définition. Fonction trigonométrique et graphe

- ▷ **fonction cosinus** : pointillés
- ▷ **fonction sinus** : trait plein



Il est important de l'avoir bien en tête, notamment pour chacune : sens de variations, valeurs particulières (maximale, minimale et nulle) et quand elles sont atteintes, périodicité 2π, ...

Définition. Fonction trigonométrique et cercle trigonométrique



Signe :
- ▷ $0 < \alpha < \pi/2 \Rightarrow \cos\alpha > 0$ et $\sin\alpha > 0$
- ▷ $-\pi/2 < \alpha < 0 \Rightarrow \cos\alpha > 0$ et $\sin\alpha < 0$

Maxima, minima, valeur nulle

α	$-\pi/2$	$0/2\pi$	$\pi/2$	π
cos	0	1	0	−1
sin	−1	0	1	0

Symétrie
- ▷ $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$
- ▷ $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$

▶ Boîte à outils

Hélas, avec la trigonométrie, il est nécessaire de connaître quelques formules ...

Propriété. Développement et Factorisation

▷ le fameux $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ et donc : $\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$ et $\sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x}$
avec cela on a la tangente : $\tan x = \dfrac{\sin x}{\sqrt{1 - \sin^2 x}}$

▷ pour intégrer il est utile de savoir $\cos^2 x = \dfrac{1}{2}(1 + \cos 2x)$ et $\sin^2 x \dfrac{1}{2}(1 - \cos 2x)$

▷ $\cos a + b = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ et $\sin a + b = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

▷ factorisation $\cos p + \cos q = 2 \cos \dfrac{p+q}{2} \cos \dfrac{p-q}{2}$

Propriété. Déphasage particulier

▷ ajouter/enlever $\pi \Rightarrow$ change le signe

$$\cos \alpha + \pi = -\cos \alpha \ ; \ \sin \alpha + \pi = -\sin \alpha$$

▷ ajouter/enlever $\pi/2 \Rightarrow$ passe de $\cos \leftrightarrow \sin$

$$\cos(\alpha + \pi/2) = -\sin \alpha \ ; \ \cos(\alpha - \pi/2) = \sin \alpha \ ; \ \sin(\alpha + \pi/2) = \cos \alpha \ ; \ \sin(\alpha - \pi/2) = -\cos \alpha$$

Attention ! *Pas besoin de tout apprendre par cœur : tout cela se retrouve facilement avec un cercle trigonométrique*

▶ Dérivation et intégration

Dans la partie analyse, les fonctions sin et cos sont généralement sous la forme $\sin(\omega t + \varphi)$ et $\cos(\omega t + \varphi)$.

Propriété. Dérivés et primitives

▷ Dérivation :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\sin(\omega t + \varphi)] = \omega \cos(\omega t + \varphi) \text{ et } \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\cos(\omega t + \varphi)] = -\omega \sin(\omega t + \varphi)$$

On obtient facilement les primitives

$$\sin(\omega t + \varphi) \xrightarrow{\text{primitive}} \frac{-1}{\omega}\cos(\omega t + \varphi) \text{ et } \cos(\omega t + \varphi) \xrightarrow{\text{primitive}} \frac{1}{\omega}\sin(\omega t + \varphi)$$

Exercice 16 - Optique géométrique :

Réécrire les expressions suivantes en utilisant que des sin (pas de cos, tan ou $\sin^2$) :

1. $\sin^2 x$
2. $\cos^2 x$
3. $\dfrac{\sin x}{\tan x}$
4. $\sin x \times \cos x$
5. $\sin x \times \tan x$

