Le Soulard

PCSI

Tome 1 :
Optique

- *Analyse dimensionnelle*
- *Loi de Snell-Descartes*
- *Optique géométrique*
- *Instruments d'optique*

Cours de Physique
de première année
de classe préparatoire

Lycée Louis Thuillier

Chap 0

Analyse dimensionelle

Lycée Louis Thuillier - Physique - PCSIB

Table des matières

Savoirs ♡

- ♡ vocabulaire : grandeur physique, dimension, équation aux dimensions, SI
- ♡ les 7 dimensions du système internationales et les unités associés
- ♡ les conventions d'écritures ([X], M/L/T/...) d'une équation aux dimensions
- ♡ les règles de calculs sur les dimensions :
  - somme
  - multiplication
  - division
  - puissance
  - dérivée
  - intégrale
  - fonction mathématiques

Savoir Faire

Vérifier si l'expression d'une grandeur physique est homogène.

Retrouver les unités/dimensions d'une grandeur physique.

Trouver une expression d'une grandeur physique à l'aide des dimensions.

Problématique

L'analyse dimensionnelle est une méthode/un truc/une astuce qui peut s'appliquer à n'importe quel domaine scientifique qui utilise des **unités** (*adieu les maths donc ...*). Pour comprendre sa portée prenons un exemple.

> *Exemple 1 : A une question de mécanique je dois exprimer la vitesse v d'un skieur glissant sur une pente. Je trouve alors :*
> $$v = \sqrt{2gh\cos\alpha}$$
> *avec g l'accélération de la pesanteur, l la longueur parcourue par le skieur et α l'angle de la pente. Une question légitime alors : **mon expression trouvée est-elle juste ?***

1 Les dimensions en physique-chimie

1.1 Un peu de vocabulaire et de méthode

Définition. Grandeur physique, mesurage et mesure
- Grandeur physique : la caractéristique d'une entité, d'un processus, d'un évènement qui peut être **mesurable**.
- Mesurage : tout procédé expérimental visant à obtenir une information **quantitative** sur une grandeur physique.
- Mesure : le **résultat** d'un mesurage. Une mesure possède deux écritures : une expression littérale et une valeur.

Définition. Expression littérale
Une expression littérale d'une grandeur est une expression mathématiques où tous les paramètres sont représentés par des lettres/symboles.

> *Exemple 2 :*
> - ***expression littérale :*** $v = \sqrt{2gh\cos\alpha}$
> - ***valeur numérique :*** $v = 15,6 m.s^{-1}$

Attention ! Il ne faut pas tout mélanger !!
Je la valeur de l'accélération de la pesanteur g, pour autant je ne remplace jamais **jamais JAMAIS** g par sa valeur sur ma feuille !!

$$v = \sqrt{2\times 9,81\, h\sin\alpha} \text{ : NON!!! On garde tout en lettre ....}$$

Méthode en DS.
Sur une copie on ne manipule que des expressions littérales, puis on fait l'application numérique à la calculette et on donne directement le résultat.

> *Exemple 3 : Structure de réponse type*
>
> ***Théorème de l'énergie mécanique*** *:*
> - *point A : $z_A = 0$ et $v_A = 0$*
> - *point B : $z_B = h\sin\alpha$ et $v_B = v$*
>
> *Pas de perte énergétique donc $E_m(B) - E_m(A) = 0$ soit :*
> $$\frac{1}{2}mv^2 - mgh\sin\alpha = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgh\sin\alpha \Rightarrow v^2 = 2gh\sin\alpha$$
> *On a alors $v = \sqrt{2gh\sin\alpha}$.*
> ***AN*** *: $v = 15,6m.s^{-1}$.*

On a trouvé notre expression de la vitesse ! Reste la question : comment vérifier si ma réponse est juste ? Et au fait, c'est quoi les unités de g : $g = 9,81$ ..... ?

1.2 Les sept dimensions du système international

Définition. Dimension d'une grandeur physique
La dimension d'une grandeur physique renseigne sur sa **nature physique**. Deux grandeurs physiques de même dimension (*i.e.*) de même nature peuvent être comparées.

> *Exemple 4 :*
> - *ma taille est une **Longueur**, tout comme le périmètre de la Terre, la distance Terre Soleil mais aussi la longueur d'onde de la lumière.*
>
>   ***Attention !*** *il n'est pas évident que la longueur d'onde, égale au ratio $\frac{\text{vitesse de la lumière}}{\text{fréquence}}$ soit une longueur.*

Propriété. Dimension et Unités du Système Internationale (SI)
La dimension de n'importe quelle grandeur physique peut toujours s'exprimer en fonction des sept dimensions du système international
Il est constitué des dimensions suivantes (avec leur notation littérale standard) :

- la longueur L en mètre m ;
- le temps T en seconde s ;
- la masse M en kilogramme kg ;
- la température θ en Kelvin K ;
- la quantité de matière N en mole mol ;
- l'intensité électrique I en Ampère A ;
- l'intensité lumineuse J (*inutile* !!).

Attention ! La température ce n'est pas T, ça c'est le temps !

Attention ! Ne pas confondre M (symbole de la masse) et m (unités des longueurs).

Attention ! Une grandeur physique peut être purement numérique : c'est le cas par exemple d'un nombre. Elle est alors dite *sans dimension* ou *adimensionnée*.

1.3 Équation aux dimensions

Définition. Equation aux dimensions
L'écriture de la dimension d'une grandeur physique en fonction des sept dimensions s'appelle une équation au dimensions.
La dimension de la grandeur X est notée $[X]$.

> *Exemple 5 : On note m ma masse. On peut alors écrire :*
> - *une expression littérale : $m = \rho \times V$ avec ρ ma masse volumique et V mon volume*
> - *une valeur numérique : $m = 82kg$*
> - *une équation au dimension : $[m] = M$.*

Forme générale d'une équation aux dimensions :
Toute équation aux dimensions peut s'écrire comme :

$$[X] = L^a T^b M^c \theta^d N^e I^f J^g.$$

Les nombres a, b, c, d, e, f, g sont les **exposants dimensionnels** de X.

Propriété. Produit et quotient
La dimension du produit/quotient de deux grandeurs physique est le produit/quotient des dimensions des deux grandeurs.

$$[XY] = [X][Y] \text{ et } [X/Y] = [X]/[Y].$$

On a alors évidemment : $[X^\alpha] = [X]^\alpha$.

> *Exemple 6 :*
> - *une voiture roule à vitesse **constante** v. Cette dernière s'exprime comme le rapport de la distance parcourue d sur le temps de parcours τ. On a donc :*
>
> $$v = \frac{d}{\tau} \Rightarrow [v] = \left[\frac{d}{\tau}\right] = \frac{[d]}{[\tau]} = \frac{L}{T} = LT^{-1}$$
>
> - *Un angle est le rapport de deux longueurs L_1 et L_2 :*
>
> $$\theta = \frac{L_1}{L_2} \Rightarrow [\theta] = \left[\frac{L_1}{L_2}\right] = \frac{[L_1]}{[L_2]} = 1$$

> *Exemple 7 : Donner la dimension de la grandeur X définie par :*
>
> $$X = \frac{d^2}{v^2}$$
>
> *avec d une distance et v une vitesse.*

CORRECTION

On a $X = \dfrac{d^2}{v^2}$ donc $[X] = \dfrac{[d^2]}{[v^2]} = \dfrac{[d]^2}{[v]^2}$.
Attention ! $[v]^2 \neq LT^{-2}$!!! $[v]^2 = \left(LT^{-1}\right)^2 = L^2T^{-2}$. Les parenthèses sont nos amies **pour la vie !!**

Donc : $[X] = \dfrac{L}{L^2T^{-2}} = \dfrac{1}{T^{-2}} = T^2$. C'est un temps au carré. On aura alors $X = ...\mathrm{s}^2$.
En pratique, on définira alors un temps caractéristique τ via $\tau = \sqrt{X}$.

> ***Application 1** : Soit τ un temps, v une vitesse et d une distance. Donner la dimension des grandeurs : τv ; $(\tau/d)^2$; $\sqrt{dv}$; $\sqrt{\dfrac{d}{v\tau}}$.*

1.4 Comment trouver la dimension d'une grandeur *a priori* inconnue ?

Les grandeurs physiques sont reliées entre elles :
- ▷ par des équations qui les définissent
- ▷ par des principes de bases de modèle physique

Méthode en DS. Retrouver les unités/dimension d'une grandeur
Pour retrouver la dimension d'une grandeur, on utilise une loi physique simple où cette grandeur apparaît.

> ***Exemple 8** : L'accélération :*
> - ▷ *sa définition : $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$*
> - ▷ *une loi : PFD $m\vec{a} = \sum \vec{F}$.*

▶ Dimension et règles de calcul

Il arrive souvent en physique qu'une grandeur soit donnée par une expression mathématiques qui fait apparaître autres choses que des multiplication ou des divisions.
On retiendra les règles suivantes :
- ▷ produit, division et puissance :

$$[XY] = [X][Y]\ ;\ \left[\frac{X}{Y}\right] = \frac{[X]}{[Y]}\ ;\ [X^\alpha] = [X]^\alpha$$

- ▷ manipuler des nombres :

$$[2X] = [2][X] = 1 \times [X] = [X]$$

On a évidemment : $[-X] = [X]$

- ▷ les termes d'une somme ou d'une différence ont la même dimension

$$[X] + [Y] = ... \ \Rightarrow\ [X] = [Y]$$

Attention ! on ne somme **jamais** des dimensions !! Si on écrit $[X] + [Y] = ...$ c'est mauvais signe !

Astuce pratique : une équation du type $m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = mg - \alpha v$ donne 2/3 informations d'un point de vue dimensionnelle
- ▷ $\left[m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right] = [mg]$
- ▷ $\left[m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right] = [\alpha v]$
- ▷ $[\alpha v] = [mg]$

Suivant ce qu'on cherche, on utilisera une des trois ....

- ▷ une fonction mathématiques (*cos*, *sin exp*, *log*, ...) prend en argument un nombre x **sans dimension** et renvoie un nombre y **sans dimension**.

$$\cos(A) = B\ \Rightarrow\ [A] = 1\ \ \textbf{ET}\ [B] = 1$$

- ▷ la dimension des dérivées et intégrales se détermine comme suit :

$$\left[\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right] = \frac{[x]}{[t]}\ \text{et}\ \left[\int v\mathrm{d}t\right] = [v]\,[t]$$

Retour sur l'exemple introductif

Exemple 9 : Vérifier que la grandeur $v = \sqrt{2gh\cos\alpha}$ obtenue précédemment est bien une vitesse.

CORRECTION

On a : $[v] = \left[\sqrt{2gh\cos\alpha}\right] = ([g][h][\cos\alpha])^{1/2}$.

$$[v] = \left(LT^{-2}L\right)^{1/2} = \left(L^2T^{-2}\right)^{1/2} = LT{-1}$$

C'est bien l'expression d'une vitesse.

Attention ! Cela a des limites : on vient de prouver que l'expression **n'est pas fausse**! Elle n'est pas pour autant vraie. Les expressions $\sqrt{4gh\cos\alpha}$; $\sqrt{2gh}$ seraient aussi de la bonne dimensions.
Néanmoins, c'est un réflexe à avoir!

Définition. Homogénéité
Une équation est dite homogène si les termes de chaque côté de l'égalité possèdent la même dimension.

Propriété. Règle d'or
Une formule non homogène est nécessairement fausse

Autrement dit si $[A] \neq [B]$ alors $A \neq B$.

Méthode en DS. Vérifier une expression littérale
Dans les premières questions, on prendra le temps de vérifier rapidement la dimension de ses résultats.

1.5 Applications

Exemple 10 : La vitesse d'une bille dans un fluide visqueux est donnée par :

$$v : t \to Ae^{-\dfrac{t}{\tau}}$$

Donner les dimensions de A et τ.

CORRECTION

1. La vitesse de la bille à un instant t quelconque est :

$$v(t) = Ae^{-\dfrac{t}{\tau}} \Rightarrow [v(t)] = \left[Ae^{-\dfrac{t}{\tau}}\right]$$

donc : $LT^{-1} = [A]\left[e^{-\dfrac{t}{\tau}}\right]$ soit $[A] = LT^{-1}$, la grandeur A a la dimension d'une vitesse.

2. le coefficient $-\dfrac{t}{\tau}$ est utilisé dans l'exponentielle donc

$$\left[-\frac{t}{\tau}\right] = 1 \Rightarrow [-1]\frac{[t]}{[\tau]} = 1 \Rightarrow \frac{T}{[\tau]} = 1$$

τ a la dimension d'un temps.

Application 2 : Vérifier la dimension de g, accélération de la pesanteur terrestre.

> *Application 3 : Vérifier que l'énergie cinétique $E_{cin} = mv^2/2$ et l'énergie potentielle de pesanteur $E_{pot} = mgh$ possèdent bien la même dimension.*

Application 4 : On note R la résistance électrique équivalente à deux résistances R_1 et R_2 en série. Quelle sont les relations nécessairement fausses ?