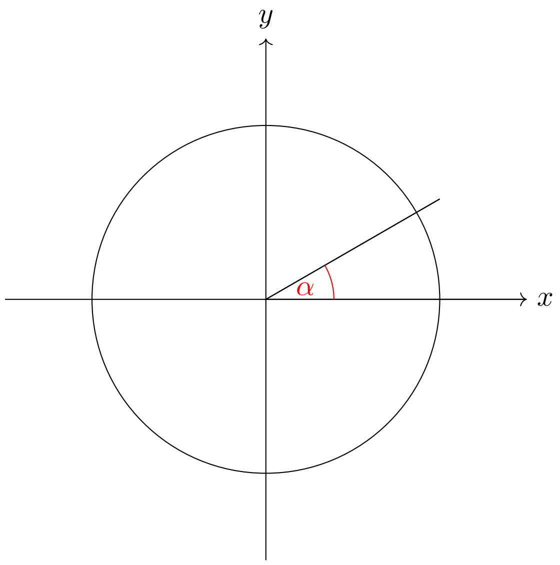
Exercice 17 - Dériver/Intégrer :

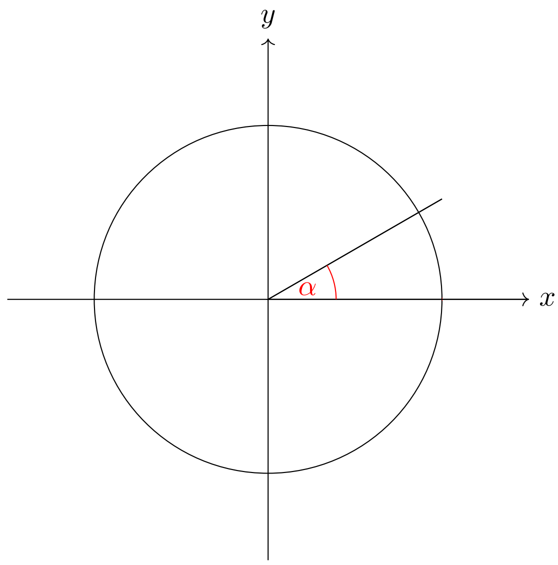
Calculer la dérivée et la primitive des fonctions suivantes :

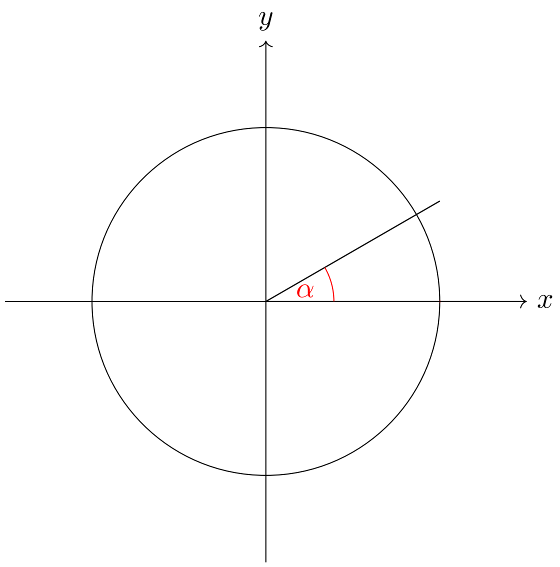
1. $\cos \omega t$
2. $-\sin \omega t$
3. $2 \cos(\omega t + \varphi)$
4. $\sin(\omega t + \pi/2)$
5. $\cos^2(\omega t + \varphi)$
6. $\sin^2(\omega t + \varphi)$
7. $\tan \omega t$

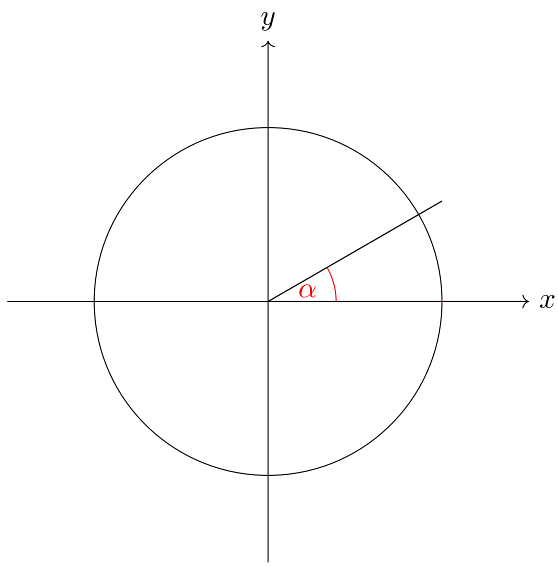
Exercice 18 - Déphasage et cercle trigo :

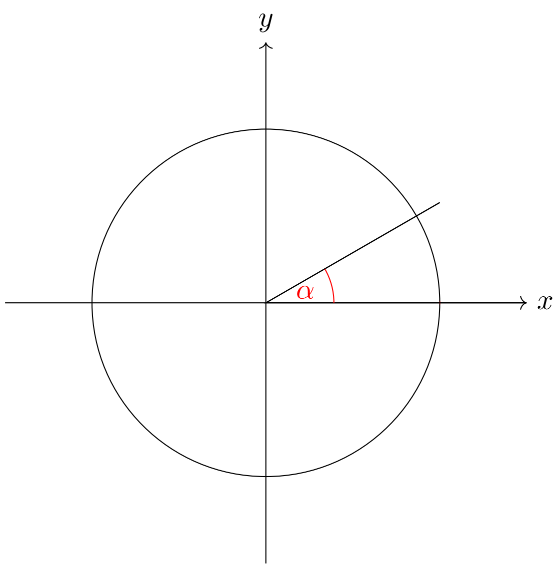
1. Placer sur les cercles trigonométriques ci-dessous les angles suivants : $\pi/2-\alpha$, $\pi+\alpha$, $\pi/2+\alpha$, $-\alpha$ et $\pi-\alpha$
2. Représenter graphiquement les valeurs de sin et cos de ces angles.
3. En déduire la valeur des cos et sin de ces angles en fonction de $\cos\alpha$ et $\sin\alpha$

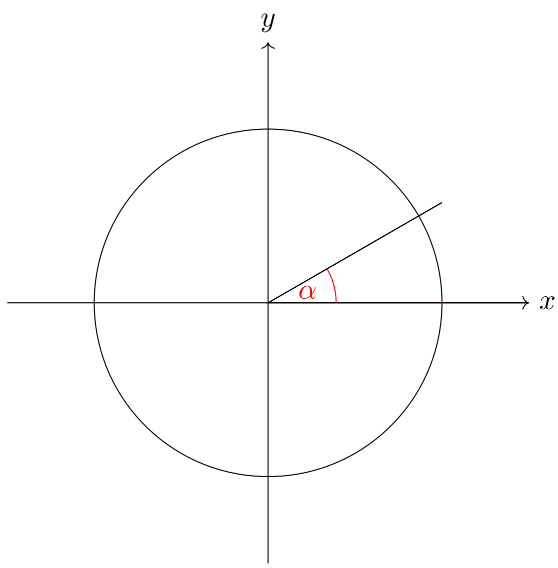












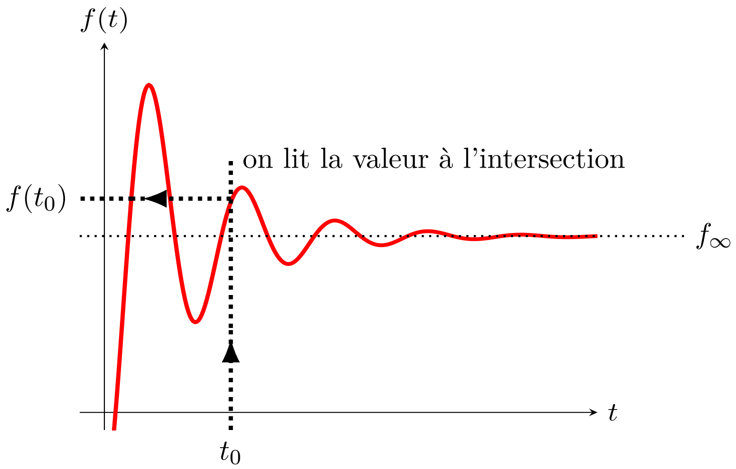
2.4 Analyse de fonction

Il arrivera souvent qu'à la fin d'un modèle physique on obtienne l'expression d'une grandeur au cours du temps, la variation d'une expression en fonction de la position