Astuce *: on ne connaît pas la dimension d'une résistance ? Ce n'est pas un problème, on pourra la manipuler comme $[R]$ et la dimension des termes de droite devra être $[R]$.*

1. $$R = R_1 + R_2$$
2. $$R = R_1 R_2$$
3. $$R = \sqrt{R_1 R_2}$$
4. $$R = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$
5. $$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$
6. $$R = R_1 \cos(R_1 R_2)$$
7. $$R = (R_1 + R_2)\exp[-\frac{R_1}{R_2}]$$
8. $$R = \frac{R_1 + R_2}{2}\cos\left[1 + \frac{\sqrt{R_1 R_2}}{R_1 + R_2}\right]$$

2 Retrouver/Construire une expression par analyse dimensionnelle

L'analyse dimensionnelle (*i.e.* utiliser les dimensions) permet de retrouver l'expression d'une grandeur X (*i.e.* "retrouver la formule") si on sait :

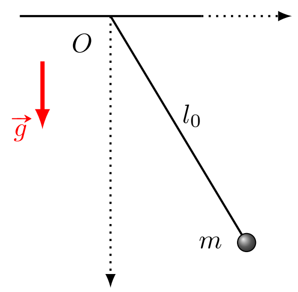
▷ quelle est la dimension de X

▷ quelles sont les autres grandeurs qui interviennent dans l'expression de X

Nous allons étudier la méthode de résolution à travers un exemple.

Période d'oscillation d'un pendule simple

Une masse m est attachée au bout d'un fil sans masse de longueur l_0. La masse oscille librement sous l'action de la pesanteur g. Elle possède un mouvement périodique, de période T.
Donner une expression de la période à une constante numérique près.



2.1 Constuire une expression par analyse dimensionelle

Méthode en DS. Construire une expression à l'aide des dimensions

▷ Préciser les dimensions des différentes grandeurs : celle recherchée et celles utiles

▷ Ecrire l'expression sous la forme d'un produit d puissance, les puissances étant *a priori* inconnues

▷ Passer aux dimensions et construire un système d'équations avec les puissances

▷ Résoudre le système et retrouver l'expression

On va mettre ça en place !

▷ **Préciser les dimensions des différentes grandeurs**
On écrit les différentes dimensions de T, l_0, m et g.

$$\begin{cases} [T] = T \\ [l_0] = L \\ [m] = M \\ [g] = LT^{-2} \end{cases}$$

Attention ! On pourra avoir besoin ici de retrouver la dimension de certaines grandeurs (comme g par exemple).

▷ **Écrire l'expression**
On suppose que : $T = l^\alpha m^\beta g^\gamma$.
Tous les paramètres donnés dans l'énoncé sont introduits dans cette formule. Les nombres α, β et γ sont *a priori* inconnus. L'objectif est donc de les trouver.

▷ **Passer aux dimensions et construire un système**
Si la formule précédente est vraie, elle doit être vraie également d'un point de vue dimensionnelle. Donc :

$$[T] = [l]^\alpha [m]^\beta [g]^\gamma$$

En remplaçant on a :

$$T = L^\alpha M^\beta (LT^{-2})^\gamma$$

On rassemble entre elles les dimensions et on fait apparaître explicitement toutes les dimensions des deux côtés de l'égalité.

$$T^1 M^0 L^0 = T^{-2\gamma} M^\beta L^{\alpha-2\gamma}$$

Pour que l'expression précédente soit juste, les dimensions du terme de gauche et du terme de droite doivent correspondre. Donc :

$$\begin{cases} \text{Dimension Temps : } T^1 = T^{-2\gamma} \\ \text{Dimension Masse : } M^0 = M^\beta \\ \text{Dimension Longueur : } L^0 = L^{\alpha+\gamma} \end{cases}$$

▷ **Résoudre le système** On a alors :

$$\begin{cases} 1 = -2\gamma \\ 0 = \beta \\ 0 = \alpha + \gamma \end{cases}$$

$$\begin{cases} \gamma = -\frac{1}{2} \\ \beta = 0 \\ \alpha = -\gamma = \frac{1}{2} \end{cases}$$

On obtient alors :

$$T = l^{\dfrac{1}{2}} m^0 g^{-\dfrac{1}{2}}$$

soit : $T = \sqrt{\dfrac{l_0}{g}}$.

On remarque alors que la période d'oscillation du pendule ne dépend pas de la masse qui se trouve au bout.

Attention ! Cette méthode permet de retrouver la forme générale de la formule mais pas le facteur numérique devant.

> **Application 5 :** *Une masse m tombe d'une hauteur h sous l'effet de la pesanteur g. À l'aide de l'analyse dimensionnelle, estimer le lien entre la vitesse qu'aura la masse au moment de toucher le sol et ces différentes grandeurs.*

> **Application 6 :** *La vitesse d'un satellite en orbite géostationnaire autour de la Terre est susceptible de dépendre de la masse de la Terre M_T, du rayon de l'orbite R, et de la constante de gravitation $\mathcal{G}$. En donner une expression plausible.*
> *On rappelle que la force d'attraction gravitationnelle entre deux corps de masse m_1 et m_2 séparé par une distance d est :*
> $$F = -\mathcal{G}\frac{m_1 m_2}{d^2}$$

2.2 Discuter l'influences des grandeurs physiques

On peut alors discuter l'influence des différentes grandeurs.

▷ **influence de la masse :** m n'intervient pas dans l'expression $\Rightarrow$ deux pendules de même longueurs avec deux masses différentes au bout oscilleront au même rythme

▷ **influence de la longueur :** si je double l_0 j'obtiens :

$$T' = \sqrt{\frac{2l_0}{g}} = \sqrt{2}\sqrt{\frac{l_0}{g}} = \sqrt{2}T$$

En doublant la longueur du fil, je multiplie la période d'oscillation par $\sqrt{2}$.

> **Exemple 11 :** *Par combien faut-il multiplier la longueur du fil pour obtenir une période 10 fois plus grande ?*

CORRECTION

On cherche α tel que $T' = 10T$ avec $T' = \sqrt{\frac{\alpha l_0}{g}}$. On cherche donc :

$$\sqrt{\frac{\alpha l_0}{g}} = 10T = 10\sqrt{\frac{l_0}{g}} \Rightarrow \sqrt{\alpha} = 10 \text{ soit } \alpha = 100$$

> **Application 7 :** *Sur Terre ($g_T = 9,81 m.s^{-2}$), je mesure avec mon pendule une période d'oscillation de $T = 2,5 s$. J'embraque dans un vaisseau pour Mars ($g_M = 3,71 m.s^{-2}$). Donner la nouvelle période d'oscillation du pendule.*

μDM Force centrifuge

Lycée Louis Thuillier - Physique-Chimie - PCSIB

La force centrifuge est une force qui s'exerce sur un objet en rotation. C'est ce qui permet de projeter une pierre avec une fronde ou ce qui vous pousse vers l'extérieure de la voiture lors d'un virage. A noter que ce n'est pas "réellement" une force mais ce n'est pas le sujet ici ...

On étudie ici une pierre de masse m attachée au bout d'un fil de longueur l_0. A l'aide du poignet, on impose à la pierre une rotation à une vitesse angulaire ω.

1. La vitesse angulaire de la pierre peut s'obtenir via l'expression :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{avec } T \text{ la période de rotation de la pierre}$$

   Donner la dimension de ω.
2. On mesure que la pierre fait 155 tours par minute. Calculer ω.
3. Donner les dimensions et les unités d'une force. *On pourra s'aider du PFD.*
4. On suppose que l'intensité F la force centrifuge ne dépend que de la masse de la pierre m, de la vitesse angulaire ω et de la longueur du fil l_0. Proposer une expression possible de F en fonction de ces paramètres.
5. Si on double la longueur du fil, par combien est multiplié la force centrifuge ?
6. Avec 155 tours par minutes, j'obtiens une force $F = 500$N. Quelle vitesse de rotation ω' dois-je imposer pour avoir une force $F = 1200$N ?

TD 0

Analyse dimensionnelle

Lycée Louis Thuillier - Physique-Chimie - PCSIB

1 Dimensions et unités

Exercice 1 - Conversion d'unités :

Exprimer les différentes grandeurs physiques suivantes dans les unités du Système International.

1.(a) $S = 0.2$ cm^2 (b) $V = 50$ mm^3 (c) $\rho = 2$ g.cm^{-3}

2.(a) $\Phi = 0.1$ J.cm^{-2} (b) $J = 2$ kW.h (c) (*) $\nabla P = 10^{-3}$bar.mm^{-1}

On rappelle que $1J = 1kg.m^2.s^{-2}$, $1W = 1J.s^{-1}$ et 1bar= $1kg.m^{-1}.s^{-2}$

Exercice 2 - Vérification de vraisemblance et ordres de grandeur :

1. Quel ordre de grandeur vous semble le plus raisonnable pour...
   (a) la masse d'une voiture :

   i. 10 kg ii. 100 kg iii. 1000 kg iv. 10 000 kg

   (b) la taille d'un atome :

   i. 10^{-15} m ii. 10^{-14} m iii. 10^{-10} m iv. 10^{-8} m

   (c) la distance Terre-Lune :

   i. 10^3 km ii. 4×10^5 km iii. 10^7 km iv. 4×10^8 km

   (d) la puissance électrique typique d'un appareil électroménager :

   i. 0.1 kW ii. 1 kW iii. 10 kW iv. 100 kW

   (e) la vitesse d'un piéton :

   i. $3\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ ii. $3.6\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$ iii. $1\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ iv. $10\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$

Exercice 3 - Dimension :

Calculer la dimension et la valeur numérique de la quantité : $V = \sqrt{\gamma \frac{P_0}{\rho_0 d} \frac{T}{T_0}}$

▷$\gamma = 1,33$

▷P_0 est la pression atmosphérique normale (1,013.10^5 Pa)

Force de pression : un gaz à la pression P applique sur une surface S une force d'intensité $F = PS$.

▷ρ_0 est la masse volumique de l'air (1,293 kg.m^{-3})

▷d est la densité du gaz carbonique $d = 1,517$

▷$T_0 = 273$ K ; $T = 293$ K

Exercice 4 - Analyse dimensionnelle :

Un corps de masse m et de vitesse initiale v_0 est soumis uniquement à une force de frottement visqueux qui s'écrit $\overrightarrow{F} = -\alpha\overrightarrow{v}(t)$ où $\alpha > 0$ et $\overrightarrow{v}(t)$ désigne le vecteur vitesse du corps au temps t. Parmi les expressions proposées, quelle écriture de la vitesse est la plus vraisemblable ?

1. $v(t) = v_0 \exp\left(\frac{\alpha t}{m}\right)$
2. $v(t) = v_0 \exp\left(-\frac{\alpha t}{m}\right)$
3. $v(t) = v_0 \exp(\alpha t)$
4. $v(t) = v_0 \exp(-\alpha t)$

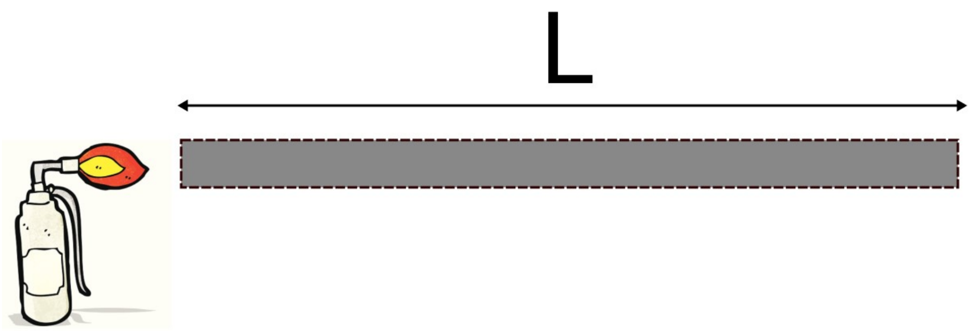
Exercice 5 - Diffusivité thermique : La diffusivité thermique D d'un milieu représente sa capacité à propager la chaleur. A l'aide d'un modèle microscopique, on peut relier la diffusivité d'un gaz à ses propriétés thermodynamiques : sa température T, sa pression P, sa masse molaire M, le nombre d'Avogadro $\mathcal{N}_A$, la constante des gaz parfaits R et une grandeur σ, nommée section efficace, qui possède la dimension d'une surface
On a la relation suivante :

$$D = \frac{(RT)^{\frac{3}{2}}}{\mathcal{N}_A \sigma P M^{\frac{1}{2}}}$$

.

1. Donner la dimension de D dans le système international.
   On a : $R = 8.314\text{J.K}^{-1}\text{mol}^{-1}$ et $\mathcal{N}_A = 6,02 \times 10^{23}\text{mol}^{-1}$, $M = 28,0134\text{g.mol}^{-1}$.

   On chauffe une barre de longueur L à une de ses extrémités à l'aide d'un chalumeau. On appelle T le temps nécessaire pour que la chaleur se propage dans toute la barre.



2. Donner une expression plausible de T sachant que T ne dépend que de la diffusivité thermique D de la barre et de sa longueur L.
3. Si la chaleur met $T_{10} = 30\text{s}$ à se propager le long d'une barre de 10m, combien de temps T_{20} mettra-t-elle à se propager pour une barre de 20m ?

Exercice 6 - Explosion atomique *(Pour aller plus loin)* :
Dans cet exercice, on se propose de reprendre la démarche entreprise par le physicien G.I. Taylor, qui parvint, à partir du film de la première explosion atomique, à estimer l'ordre de grandeur de l'énergie de cette bombe, valeur qui était à cette époque top-secrète !