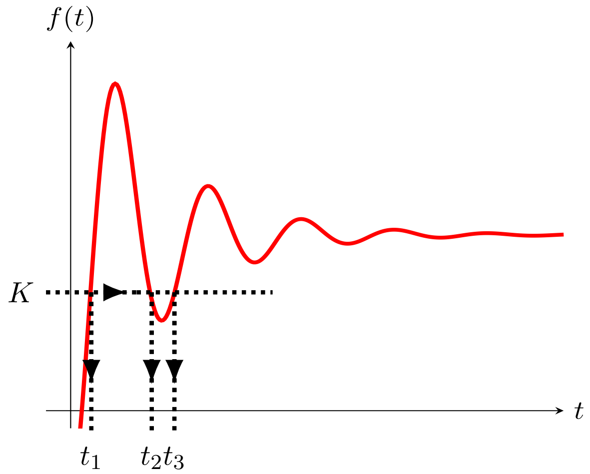
$$v(t) = v_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \;;\; E_p[x] = \frac{k}{2}\left(x - l_0\right)^2 - mgx$$

Astuce : c'est **toujours** une bonne idée de tracer, à la calculette ou à la main, l'allure de la fonction.

Propriété. Lire un graphe
Sur un graphe $f(t)$, il faut savoir :
▷ évaluer la fonction en un point : à un instant t_0 que vaut $f(t_0)$.
▷ trouver la valeur limite f_∞ pour $t \to \infty$



▷ résoudre la fonction inverse : je cherche l'instant t_1 tel que $f(t_1) = K$,



Un grand classique est de chercher les valeurs extrémales ...

Propriété. Minimum/Maximum
Pour trouver les minimas et maximas d'une fonction, on dérive cette dernière **par rapport à sa variable** et on cherche les points d'annulations.

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0 \;;\; \frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}x} = 0$$

Les maximas et minimas sont donné par le signe de la dérivée seconde (positif pour les minimas, négatif pour les maximas).

Exercice 19 - Forme classique :

Tracer "*à la main*" les fonctions suivantes. On fera apparaître sur le graphe les grandeurs physique $v_0, \tau, g, \ldots.$

$$v_0 + gt \ ; \ h + \frac{gt^2}{2} \ ; \ v_0 e^{-t/\tau} \ ; \ v_0 \left(1 - e^{-t/\tau}\right) \ ; \ v_1 + (v_0 - v_1)\, e^{-t/\tau}$$

Exercice 20 - Étude de fonction classique :

Trouver les maximas et les minimas des fonctions suivantes :

1. $E_p[z] = \frac{k}{2}\left(z - l_0\right)^2$
2. $E_p[z] = \frac{k}{2}\left(z - l_0\right)^2 - mgz$
3. $E_p[z] = \sqrt{a^2 + z^2}$
4. $E_p[z] = k\left(\sqrt{a^2 + z^2} - l_0\right)^2$
5. $E_p[r] = -\mathcal{G}\frac{mM}{r} + \frac{mC^2}{2r^2}$

3 Géométrie

3.1 Géométrie du triangle

Définition. Radian et degré
Deux unités pour mesurer un angle : les degrés ° et les radians. On préfèrera au maximum les radian !

$$\text{..... radian} = \text{........ degré} \times \frac{\pi}{180}$$

Astuce : une valeur en degré est bien plus grande qu'en radian.

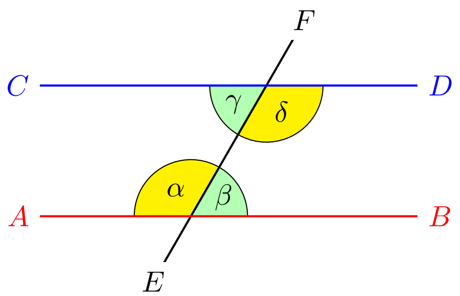
Propriété. Somme des angles d'un triangle
La somme des angles d'un triangle vaut π (ou 180°).

Pour faire de la géométrie, on se place dans un triangle **RECTANGLE ! ! !**. Il est ensuite important de savoir ce que l'on cherche !

Méthode en DS. Que faire en géométrie ...
Je cherche .... :

- **une longueur :**
  - j'ai une longueur un angle $\Rightarrow$ fonctions trigonométriques
  - j'ai deux longueurs $\Rightarrow$ théorème de Pythagore
- **un angle :**
  - j'ai deux longueurs $\Rightarrow$ fonctions trigonométriques
  - j'ai d'autres angles $\Rightarrow$ sommes des angles d'un triangle, angles alterne-interne, angle opposé par le sommet.

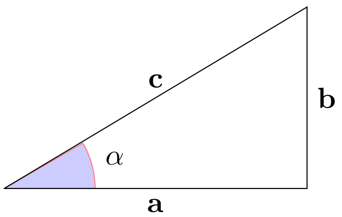
Propriété. Angles alternes-internes



On a alors (**Attention !** AB et CD doivent être parallèles :

$$\begin{cases} \beta = \gamma \\ \alpha = \delta \end{cases}$$

Propriété. Fonction trigonométrique et triangle rectangle

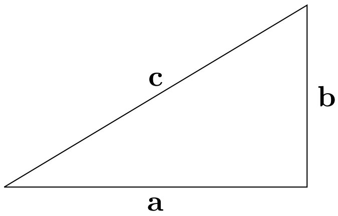


$$\sin\alpha = \frac{\text{opposé}}{\text{hypothénuse}} = \frac{b}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypothénuse}} = \frac{a}{c}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \frac{b}{a}$$

Propriété. **Théorème de Pythagore**



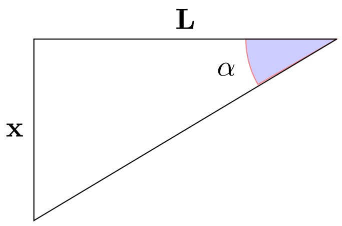
On a le fameux : $a^2 + b^2 = c^2$

Attention ! au jeux sur les puissances ! $\Rightarrow a = \sqrt{c^2 - b^2}$

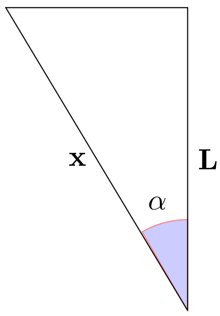
Exercice 21 - Calcul de longueur :

Dans chaque cas donner une expression de x en fonction de α et L.

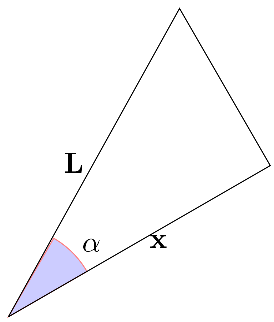
1.



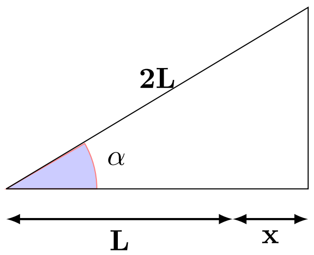
2.



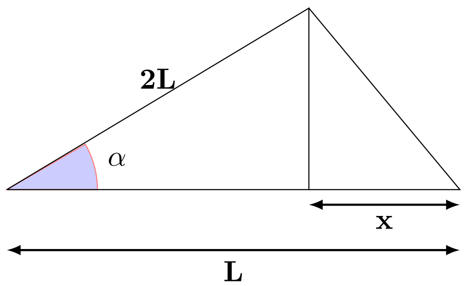
3.