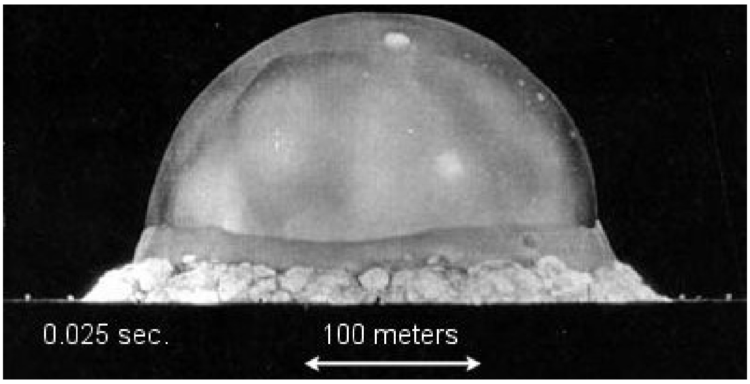


Fig. 1 – Photographie de l'explosion

Taylor fit l'hypothèse que le rayon $R(t)$ du nuage consécutif à l'explosion ne dépend que de l'énergie E libérée par l'explosion et de la masse volumique $\mu \approx 1$ kg.m^{-3} de l'air.

1.(a) Déterminer l'expression de $R(t)$ à une constante multiplicative K près.
(b) Quel est l'ordre de grandeur de K.
A l'aide des photographies aériennes prises lors de l'explosion, on peut dresser le tableau1.

Temps (ms)	0,1	0,24	0,38	0,52	0,66	0,8	0,94	1,08	1,22	1,36	1,5	1,65	1,79	1,93
Rayon (m)	11	14,5	28,5	29,5	33,5	35,5	37	40,5	43	43,5	46,5	47,5	48,5	50

Tab. 1 – Rayon du nuage en fonction du temps, pendant les premiers instants après l'explosion

2. A l'aide des données numériques du tableau 1, vérifier graphiquement la validité de la loi déterminée à la première question.
3. En déduire l'ordre de grandeur de l'énergie de cette bombe en joules.
4. La comparer à la valeur de 21 kilo-tonnes de TNT que l'on trouve dans les archives historiques. 1 tonne de TNT est équivalente à 4,1865 GJ.
5. A l'aide de la photographie de la figure 1 et des informations fournies, vérifier si la loi donnant $R(t)$ est encore vérifiée 25 ms après l'explosion. Conclure.
6. Qu'aurait-on obtenu comme valeur de l'énergie libérée par la bombe si on avait choisi le diamètre au lieu du rayon du nuage ? On exprimera le résultat numérique en kilo-tonnes de TNT.
7. Commenter rapidement.

TD 0 Analyse dimensionnelle

Lycée Louis Thuillier - Physique-Chimie - PCSI2 - 2023-2024

1 Dimensions et unités

Exercice 1 - Conversion d'unités :

1.(a) $S = 0.2\ \text{cm}^2 = 0.2 \times \left((10^{-2}\text{m})\right)^2 = 0.2 \times 10^{-4}\text{m}^2$
(b) $V = 50\ \text{mm}^3 = 50\,(10^{-3}\text{m})^3 = 50 \times 10^{-9}\text{m}^3$
(c) $\rho = 2\ \text{g.cm}^{-3} = 2 \times (10^{-3}\text{kg}) \times (10^{-2}\text{m})^{-3} = 2 \times 10^{3}\text{kg.m}^{-3}$

2.(a) $\Phi = 0.1\ \text{J.cm}^{-2} = 0.1\,(\text{kg.m}^2.\text{s}^{-2}) \times (10^{-2}\text{m})^{-2} = 0.1 \times 10^{4}\text{kg.s}^{-2}$
(b) $J = 2\ \text{kW.h} = 2\times10^3\text{kg.m}^2.\text{s}^{-2}\times\text{s}^{-1}\times3600\text{s} = 7,2\times10^6\text{kg.m}^2.\text{s}^{-2} = 2\text{kJ}$ (*c'est plus joli comme ça !)*
(c) (*) $\nabla P = 10^{-3}\text{bar.mm}^{-1} = 10^{-3} \times (\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}) \times (10^{-3}\text{mm})^{-3} = 10^{6}\text{kg}.s^{-2}.m^{-4}$

Exercice 2 - Vérification de vraisemblance et ordres de grandeur :

- (a) : ii
- (b) : i (ou ii)
- (c) : ii
- (d) : i ou ii
- (c) : ii ou iii

Exercice 3 - Dimension :

On prend un à un les coefficient puis on les insère dans la formule ! !

- γ : pas d'unité donc pas de dimension !
- P_0 : pression $[P_0] = [F/S]$ avec $S = L^2$.
  Pour trouver la dimension d'une force on se rappelle la seconde loi de Newton : $ma = \sum F$ donc $[F] = [m] \times [a] = M \times LT^{-2}$. D'où $[P] = ML^{-1}T^{-2}$.
- ρ_0 : en kg.m^{-3} donc $[\rho_0] = M.L^{-3}$
- d : pas d'unité donc pas de dimension !
- T/T_0 est le rapport de deux températures donc $[T/T_0] = 1$

Finalement :

$$V = \left(1 \times \frac{ML^{-1}T^{-2}}{M.L^{-3} \times 1} \times 1\right)^{1/2} = \left(L^2T^{-2}\right)^{1/2} = LT^{-1}$$

C'est la dimension d'une vitesse. En faisant l'AN on trouve environ 272m.s^{-1} : c'est la vitesse du son dans l'air, donnée à une certaine température.

Exercice 4 - Analyse dimensionnelle :

Avant toute chose on va chercher la dimension de α :

$$\vec{F} = -\alpha\vec{v} \;\Rightarrow\; [F] = [\alpha][v] \;\Rightarrow\; [\alpha] = \frac{[F]}{[v]} = \frac{[m \times a]}{[v]} = \frac{M \times LT^{-2}}{LT{-1}} = MT^{-1}$$

On vérifie ensuite les dimensions des expressions.

1. $v(t) = v_0 \exp\left(\frac{\alpha t}{m}\right)$ 2. $v(t) = v_0 \exp\left(-\frac{\alpha t}{m}\right)$ 3. $v(t) = v_0 \exp(\alpha t)$ 4. $v(t) = v_0 \exp(-\alpha t)$

Attention ! il y a un fonction mathématiques, ici la fonction exponentielle. Il faut alors vérifier deux choses :

1. que l'expression est juste dimensionnement
2. **ET** que l'expression dans l'exponentielle est de dimension 1

En se rappelant que $[\exp(....)] = 1$, on remarque que toutes les expressions ont la même dimension, celle d'une vitesse. Par contre :

▷ $\left[\frac{\alpha t}{m}\right] = \frac{[\alpha] \times [t]}{[m]} = \frac{MT^{-1} \times T}{M} = 1$

▷ $[\alpha t] = [\alpha] \times [t] = MT^{-1} \times T = M$

Il y a un problème d'homogénéité dans les expression 3 et 4 !
Pour distinguer 1 et 2 on peut remarquer que la vitesse dans le cas 1 augmente indéfiniment ce qui est "pas naturel". La bonne formule est donc la 2 !

Exercice 5 - Diffusivité thermique :

1. **Attention !** *si on ne fait pas les choses et les calculs proprement et pas à pas dans cette question ça va être un carnage ! !*

   De plus, on va travailler avec les unités (même si on pourrait le faire avec les dimensions), c'est parfois plus naturel.

   ▷ $R : [R] = J.K^{-1}.mol^{-1} = kg.m^2.s^{-2}.K^{-1}.mol^{-1}$

   ▷ $T : [T] = K$

   ▷ $\mathcal{N}_A : [\mathcal{N}_A = mol^{-1}$

   ▷ $\sigma : [\sigma] = m^2$

   ▷ $P : [P] = kg.m^{-1}.s^{-2}$

   ▷ $M : [M] = kg.mol^{-1}$

   Donc :

$$[D] = \frac{\left(kg.m^2.s^{-2}.K^{-1}.mol^{-1} \times K\right)^{3/2}}{mol^{-1} \times m^2 \times kg.m^{-1}.s^{-2} \times \left(kg.mol^{-1}\right)^{1/2}} = \frac{kg^{3/2}\ m^3\ s^{-3}\ mol^{-3/2}}{mol^{-3/2}\ m\ kg^{3/2}\ s^{-2}} = m^2 s^{-1}$$

   On a donc $[D] = L^2T^{-1}$.

2. On cherche une expression de T comme : $T = \kappa D^\alpha L^\beta$. On a alors :

$$[T] = [D]^\alpha \times [L]^\beta \ \Rightarrow \ T = \left(L^2T^{-1}\right)^\alpha \times L^\beta = L^{2\alpha+1}T^{\beta-\alpha}$$

   On veut alors résoudre :

$$\begin{cases} 2\alpha + \beta = 0 \\ -\alpha = 1 \end{cases}$$

   On a donc $\alpha = -1$ et $\beta = 2$ soit une expression pour le temps T :

$$T = \kappa \frac{L^2}{D}$$

3. **IMPORTANT ! !**

   On a trouvé : $T_{20} = \kappa \frac{L_{20}^2}{D}$. *Problème :* on ne connait ni D ni κ. Mais on remarque que $L_{20} = 2L_{10}$ et donc :

$$T_{20} = \kappa \frac{L_{20}^2}{D} = \kappa \frac{(2L_{10})^2}{D} = 4 \times \underbrace{\kappa \frac{L_{10}^2}{D}}_{=L_{10}}$$

   Finalement $T_{20} = 4T_{10}$ soit 2 minutes.

Exercice 6 - Explosion atomique *(Pour aller plus loin)* :

1. On cherche à construire une distance R à partir de E, t et μ.
$[R] = L$; $[t] = T$; $[\mu] = M.L^{-3}$ et $[E] = M.L^2.T^{-2}$
On cherche R sous la forme : $R(t) = kE^\alpha \mu^\beta t^\gamma$ avec $[K] = 1$.
Donc $L = M^{\alpha+\beta}.L^{2\alpha-3\beta}.T^{-2\alpha+\gamma}$. Par identification, on obtient le système : $\begin{cases} \alpha+\beta=0 \\ 2\alpha-3\beta=1 \\ -2\alpha+\gamma=0 \end{cases}$
Sa résolution conduite à $\alpha = \frac{1}{5}$; $\beta = -\frac{1}{5}$ et $\gamma = \frac{2}{5}$. La relation cherchée est donc de la forme : $\boxed{R(t) = K\left(\frac{E}{\mu}\right)^{1/5} t^{2/5}}$ (1)
2. Comme toute constante sans dimension, $K \simeq 1$ donc $R(t) \simeq \left(\frac{E}{\mu}\right)^{1/5} t^{2/5}$
3. On a $R^{5/2} = \sqrt{\frac{E}{\mu}}\, t$. Si on trace $R^{5/2}$ en fonction de t, on obtient une droite de pente $p = \sqrt{\frac{E}{\mu}}$, ce qui valide la loi (1).
4. La mesure expérimentale de la pente donne $p = 9,4.10^6$ m$^{5/2}$/s. Comme $E = \mu p^2$, on obtient numériquement : $\boxed{E = 8,8.10^{13} \text{ J}}$.
5. En exprimant E en tonnes de TNT : $\frac{8,8.10^{13}}{4,1865.10^9} = 21,3.10^3$ tonnes de TNT, résultat incroyablement proche des archives historiques.
6. A $t = 25$ ms, on applique encore la relation (1) avec $K = 1$, on obtient :
$R = \left(\frac{8,8.10^{13}}{1}\right)^{1/5} \times (2,5.10^{-3})^{2/5} = 140$ m.
A l'aide de la photographie et de l'échelle fournie, on mesure un rayon de l'ordre de $R_{exp} = 130$ à 140 m, ce qui est encore très bon.
7. Si on avait privilégié le diamètre D au lieu du rayon, on aurait écrit : $D^{5/2} = \sqrt{\frac{E}{\mu}}\, t$. En traçant $D^{5/2}$ en fonction de t, on aurait toujours une droite de pente p_0, ce qui valide encore la loi trouvée. Par contre, on aurait obtenu une pente $2^{5/2} = 5,6$ fois plus grande ! soit $p_0 = 53.10^6$ m$^{5/2}$/s. Ce qui correspondrait à $\boxed{E = 675.10^3 \text{ tonnes de TNT}}$.
8. Cet exemple montre qu'un petit facteur 2 peut vite jouer un rôle important avec le jeu des puissances. On trouve en effet que E_0 est 32 fois plus élevée que la réalité. En fait, ce problème se contourne en prenant une explosion de référence et en comparant l'évolution du rayon (ou du diamètre) par rapport à cette référence.

Chap I

Fondements de l'optique géométrique

Lycée Louis Thuillier - Physique - PCSIB

Table des matières

Savoirs ♡

▷ ♡ Propriété de la lumière : vitesse, longueur d'onde, fréquence, lumière visible
▷ ♡ Notion de source primaire, secondaire, spectre d'émission

▷ ♡ Indice optique : définition (lien avec c) et propriété avec les longueur d'onde
  ▷ Vocabulaire : homogène, isotrope, réfringeance
  ▷ Valeur de n_{air}, n_{verre}, n_{eau}

▷ ♡ Notion de rayon lumineux, lois de propagation.
Approximation de l'optique géométrique et domaine d'application

▷ ♡ Loi de Snell-Descartes :
  ▷ milieu incident, milieu réfracté, point d'incidence, plan d'incidence
  ▷ notion de rayon incident, réfracté, réfléchi
  ▷ loi des plans, loi de la réflexion, loi de la réfraction

Savoir Faire

Caractériser une source lumineuse par son spectre d'émission. Savoir discuter couleur de la source ; longueurs d'onde émises ; ...

Relier longueur d'onde - fréquence - vitesse de propagation dans le vide et indice optique

Tracer la trajectoire d'un rayon passant par un dioptre. Tracer la trajectoire d'un rayon passant par plusieurs milieux d'indices optiques différents

Etablir la condition de réflexion totale et calcul de l'angle d'incidence limite.

Tracer la trajectoire d'un rayon lumineux dans un milieu inhomogène. Expliquer qualitativement le phénomène des mirage.