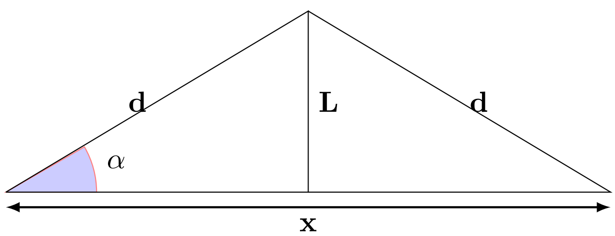
4.



5.



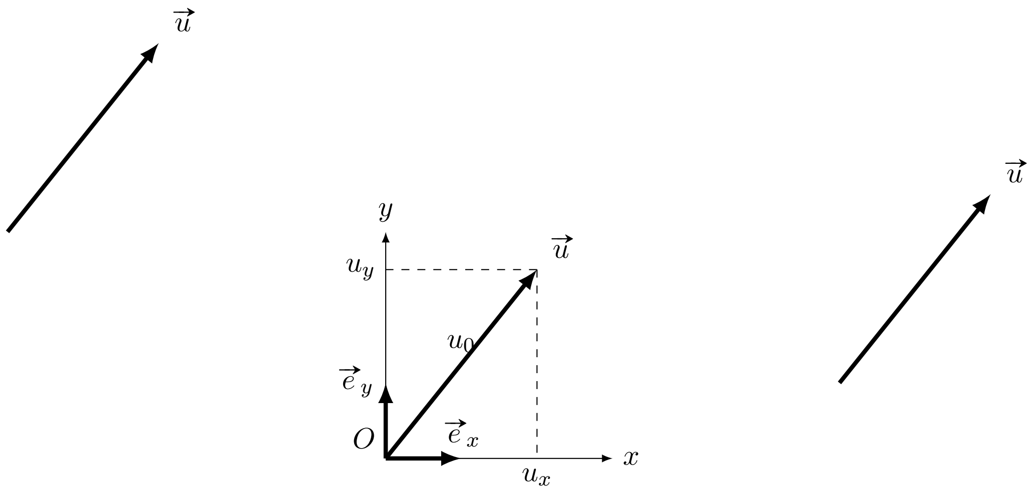
6.



3.2 Vecteur et projection

▶ Rapide rappel

Un vecteur est une "flèche", on peut le représenter n'importe où. Par facilité, on le représente souvent au "départ" de l'origine du repère utilisé $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$.



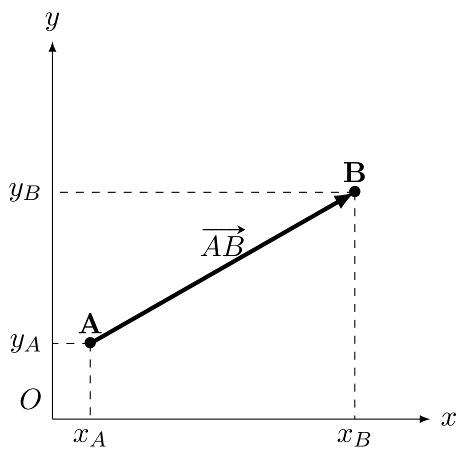
Pour caractériser un vecteur on utilise trois nombres :
- ▷ coordonnées suivant $\vec{e}_x$ (*i.e.* longueur suivant $\vec{e}_x$), notée u_x
- ▷ coordonnées suivant $\vec{e}_y$ (*i.e.* longueur suivant $\vec{e}_y$), notée u_y
- ▷ sa norme (*i.e.* longueur totale), notée u_0

Propriété. Coordonnées et norme d'un vecteur
Soit un vecteur $\vec{u}$ projeté. La norme u_0 de $\vec{u}$ est :

$$\vec{u} = u_x \vec{e}_x + u_y \vec{e}_y \quad \text{et donc} \quad u_0 = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$$

▶ Utilisation pour trouver des longueurs

L'utilisation d'un repère et de vecteurs permet de trouver facilement des longueurs. On a deux points A et B de coordonnées (x_A, y_A) et (x_B, y_B) et on cherche la longueur AB.



Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\,\vec{e}_x + (y_B - y_A)\,\vec{e}_x$$

La longueur AB est sa norme et donc :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

On retrouve une frome similaire à ce que donnerait le théorème de Pythagore ...

▶ Projection d'un vecteur

Dans énormément de cas, on donnera la norme du vecteur et l'angle qu'il forme avec un des deux axes. **But du jeu :** écrire une vecteur $\vec{u}$ sous la forme :

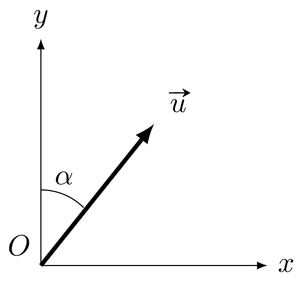
$$\vec{u} = ...\vec{e}_x + ...\vec{e}_y$$

Méthode en DS. Réaliser une projection

Il y a plein de façon de faire, je présente juste comment moi je fais ....

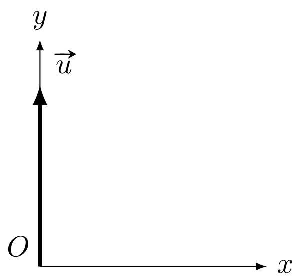
On cherche à projeter un vecteur de norme u_0 formant un angle α avec l'un des deux axes.
Astuce : la forme de $\vec{u}$ sera toujours

$$\vec{u} = u_0 \times \left\{ \begin{array}{l} +\cos\alpha \\ -\cos\alpha \\ +\sin\alpha \\ -\sin\alpha \end{array} \right. \vec{e}_x + u_0 \times \left\{ \begin{array}{l} +\cos\alpha \\ -\cos\alpha \\ +\sin\alpha \\ -\sin\alpha \end{array} \right. \vec{e}_y$$



Il faut trouver lequel des quatre est le bon. Pour cela on prend deux cas particulier : $\alpha = 0$ et $\alpha = \pi/2$. On écrit dans chacun des cas l'expression de $\vec{u}$ et on exclue ceux des quatre qui ne permettent pas la forme.

$\alpha = 0$

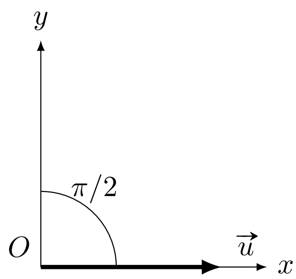


Ici : $\vec{u} = u_0\vec{e}_y$ Il faut donc avoir +1 en $\alpha = 0$.

$$\left\{ \begin{array}{l} +\cos\alpha = 1 \\ -\cos\alpha = -1 \\ +\sin\alpha = 0 \\ -\sin\alpha = 0 \end{array} \right.$$

Seul $+\cos\alpha$ fonctionne. C'est donc $u_0 \cos\alpha\,\vec{e}_y$.

$\alpha = \pi/2$



Ici : $\vec{u} = u_0\vec{e}_x$ Il faut donc avoir +1 en $\alpha = \pi/2$.