En physique classique, le traitement des phénomènes lumineux fait l'objet de deux théories complémentaires :
- l'**optique ondulatoire** : la lumière est vue comme une onde électromagnétique. Les propriétés ondulatoires de la lumière permettent d'expliquer certains phénomènes tels que les interférences lumineuses ou la diffraction.
- l'**optique géométrique,** basée sur la notion de rayon lumineux qui permet d'expliquer la physique du visible dès lors que les obstacles rencontrés au cours de la propagation de la lumière sont assez "grands". Nous allons introduire le formalisme associé à l'optique géométrique dans ce chapitre.

1 Lumière et sources lumineuses

Définition. Lumière
La lumière est une onde électromagnétique, mise en évidence par des phénomènes physique typiques des ondes (interférence, diffraction, ...).

Sa nature ondulatoire est connu depuis le $XVII$ème siècle. Une onde est caractérisée par :

- ▷ sa fréquence f
- ▷ sa célérité, ou vitesse de propagation, c
- ▷ sa longueur d'onde λ

Attention ! c et λ dépendent du milieu de propagation, au contraire de la fréquence qui elle est **fixe**.

Propriété. Lien fréquence-célérité-longueur d'onde

$$c = \lambda \times f$$

1.1 Le spectre électromagnétique et la lumière visible

Propriété. Fréquence de la lumière
On caractérise la lumière par sa fréquence, entre 10^2Hz zt 10^{22}Hz.

Les rayonnements électromagnétiques connus couvrent une gamme de fréquence très étendue, sur plus de 20 ordres de grandeurs.

$$\frac{\text{fréquence la plus élevée}}{\text{fréquence la lpus basse}} = 1000000000000000000000$$

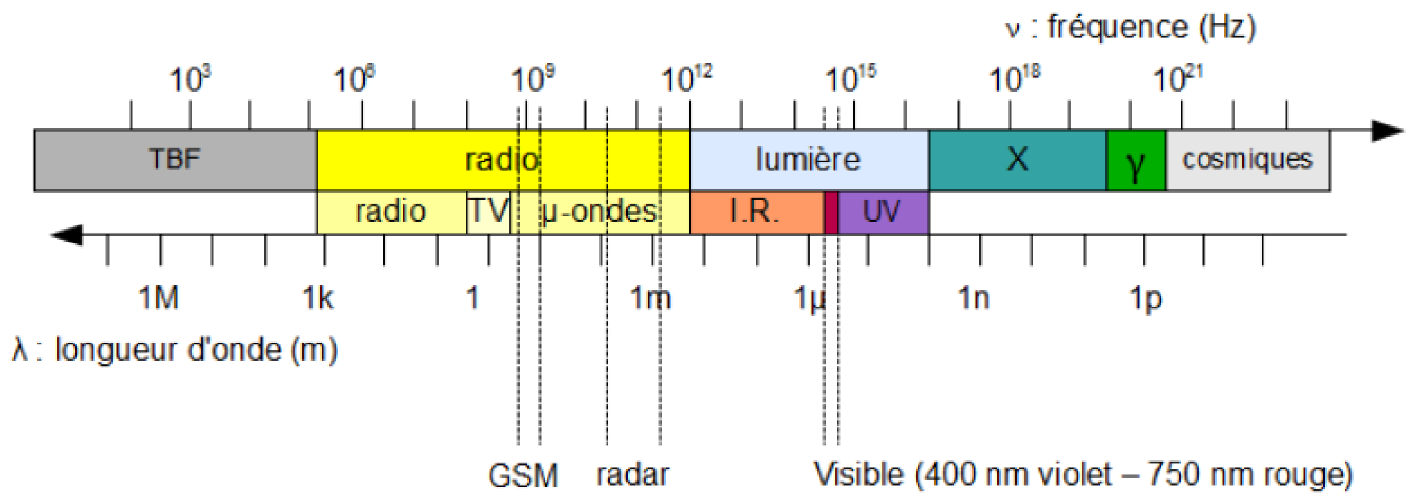
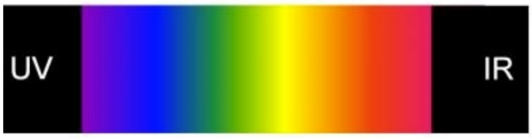


Fig. 1 – Le spectre électromagnétique et longueur d'onde dans le vide.

Propriété. Lumière visible
La lumière visible est une onde électromagnétique, qui correspond à ce que l'on appelle le « visible » de ce spectre. Cela correspond à des longueurs d'ondes dans le vide comprises entre 400 nm (violet) et 800 nm (rouge).



Attention ! Même si on caractérise le plus souvent une couleur (rouge) par sa longueur d'onde dans le vide (800nm), une couleur est caractérisée par sa fréquence !

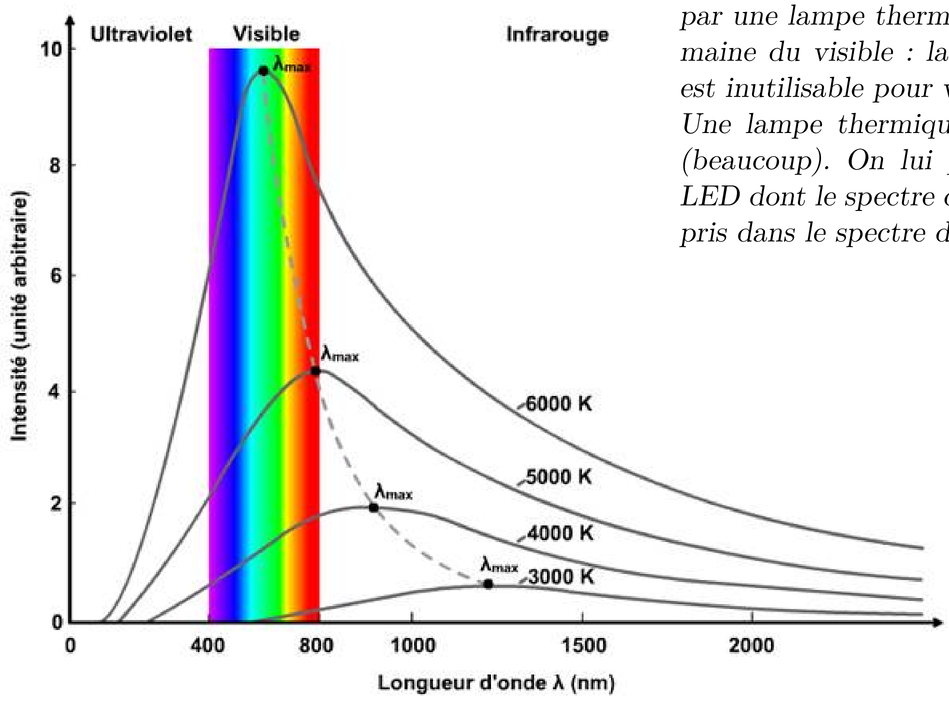
1.2 Les sources de lumière

▶ Notion de spectre d'émission

Quelle est la fréquence de la lumière du Soleil ? Il est impossible de répondre à cette question car la lumière du Soleil ne possède pas une seule fréquence mais est composée d'une infinité de fréquence.
On caractérise une source lumineuse par son spectre d'émission.

Définition. Spectre d'émission d'une source lumineuse
Le spectre d'émission représente la contribution des différentes radiations composant le rayonnement émis par une source lumineuse en fonction de leur longueur d'onde.

Exemple 1 :



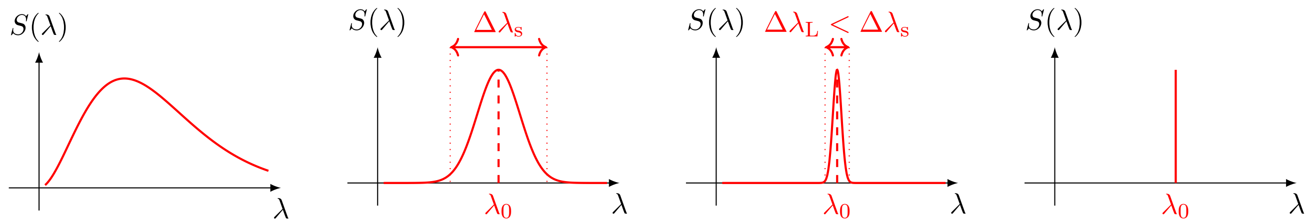
Spectre d'un corps noir en fonction de la température de couleur

Une grande partie des longueurs d'ondes émise par une lampe thermique ne font pas partie du domaine du visible : la majorité de la lumière émise est inutilisable pour voir.
Une lampe thermique éclaire (un peu) et chauffe (beaucoup). On lui préfère désormais utiliser des LED dont le spectre d'émission est d'avantage compris dans le spectre de la lumière visible.

▶ Les sources primaires

Définition. Sources primaires
Les **sources primaires** sont naturellement lumineuses et émettent leur propre lumière.

Exemple 2 : Le Soleil, une ampoule, ...



(a) Lampe thermique (b) Lampe spectrale (c) LASER (d) Monochromatique idéal

Exemple 3 : Dans le cas d'une lampe spectrale, si $\lambda_0 \simeq 800nm$, la couleur de la lampe nous apparaître rouge. Néanmoins la lumière qu'elle émet est composée de nombreuses autres "couleurs".

Dans le cours, on supposera que toutes les sources lumineuses sont purement **monochromatiques**, c'est-à-dire qu'elle ne contiennent qu'une seule fréquence sans étalement du spectre lumineux. Ce modèle est purement idéal et n'existe pas dans la réalité, mais permet de bien décrire les processus.

Définition. Lumière blanche
La lumière blanche est une lumière dont le spectre est continu et contient toutes les longues d'ondes du domaine visible à parts égales.

Application 1 : Dessiner le spectre d'émission de la lumière blanche.

► Les sources secondaires

Définition. Sources secondaires
Les **sources secondaires** ne produisent pas de lumière et ne font que la retransmettre.

Exemple 4 : la Lune, les murs, les miroirs, nous ...

2 Le modèle géométrique de la lumière

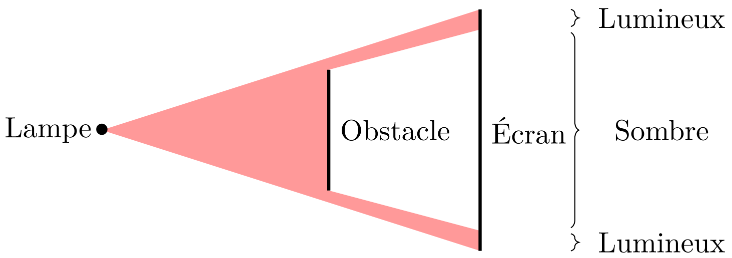
L'optique géométrique a pour objectif de déterminer la trajectoire des rayons lumineux. Elle s'applique aux instruments d'optiques : loupe, lunette astronomique, ...

2.1 Notion de rayon lumineux

On a vu que la lumière est une onde lumineuse. Son caractère purement ondulatoire ne se manifeste que sur des petites échelles : bien souvent, on peut se contenter d'une approche géométrique.

▶ Un outil théorique : le rayon lumineux.

Réalisons l'expérience suivante : n éclaire un mur avec une lampe en mettant un obstacle devant. De façon évidente, on observe l'ombre de l'obstacle. Tout se passe comme si la lumière se propageait en ligne droite.



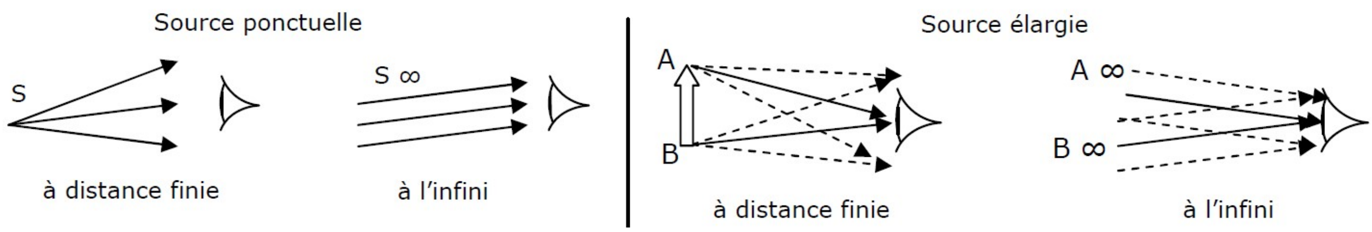
Définition. Rayon lumineux
Un rayon lumineux matérialise la propagation de la lumière. On le représente par un trait et une flèche qui indique le sens de la propagation de la lumière.

Un rayon lumineux : ——>——

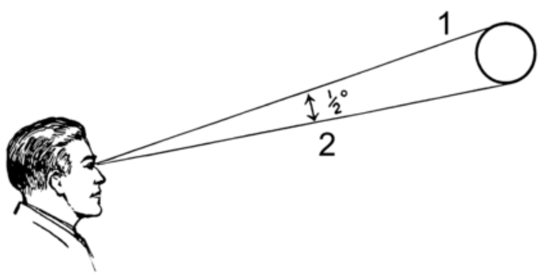
▶ Vocabulaire et sources lumineuses

▷ **faisceau lumineux** : ensemble des rayons partant d'un même point.

On étudie souvent le cas de **sources ponctuelles** qui représente une source de dimension infiniment petite. Que voit-on pour une source dans différents cas ?



▷ La **taille/diamètre apparente/angulaire** :angle formé entre ses points extrêmes au point d'observation.



2.2 Cadre et limites du modèle

Ce modèle à l'air bien simpliste mais il est vrai **tant qu'on reste dans le cadre dans lequel il s'applique**.

Définition. Approximation de l'optique géométrique (OG)
L'approximation de l'optique géométrique revient à négliger tout phénomène de diffraction.

Propriété. Domaine d'application de l'OG
La taille des objets/obstacles qu'on considérera doit être largement supérieur à la longueur d'onde de la lumière considéré.

> *Exemple 5 : Le diamètre d de l'ouverture d'un appareil photo est de $d = 2$mm. Peut-on appliquer les lois de l'OG à cet appareil ? Et si on utilisait des ondes radio ?*

CORRECTION

Un appareil photo doit fonctionner avec le domaine visible de la lumière. la longueur d'onde λ de la lumière visible est de l'ordre de 500nm. On a donc $d\lambda \sim 4000$. On peut raisonnablement appliquer les lois de l'OG.
Par contre avec des ondes radios ($\lambda \sim 1$cm), cela n'est plus possible.

2.3 L'indice optique

Dans le vide, la célérité des ondes électromagnétiques est de

$$\boxed{c_0 = 3 \times 10^8\,\mathrm{m/s}}$$

Dans les milieux matériels, la vitesse des ondes électromagnétiques est modifiée.

Définition. Indice optique
Soit une onde électromagnétique se propageant à la célérité c dans un milieu. On définit **l'indice optique** n d'un milieu par la relation

$$\boxed{c = \frac{c_0}{n}}$$

avec c_0 la vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide. L'indice optique est une grandeur sans dimension et sans unités.

Rien ne peut aller plus vite que la lumière : $c < c_0$. En remplaçant c par sa définition, il vient $n > 1$.

Propriété.
Les indices optiques sont toujours supérieurs à 1.

Milieu	Vide	Air	Eau	Verre
n	1	≈ 1	≈ 1.33	1.5 à 1.8

Astuce : dans la majorité des cas, plus un milieu est dense plus n est grand.

▶ Conséquences sur les longueurs d'ondes

Considérons une onde de fréquence f, passant du vide dans un milieu d'indice n. $f = f_{\text{vide}} = f_{\text{milieu}}$. Comme $f = c/\lambda$

$$\frac{c_0}{\lambda_0} = \frac{c}{\lambda}$$

avec c_0 et λ_0 la vitesse et la longueur d'onde dans le vide et c et λ la vitesse et la longueur d'onde dans le milieu.

Propriété. Longueur d'onde dans un milieu matériel
Dans un milieu d'indice n, la longueur d'onde λ d'une onde électromagnétique est modifiée et vaut

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

avec λ_0 sa longueur d'onde dans le vide et n l'indice optique du milieu.

Attention ! C'est la fréquence qui impose la couleur d'une onde (et non pas la longueur d'onde) : une onde lumineuse ne change pas de couleur en changeant de milieu !

> *Application 2 : Quelle est la longueur d'onde dans l'eau d'une lumière rouge ?*

2.4 Milieux de propagation

Dans tout ce qui va suivre, on se placera dans le cas où le milieu de propagation est homogène et isotrope :

Définition. Milieu homogène :
Les propriétés physiques (densité, indice de réfraction, ...) d'un milieu homogène sont les mêmes en tout point du milieu.

> *Exemple 6 :*
> - ▷ *homogène : un morceau de verre, de l'eau à température uniforme, ...*
> - ▷ *non-homogène : tout milieu dans lequel la température varie dans l'espace*

Définition. Milieu isotrope :
Les propriétés physiques d'un milieu isotrope sont identiques dans toutes les directions de propagation du rayon lumineux.

> *Exemple 7 : Quand on fait des glissades en chaussettes :*
> - ▷ *isotrope : un carrelage*
> - ▷ *non-isotrope : du vieux parquet (il y a un sens plus simple que l'autre, suivant les lattes du parquet)*

2.5 Les hypothèses du modèle géométrique

Propriété. Propagation des rayons lumineux
Dans le cadre des milieux homogènes, (*i.e.* indice optique n constant), les rayons lumineux :
- ▷ se propagent en **ligne droite**.
- ▷ sont **indépendants** : ils n'interagissent pas entre eux
- ▷ vérifient le **principe du retour inverse** : pour aller de $A \rightarrow B$ la lumière prend le même "chemin" que pour aller de $B \rightarrow A$.

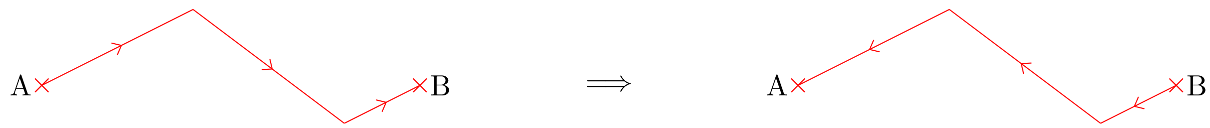


Fig. 3 – Principe du retour inverse de la lumière.

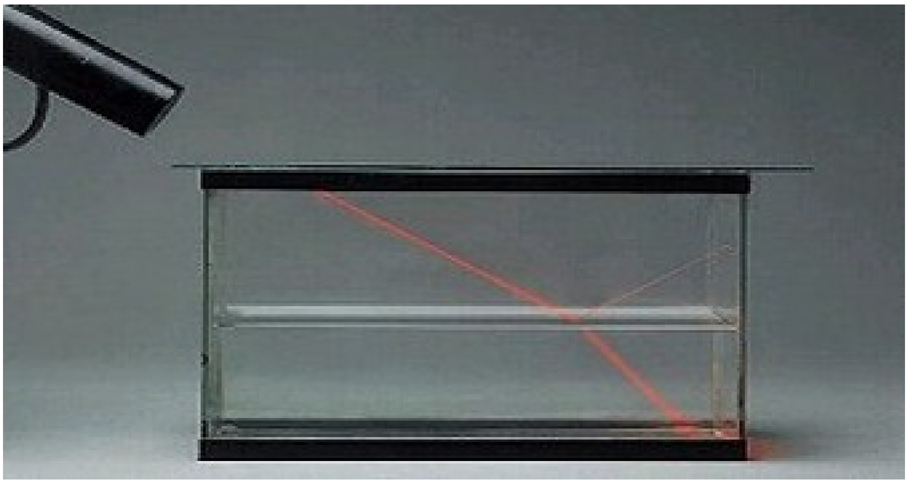
Attention ! Les hypothèses précédentes ne permettent pas de décrire ce qui se passe dans les milieux non homogènes, comme par exemple pour les mirages (voir fin de chapitre et TD).

3 Les lois de Snell-Descartes

3.1 Mise en évidence expérimentale

Définition. Dioptre
On appelle **dioptre** la surface de séparation entre deux milieux d'indices différents.

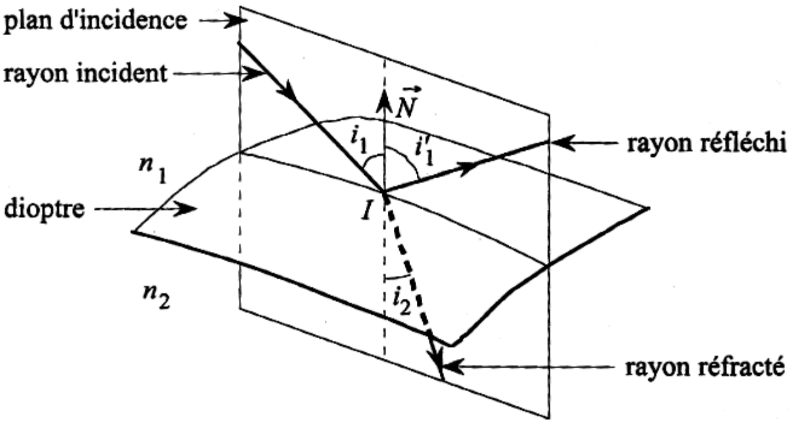
| ***Expérience 1 :*** *Réflexion et réfraction d'une lumière laser sur un dioptre air/eau.*



Au passage du dioptre, on observe que le rayon incident se partage entre :
- ▷ un rayon qui se situe du même côté du dioptre que le rayon incident. On dit qu'il y a **réflexion**, on parle de rayon réfléchi.
- ▷ un rayon qui se trouve de l'autre côté du dioptre. On dit qu'il y a **réfraction**, on parle de rayon réfracté. De plus, le rayon réfracté est dévié par rapport au rayon incident.

| ***Exemple 8 :*** *Représenter sur la photographie : le dioptre, le rayon incident, réfléchi et réfracté.*

3.2 Énoncé des lois



Définition. Point d'incidence
On appelle **point d'incidence**, généralement noté I, le point où le rayon incident rencontre la surface du dioptre.

Définition. Normale au dioptre
La droite passant par$I$, orthogonale à la surface du dioptre est appelée **normale en** I.

Définition. Plan d'incidence
Le plan contenant le rayon et la normale en I est appelé **plan d'incidence**.

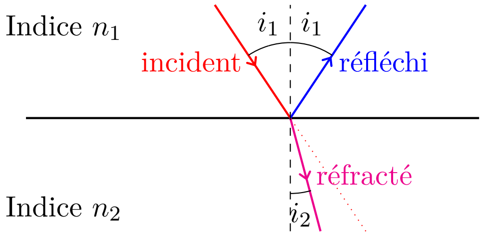
Théorème. Les trois lois de Snell-Descartes

1 - Loi des plans Les rayons réfléchis et réfractés sont situés dans le plan d'incidence.
2 - Loi de la réflexion :

$$\boxed{i_1 = i_1'}\,.$$

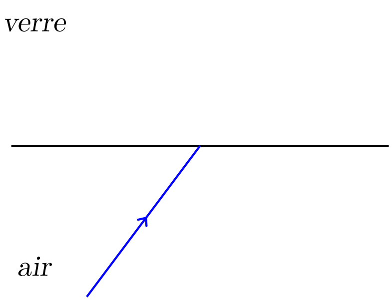
3 - Loi de la réfraction :

$$\boxed{n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2}\,.$$



Attention ! **Tous les angles sont mesurés par rapport à la normale au dioptre, pas par rapport au dioptre !**

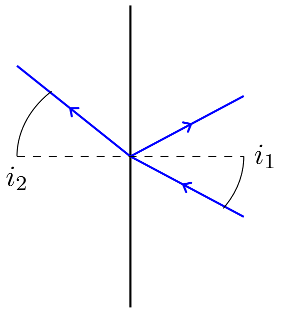
Déviation d'un rayon lumineux :
l'angle $D_{\text{réfraction}}$ entre le prolongement du rayon incident et le rayon émergent.
On a alors $D_{\text{réfraction}} = i_2 - i_1$.

> **Exemple 9 :** *Représenter les rayons réfléchis, réfractés. Placer les angles d'incidence, de réflexion, de réfraction et de déviation.*
>
> 
>
>
> *Pour quel valeur d'angle d'incidence, un rayon n'est pas dévié ?*

Propriété. Rayon non dévié
Un rayon arrivant perpendiculairement au dioptre n'est pas dévié.

3.3 Application au calcul d'angles de réfraction

Définition. Réfringence
Soit deux milieux d'indice n_1 et $n_2 < n_1$, on dit alors que le milieu 1 est **plus réfringent** que le milieu 2.

> *Exemple 10 :* ***Cas de la réfraction dans un milieu moins réfringeant pour i_1 =40°***
> ***Attention ! La lumière ne va pas toujours de haut en bas ! Le milieu incident n'est pas tout le temps le milieu au dessus.***
>
> 
>
>
> *Indice $n_0 < n$* *Indice n*
>
> *Loi de la réfraction :*
>
> $$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$
>
> *Donc :* $\sin i_2 = \dfrac{n_1}{n_2} \sin i_1$ *et*
>
> $$i_2 = \arcsin\left(dfracn_1n_2 \sin i_1\right)$$
>
> ***Attention ! Avant d'utiliser sa calculette***
> *Pour la fonction arcsin, on vérifie bien qu'elle est réglée en degré/radian suivant ce qu'on utilise.*

▶ Dévition d'un rayon

On remarque que, dans la loi de Snell-Descartes, pour $n_1/n_2 > 1$:

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \;\Rightarrow\; i_1 > i_2$$

Propriété. Déviation

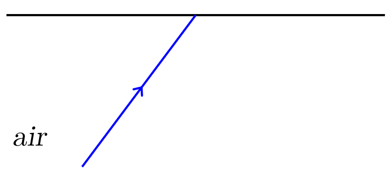
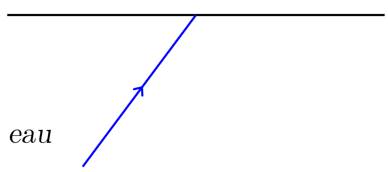
Réfraction dans un milieu moins réfringent :

$$n_2 > n_1 \;\Rightarrow\; i_2 < i_1$$

Réfraction dans un milieu moins réfringent :

$$n_2 < n_1 \;\Rightarrow\; i_2 > i_1$$

Astuce : l'important sur un schéma est de dévier les rayons "dans le bon sens" suivant les valeurs relatives des deux indices optiques

> *Exemple 11 : Tracer la trajectoire des rayons dans les cas :*
>
> *verre*
>
> 
>
> *air*
>
> *air*
>
> 
>
> *eau*

3.4 Les angles limites

Les résultats de ce paragraphe sont à redémontrer par le calcul systématiquement, et donc tout résultat donné par cœur sera considéré comme faux.

▶ L'angle de réfraction limite ($n_2 > n_1$)

Transition de petit n à grand n : air→verre ou eau→verre.