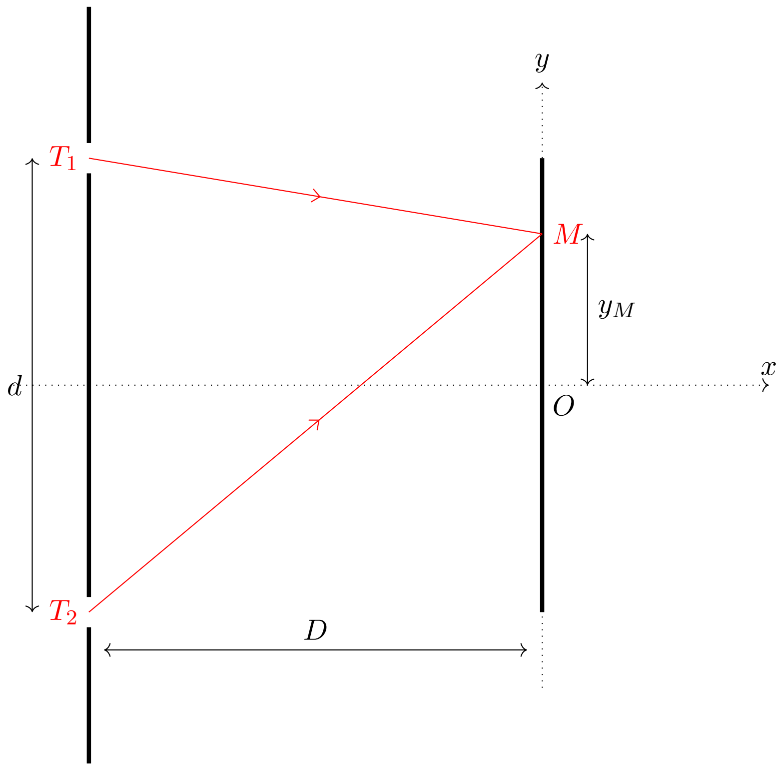
$$\left\{ \begin{array}{l} +\cos\alpha = 0 \\ -\cos\alpha = 0 \\ +\sin\alpha = +1 \\ -\sin\alpha = -1 \end{array} \right.$$

Seul $+\sin\alpha$ fonctionne. C'est donc $u_0 \sin\alpha\,\vec{e}_x$.

Finalement : $\vec{u} = u_0\,(\sin\alpha\,\vec{e}_x + \cos\alpha\,\vec{e}_y)$.

Exercice 22 - Fentes et trous d'Young :

1. Donner les coordonnées des points T_1, T_2 et M en fonction de d, D et y_M.
2. Exprimer les distances T_1M et T_2M en fonction de x et D.

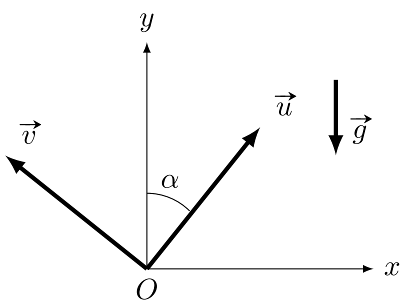


Exercice 23 - Projection :

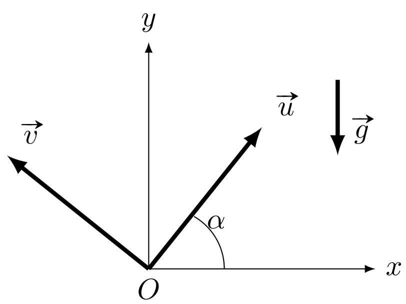
Projeter les vecteurs $\vec{u}$,$\vec{v}$ et $\vec{g}$ dans les différents cas suivant :

1.

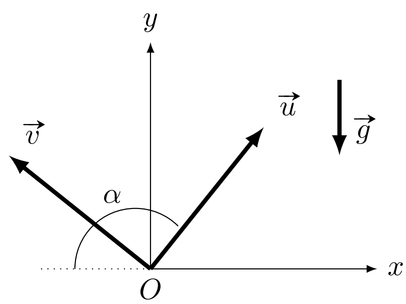
(a)



(b)

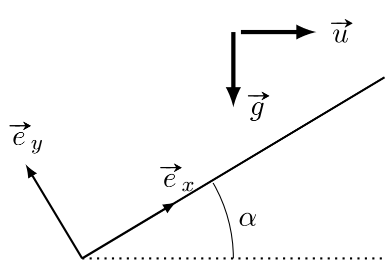


(c)

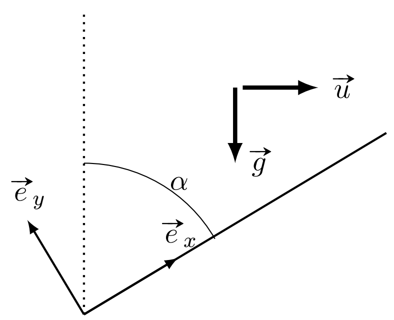


2.

(a)



(b)



(c)