Comme $n_2 > n_1$ alors $i_2 < i_1$. Calculons la valeur maximale de l'angle de réfraction.
A l'incidence maximale $i_{1,\max} = 90°$ et donc :

$$\sin i_{2,\max} = \frac{n_1}{n_2} \sin i_{1,\max} = \frac{n_1}{n_2}$$

i_2 ne pourra jamais être plus grand que $\arcsin \frac{n_1}{n_2}$

Définition. Angle de réfraction limite
Condition : réfraction dans un milieu plus réfringent.
Conséquence : l'angle de réfraction i_2 sera toujours inférieur à un **l'angle de réfraction limite**

$$i_{2,\max} = \arcsin \frac{n_1}{n_2} .$$

C'est le rayon réfracté du rayon incident d'angle $i_1 = 90°$.

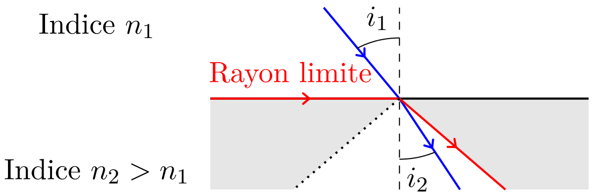


Fig. 4 – Tous les rayons réfractés seront situés à l'intérieur du cône de réfraction. Aucun rayon réfracté ne sera dans la zone grise.

> *Application 3 : Calculer l'angle de réfraction limite pour les interfaces air/eau, air/verre et eau/verre.*

▶ La réflexion totale ($n_2 < n_1$) (TRÈS IMPORTANT)

Transition de grand n à petit n : verre→air/eau ou eau→air.

Considérons maintenant le cas d'une réfraction dans un milieu moins réfringent ($n_2 < n_1$). Les loi de Snell-Descartes donnent :

$$\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1 \quad \text{donc} \quad i_2 = \arcsin \left(\frac{n_1}{n_2} \sin i_1 \right)$$

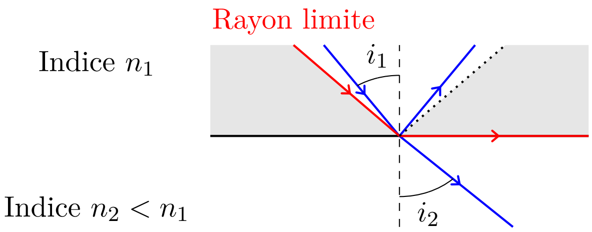
♡ *Instant Math* ♡ : $\arcsin(x)$ a du sens si $x \leq 1$! !

Il faut donc que $\frac{n_1}{n_2} \sin i_1 < 1$ donc $i_1 < \arcsin \frac{n_2}{n_1}$. .
Que se passe-t-il si $i_1 > \arcsin \frac{n_2}{n_1}$? Il n'y a pas de solution pour l'angle de réfraction ⇒ il n'y a pas de rayons réfractés ! Tout la lumière se réfléchis, on parle de réflexion totale.

Définition. Réflexion totale
Condition : réfraction dans un milieu moins réfringent
Conséquence : si l'angle d'incidence est trop grand, il n'y a pas de rayon réfracté.
L'angle d'incidence soit être plus petit que **l'angle d'incidence limite**

$$i_{1,\mathrm{lim}} = \arcsin \frac{n_2}{n_1} \ .$$

On parle de **réflexion totale**.



Attention ! La lumière ne disparaît pas : le rayon incident est **entièrement réfléchi**.
La lumière "ne passe pas".

▷ *Astuce :* pour retrouver facilement l'angle d'incidence limite, on prend une valeur de $i_2 = \pi/2$.

▷ *Astuce : il est important en physique d'avoir des réflexes pavlovien !*
Si l'énoncé parle "d'angle maximale d'incidence", "d'angle d'incidence limite" ou bien "aucun rayon ne ressort" ⇒ **RÉFLEXION TOTALE !!!!!**

> *Application 4 : Calculer l'angle d'incidence limite de la réflexion totale pour les interfaces eau/air, verre/air et verre/eau.*

4 Applications

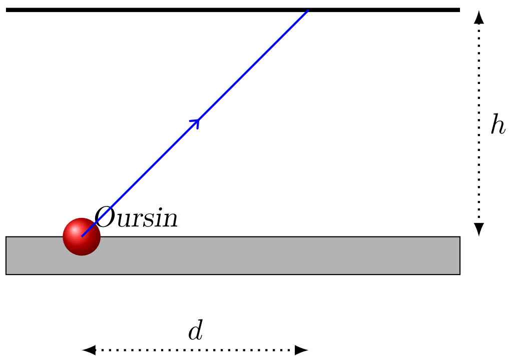
Méthode en DS. Faire de l'optique géométrique
Pour faire de l'*optique* **géométrique** il faut faire :
- ▷ de l'optique : loi de Snell-Descartes ; ... ; *c'est tout*
- ▷ de la géométrie : géométrie du triangle ; ... ; *c'est tout*

Pour réaliser cela, on a besoin d'un schéma **clair** de la situation sur lequel on fera apparaître de façon **explicite** (*vous avez des stylos de couleurs, utiliser les !*) les angles, les distances et **les triangles rectangles !!!**

Méthode en DS. Géométrique du triangle (*voir fascicule de math*)
Dans mon triangle rectangle, **je cherche une longueur** et :
- ▷ j'ai deux longueurs ⇒ Pythagore
- ▷ j'ai une longueur un angle ⇒ trigonométrie

Dans mon triangle rectangle, **je cherche un angle** et :
- ▷ j'ai deux longueurs ⇒ trigonométrie
- ▷ j'ai deux angles ⇒ somme des angles égale π

4.1 Marcher sur un oursin

> *Exemple 12 : J'aime me promener le long de la plage à la mer, les pieds d'en l'eau à hauteur de mollet. Je vois alors devant moi un oursin (ou un tesson de verre) sur lequel je ne veux pas marcher. Où dois-je mettre mon pied ?*
>
> 
>
>
> 1. *Montrer que pour un angle d'incidence limite, le rayon est entièrement réfléchi.*
> 2. *Tracer le prolongement du rayon lumineux issu de l'oursin et expliquer pourquoi l'oeil humain ne le voit pas où il se trouve réellement.*
>   *Est-il plus près ou plus loin qu'on ne le pense ?*
> 3. *Exprimer Δd l'écart entre la position vue O' et la position réelle O de l'oursin.*
>   *Données : $d = 0,20m$; $h = 30$cm ; $n_{\text{eau}} = 1,33$*

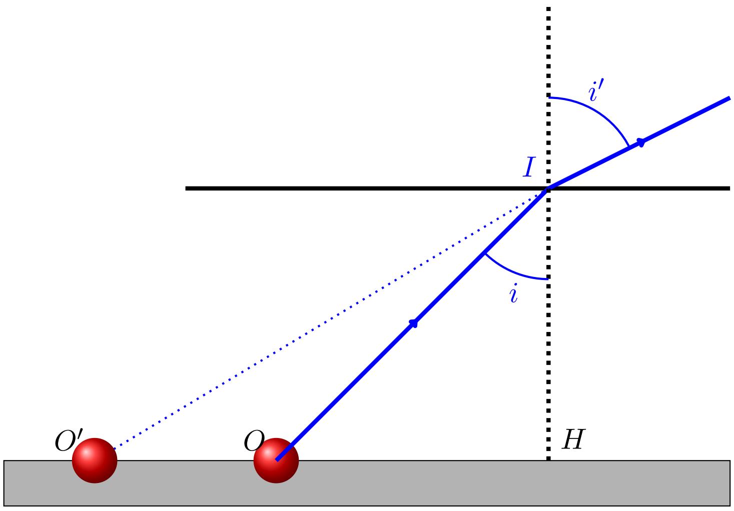
CORRECTION

1. "*entièrement réfléchi*" .... ⇒ **réflexion totale !!!**
   Pour observer un réflexion totale, il faut passer d'un milieu 1 à un milieu 2 avec $n_2 < n_1$. C'est le cas ici.
   Cela apparaît si $i > i_{\text{max}}$ avec i_{max} l'angle d'incidence dans le cas limite où $i' = \pi/2$. Soit, avec les loi de Snell-Descartes :

$$n_{\text{eau}} \sin i_{\text{max}} = n_{\text{air}} \sin \pi/2 \ \Rightarrow\ \sin i_{\text{max}} = \frac{n_{\text{eau}}}{\text{air}} \times 1 \ \text{ soit } \ i_{\text{max}} = 48°$$

Il y aura réflexion totale si $i > 48°$.

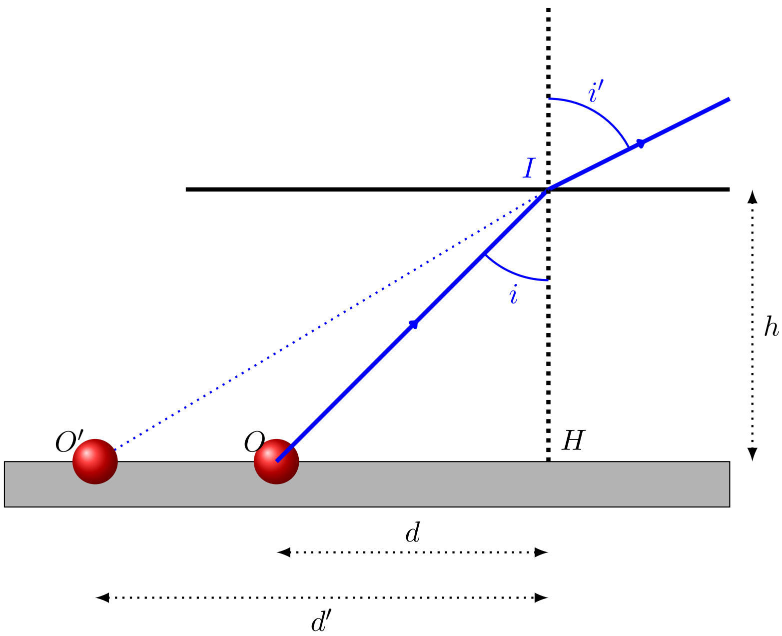
2. Le rayon lumineux passe de l'eau ($n = 1,33$) à l'air ($n = 1$) donc l'angle de réfraction i' est plus grand que l'angle d'incidence i.



L'œil humain, en dehors de l'eau, reçoit le rayon réfracté. Il prolonge alors le rayon reçu en ligne droite (*notre cerveau ne connaît pas intuitivement les lois de Snell-Descartes*) et le place au fond de l'eau. On voit l'oursin en O', et non en O. Du fait de la déviation au dioptre eau→air, on le voit plus loin de nous qu'il n'est réellement.

3.

SCHEMAAAAA ! ! ! ! ! ! avec angles, triangles et distances



Géométrie : on cherche d'. On repère alors deux triangles rectangles : $O'IH$ et OIH.

▷ dans le triangle OIH on a : $\tan i = \dfrac{d}{h}$ soit $i = 34°$.

▷ Dans le triangle $O'IH$ on a : $\tan i' = \dfrac{d'}{h}$ soit $d' = h \tan i'$

Optique

Loi de Snell-Descartes : $n_{\text{eau}} \sin i = n_{\text{air}} \sin i'$ donc : $\sin i' = \dfrac{n_{\text{eau}}}{\text{air}} \sin i$ soit :$i' = 47°$

On trouve alors $d = 33cm$. On obtient alors un écart $\Delta d = d' - d$ de 13cm.

4.2 Le prisme

Définition. Milieu dispersif
Les propriété d'un milieu dispersif dépend de la fréquence de l'onde qui le traverse.

Le verre est un milieu disperif, l'indice dépend de la longueur d'onde de la lumière considéré. On peut donc se servir d'un prisme pour obtenir le spectre de la lumière visible : chaque longueur d'onde de la lumière ne sera pas déviée du même angle. On peut ainsi séparer les différentes couleurs qui composent la lumière blanche.

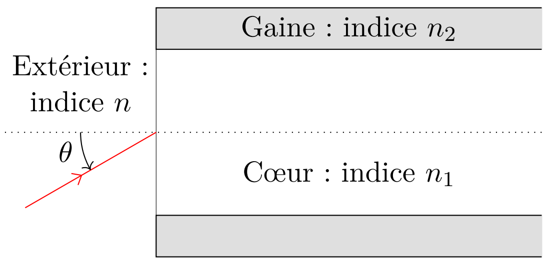
4.3 Modèle de la fibre optique à saut d'indice

Cette partie est une application directe du cours. Les résultats ne sont pas à connaître par coeur, par contre il est impératif de savoir les retrouver. Autrement dit, c'est un exercice qu'il faut savoir refaire par soi même (cf TD).

Une fibre optique est un fil dont l'intérieur a la propriété de conduire la lumière et sert pour la fibroscopie, l'éclairage ou la transmission de données numériques. Elle offre un débit d'information nettement supérieur à celui des câbles coaxiaux et peut servir de support à un réseau « large bande » par lequel transitent aussi bien la télévision, le téléphone, la visioconférence ou les données informatiques. Le principe de la fibre optique date du début du XX^{ème} siècle mais ce n'est qu'en 1970 qu'est développée une fibre utilisable pour les télécommunications.

Une fibre optique cylindrique est constituée d'un cœur cylindrique d'indice optique n_1 entourée d'une gaine d'indice optique n_2.

Son rôle est de guider la lumière dans son coeur. La gaine contribue aux propriétés mécaniques mais évite également les fuites de lumière.
On considère un rayon incident dans un milieu extérieur d'indice n cherchant à entrer dans la fibre avec un certain angle d'incidence θ.



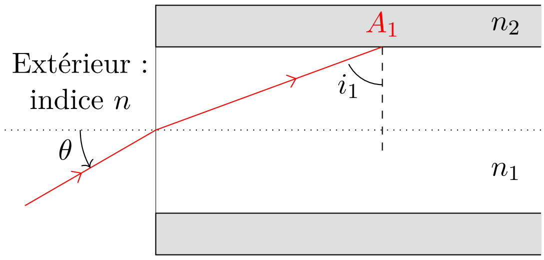
Application 5 :

1. *Confiner la lumière :*
   - ▷ *Donner une propriété sur les indices optiques du coeur et de la gaine pour que la lumière puisse être confiné dans la fibre optique.*
   - ▷ *Exprimer le lien entre θ et i_1, l'angle d'incidence du rayon sur la gaine.*
   - ▷ *(*) Donner alors la valeur maximale θ_m de l'angle d'entrée θ pour que la lumière soit confinée.*
2. *Dispersion d'un signal :*
   Considérons deux faisceau lumineux arrivant dans la fibre : l'un arrivant avec un angle $\theta < \theta_m$, l'autre arrivant sous incidence normale.
   - ▷ *A l'aide d'un schéma, expliquer lequel des deux faisceau va ressortir de la fibre en premier*
   - ▷ *(*) Exprimer le retard Δt du rayon sortant en dernier de la fibre.*

▶ Confiner la lumière dans la fibre

Condition sur la fibre optique :

Considérons un rayon arrivant en entré de la fibre



Pour que la lumière reste confinée dans le coeur de la fibre, il ne doit pas avoir de rayon réfracté au niveau du point A_1. Pour cela, il doit avoir **réflexion totale**. Pour que cela soir possible, le milieu de la faine doit avoir un indice plus petit que celui du coeur : $n_2 < n_1$.

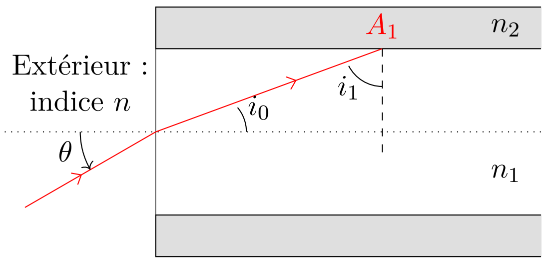
Condition sur l'angle d'incidence

Mais cette condition n'est pas suffisante : il faut également que l'angle d'incidence du rayon lumineux au point A_1 soit supérieur à l'angle d'incidence limite

$$i_1 > i_{1,lim} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

Cela fixe une condition sur la valeur de l'angle θ : si θ est trop grand, alors $i_1 < i_{1,max}$ et il y aura un rayon réfracté dans la gaine. on va chercher la valeur maximale θ_m de l'angle d'incidence θ.

Considérons un rayon arrivant en entré de la fibre



On appelle i_0 l'angle du rayon réfracté au niveau de l'entrée du rayon dans la fibre.

Le lien entre θ et i_0 est donné par la relation de Descartes lors du passage du dioptre $n \to n_1$:

$$n \sin \theta = n_1 \sin i_0$$

On a de plus une relation entre i_0 et i_1 car ils forment un triangle rectangle : $i_0 + i_1 = \pi/2$.
Finalement

$$n \sin \theta = n_1 \sin(\pi/2 - i_1) = n_1 \cos(i_1)$$

♡ *Instant math* ♡ : $\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$

On a alors : $n \sin \theta = n_1 \sqrt{1 - \sin^2 i_1}$.
Or pour qu'il y est réflexion totale : $\sin i_1 > \arcsin \frac{n_2}{n_1}$. Donc :

$$n \sin \theta < n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$$

L'angle d'incidence θ d'entrée dans la fibre doit donc être inférieure à un angle limite θ_m :

$$\theta < \theta_m = \arcsin\left(\frac{n_1}{n}\sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}\right)$$

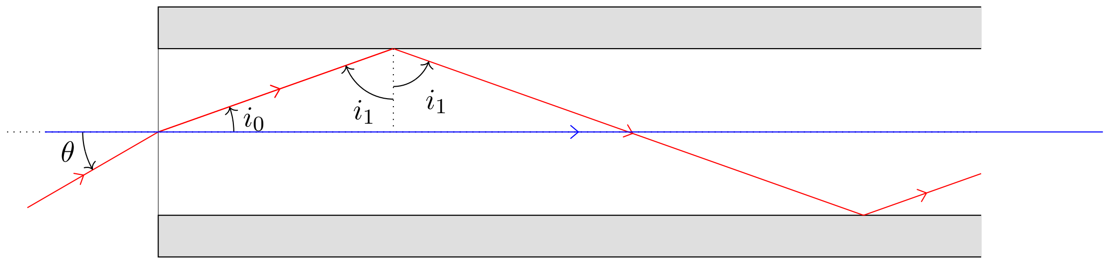
▶ Dispersion d'un signal et débit maximale dans une fibre à saut d'indice *

Considérons deux faisceau lumineux arrivant dans la fibre :

▷ l'un arrivant avec un angle $\theta < \theta_m$ (en rouge)

▷ l'autre arrivant sous incidence normale (en bleu)

Pour parcourir la fibre, le rayon rouge va avancer en zig-zag, alors que le bleu va aller tout droit. Par conséquent, le premier va parcourir une distance plus longue et va donc prendre plus de temps.



Pour parcourir une distance L le long de la fibre optique :

▷ le rayon rouge parcourt une distance :

$$L' = \frac{L}{\sin i_1} = \frac{L}{\cos i_0}$$

Comme $\cos i_0 = \sqrt{1 - \sin^2 i_0} = \sqrt{1 - \left(\frac{n}{n_1}\sin\theta\right)^2}$:

$$L' = \frac{L}{\sqrt{1 - \sin^2 i_0}} = \frac{L}{\sqrt{1 - \left(\frac{n}{n_1}\sin\theta\right)^2}}$$

▷ le rayon bleu parcourt une distance L

Le retard Δt du rayon rouge est donc :

$$\Delta t = \frac{L'}{c} - \frac{L}{c}$$

avec c la vitesse de la lumière dans la fibre. On a : $c = c_0/n_1$. Finalement :

$$\Delta t = L\frac{n_1}{c_0}\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{n}{n_1}\sin\theta\right)^2}} - 1\right)$$

Par conséquent si on envoie une impulsion lumineuse sur la fibre sous la forme d'un faisceau conique demi-angle au sommet θ, il va les rayons formant les bords du cônes vont ressortit de la fibre avec une retard Δt par rapport à ceux allant tout droit.

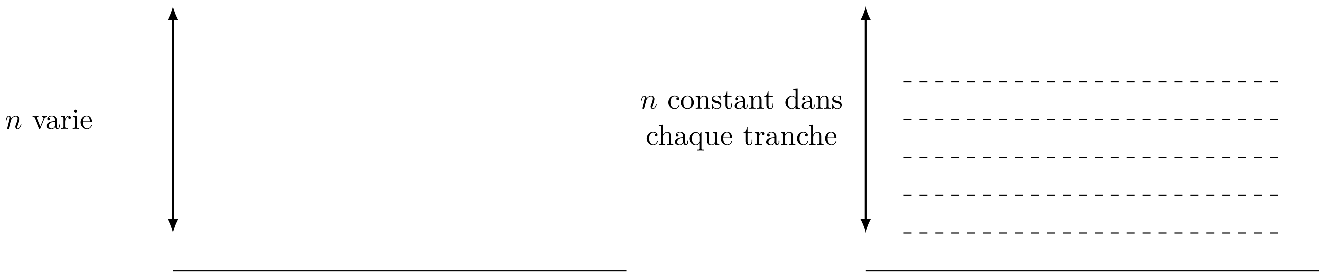
Il y aura en sortie un étalement, **une dispersion** des rayons suivant le mode de déplacement de ces derniers dans la fibre.

4.4 Les milieux d'indice variable

► Modélisation d'un milieu inhomogène

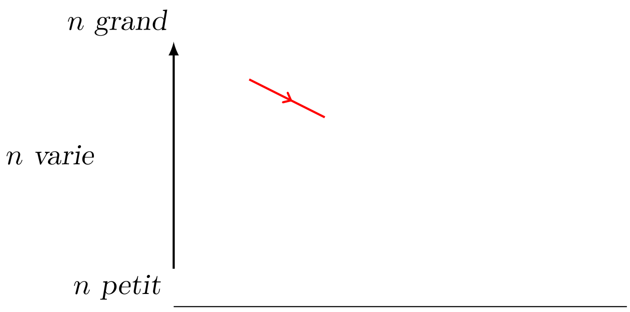
Influence de la température :
Avec la température, la masse volumique de l'air varie. Si la température augmente, la masse volumique diminue et l'indice optique diminue également : le milieu n'est alors plus homogène. Néanmoins la loi de la réfraction reste valide.

Technique du "mille-feuille" :
Pour appréhender ce type de problème on va alors découper le milieu en tranches suffisamment fine pour considérer que dans chaque tranche l'indice optique est constant. On peut alors appliquer les lois de Descartes au passage de chaque dioptre et ainsi décrire le trajet du rayon lumineux.

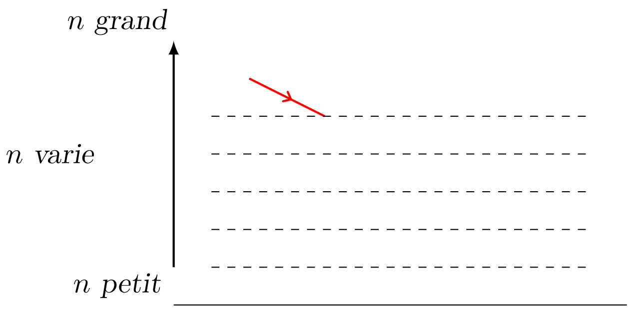


Exemple 13 :

Dans cet exemple, l'indice optique augmente avec l'altitude. Tracons la trajectoire d'un rayon arrivant du dessus

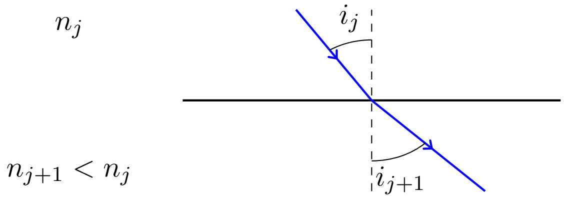


On découpe le milieu en tranches fines, dans chaque tranche l'indice optique est constant :



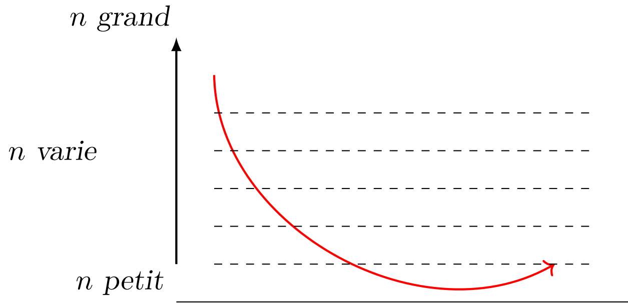
Lorsque le rayon passe d'une couche à l'autre, il passe d'un milieu n_j plus réfringeant à un milieu n_{j+1} moins réfringeant.

Zoom sur le passage d'une tranche à une autre :



Au passage d'un diotre, on peut définir deux angles i_j et i_{j+1}, des rayon incident et réfracté. Milieu $j+1$ est plus bas que le milieu j : ici $n_j > n_{j+1}$ alors $i_j < i_{j+1}$

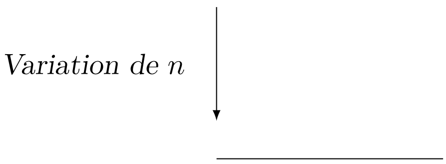
Ce phénomène survient à chaque passage de dioptre, c'est-à-dire tout au long de la trajectoire du rayon.
Cette dernière s'éloigne de la verticale : le rayon se courbe en direction des zones où l'indice optique est le plus élevé.



A un moment, l'angle d'incidence sera trop élevé : il y aura réflexion totale et le rayon repartira dans l'autre sens.

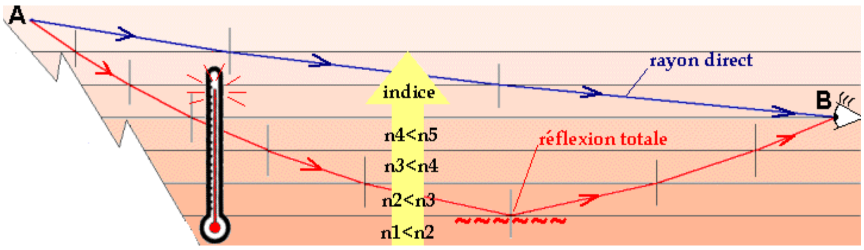
Propriété. Trajectoire d'un rayon dans un milieu inhomogène
Dans un milieu d'indice variable, la trajectoire d'un rayon lumineux est courbe : le rayon se dirige vers les zones où l'indice optique est le plus haut.

Application 6 : *Représenter de façon qualitative, mais en la justifiant, la trajectoire du rayon dans le cas suivant :*

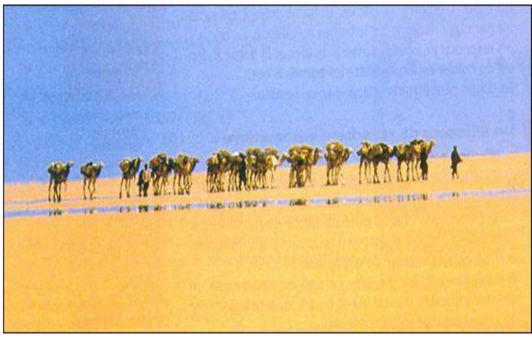


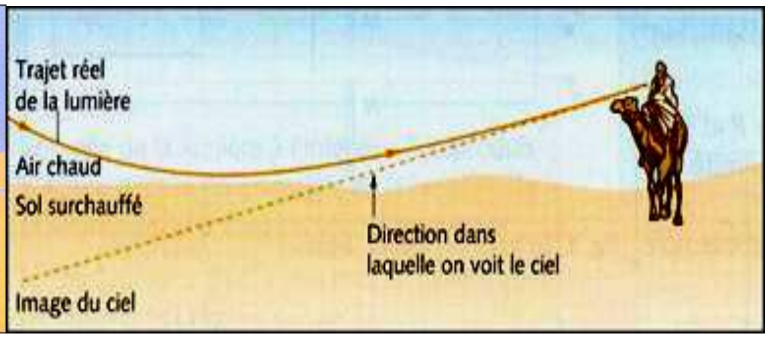
▶ Approche qualitative des mirages

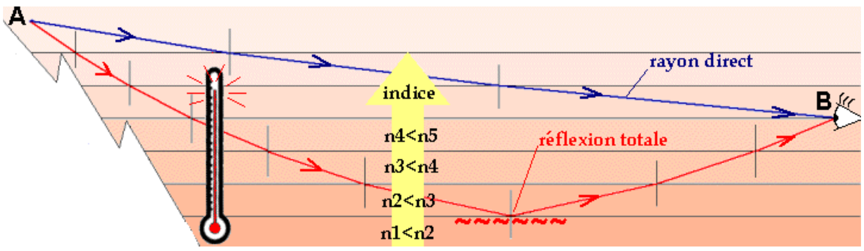
Sur les routes noires chauffées par le soleil ou sur le sable du désert, la température augmente lorsque l'on se rapproche du sol. Ce faisant, l'indice optique diminue.
Un rayon dirigé vers le bas s'écarte donc progressivement de la verticale (normale aux dioptres successifs).



S'il n'est pas trop incliné par rapport à l'horizontale, il peut subir une réflexion totale avant de toucher le sol, comme le montre la figure. Le sol joue donc le rôle d'un miroir pour certains rayons.







> *Application 7 : Expliquer les deux clichés suivant :*
> ▷ *pourquoi voit-on de l'eau sur le désert ?*
> ▷ *pourquoi voit on un iceberg flotter dans l'air ?*

Fig. 5 – Photographies de mirages dans le désert et sur la mer polaire.

μDM Stigmatisme du dioptre plan

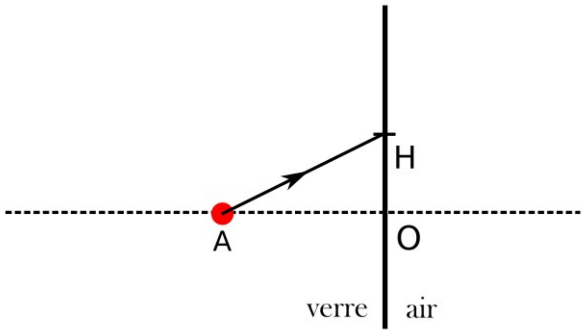
Lycée Louis Thuillier - Physique-Chimie - PCSIB

L'objectif de cet exercice de répondre à la question suivante : un dioptre plan entre deux milieux d'indices différent permet-il de générer une image nette ? Et à quelle condition ?

On considère un dioptre plan séparant du verre et de l'air, d'indice $n_v = 1.5$ et $n_a = 1$. On considère un point lumineux A situé à une distance OA du dioptre. On appelle O le projeté orthogonal de A sur le dioptre.

1. Sur le schéma en annexe, représenter la trajectoire du rayon lumineux issu de A qui n'est pas dévié.

   On considère un second rayon lumineux représenté sur le schéma ci-contre qui, partant de A, arrive sur le dioptre avec un angle d'incidence i_1.



2.(a) Tracer sur votre schéma la trajectoire du rayon. On justifiera qualitativement la valeur de l'angle de réfraction i_2 par rapport à celle de i_1.
   (b) Observera-t-on toujours un rayon réfracté ? Donner la valeur limite de l'angle i_1 pour qu'il y ait un rayon réfracté.

3. On place un œil à droite du dioptre et on admet que les deux rayons tracés parviennent jusqu'à l'iris.
   (a) Représenter sur votre schéma la position A' de l'image obtenues à l'aide des deux rayons précédents.
   (b) Cette image est-elle réelle ou virtuelle ? Voit-on l'image de l'objet A plus près ou plus loin du dioptre qu'il n'est réellement ?

4.
   (a) En utilisant la longueur OH, montrer que : $OA \tan i_1 = OA' \tan i_2$.
   (b) Montrer que la distance OA' entre le dioptre et l'image est

$$OA' = \sqrt{\frac{n_a^2 - n_v^2 \sin^2(i_1)}{n_v^2 - n_v^2 \sin^2(i_1)}}\, OA$$

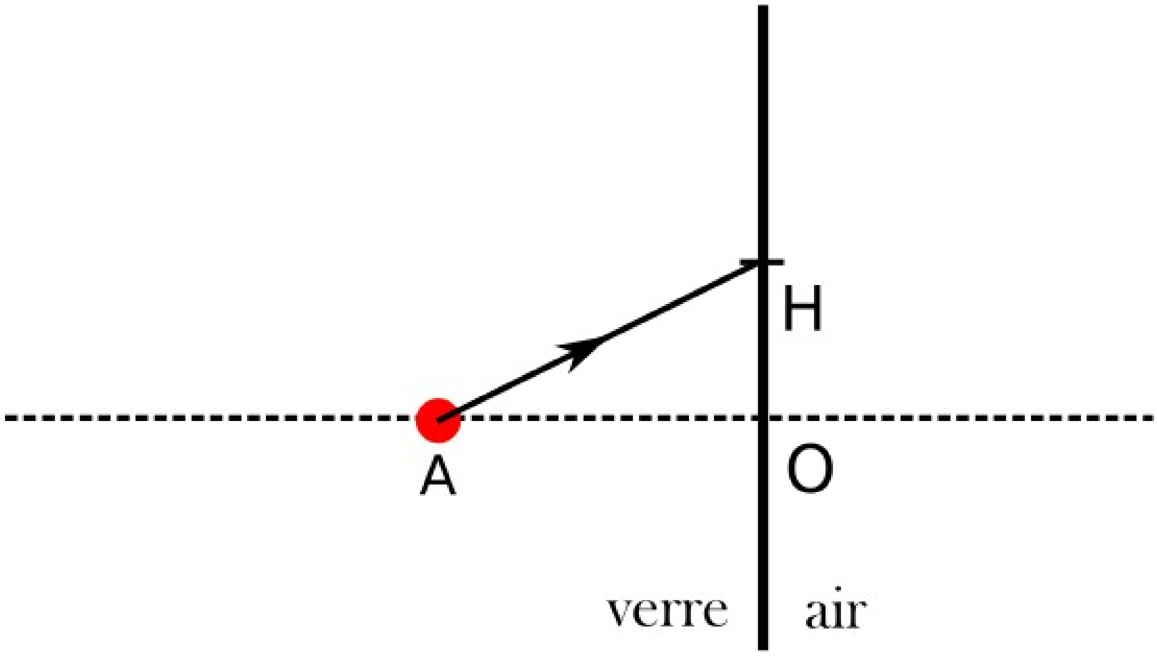
   On considèrera que l'image d'un objet est nette si **tous** les rayons issu de l'objet convergent au même point.

5. On considère un troisième rayon issu de A possédant un angle d'incidence i_1' différent. L'image obtenue A'' à partir de ce rayon sera-t-elle au même endroit que l'image A' précédemment trouvée ? Justifier.

6. En déduire si l'image obtenue sera nette ou non.

7. On se place désormais dans les conditions de Gauss : $i_1 << 1$.
   (a) Dans de telles conditions, comparer n_a^2 et $n_v^2 \sin^2 i_1$?
   (b) Exprimer alors la distance OA' en fonction de n_a, n_v et OA.
   (c) Dans les conditions de Gauss, obtient-on une image nette ? Justifier.

Annexe

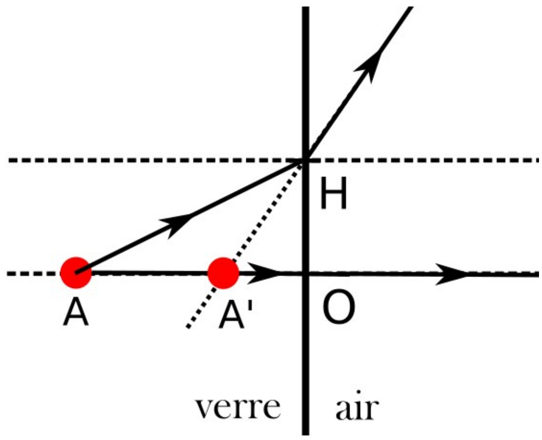


DM 01 Stigmatisme du dioptre plan

Lycée Louis Thuillier - Physique-Chimie - PCSIB

L'objectif de cet exercice de répondre à la question suivante : un dioptre plan entre deux milieux d'indices différent permet-il de générer une image nette ? Et à quelle condition ?

On considère un dioptre plan séparant du verre et de l'air, d'indice $n_v = 1.5$ et $n_a = 1$. On considère un point lumineux A situé à une distance OA du dioptre. On appelle O le projeté orthogonal de A sur le dioptre.



1. Le seul rayon on dévié est le rayon qui arrive sur la surface du dioptre avec une incidence nulle.

2.(a) On passe d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent : l'angle de réfraction est plus grand que l'angle d'incidence.

(b) On dans dans le cas où on peut observer une réflexion totale si $i > i_{\text{lim}} = \arcsin \dfrac{n_{\text{a}}}{n_{\text{v}}} = 41,8°$

3. On place un œil à droite du dioptre et on admet que les deux rayons tracés parviennent jusqu'à l'iris.

(a) *Cf schéma*

(b) C'est une image virtuelle : on a prolongé les rayons pour la trouver. Elle sera alors visible à l'œil nu et elle apparaîtra plus proche.

4.

(a) Par principe d'angle alterne-interne, les angles en A et A' des trianglesOHA et OHA' sont respectivement i (angle d'incidence en H) et r (angle de réfraction en H).
On a alors :

$$\tan i = \frac{OH}{OA} \quad \text{et} \quad \tan r = \frac{OH}{OA'} \quad \Rightarrow \tan r OA' = \tan i OA$$

(b) On a alors $OA' = \dfrac{\tan i}{\tan r} AO$.

> **Méthode en DS. Team sinus ! !**
> Comme les lois de l'optique géométrique font apparaitre des **sinus**, on force l'appartion des **sinus**.

Donc : $OA' = \dfrac{\sin i}{\sqrt{1 - \sin^2 i}} \dfrac{\sqrt{1 - \sin^2 r}}{\sin r} OA.$

Avec la relation de Snell-Descartes en H on a : $\sin r = \dfrac{n_v}{n_a} \sin i$ soit, en remplaçant :

$$OA' = \frac{\sin i}{\sqrt{1-\sin^2 i}} \frac{\sqrt{1-\left(\dfrac{n_v}{n_a}\sin i\right)^2}}{\dfrac{n_v}{n_a}\sin i} OA$$

$$OA' = \sqrt{\frac{n_a^2 - n_v^2\sin^2(i_1)}{n_v^2 - n_v^2\sin^2(i_1)}}\, OA$$

5. Dans le résultat de la question précédente, la position du point A' dépend de l'angle d'incidence i initialement considéré. Donc deux rayons ayant deux angles d'inceidences différents créeront des images à deux endroits différent. L'image A'' ne sera pas au même endroit que l'image A'.
6. L'image ne sera pas nette : le dioptre n'est pas un système stigmatique.
7. On se place désormais dans les conditions de Gauss : $i_1 << 1$.
   (a) Dans ces conditions, $\sin i << 1$ donc $n_a^{>} > n_v^2 \sin^2 i_1$.
   (b) On peut faire de même au dénominateur et on remarque alors que désormais OA' est égal à :

   $$OA' = \sqrt{\frac{n_a^2 - n_v^2\sin^2(i_1)}{n_v^2 - n_v^2\sin^2(i_1)}}\, OA \simeq \sqrt{\frac{n_a^2}{n_v^2}}\, OA = \frac{n_a}{n_v} OA$$

   (c) Désormais la position de l'image est indépendant de l'angle d'incidence initial : pour deux angles d'incidences i différent, on trouvera la même image. L'image finale sera nette : le dioptre plan est stigmatique dans les conditions de Gauss.

TD 01

Ondes lumineuse et fondements de l'optique géométrique

Lycée Louis Thuillier - Physique-Chimie - PCSIB

Les grands classiques

Exercice 1 - Dioptre air-eau :

Un dioptre plan sépare de l'eau (d'indice 1,33) et du verre (d'indice 1,5). Un rayon lumineux arrive sur ce dioptre avec un angle d'incidence de 65°. Construire le(s) rayon(s) émergent(s) dans le cas où le rayon passe de l'eau vers le verre puis dans le cas inverse.

Exercice 2 - Rotation d'un miroir plan :

Un miroir plan est un dioptre où toute la lumière se réfléchi en suivant la loi de la réflexion. Un rayon lumineux frappe un miroir plan sous incidence normale. On tourne le miroir d'un angle α et on observe une déviation angulaire β du rayon réfléchi. Déterminer la relation entre α et β.

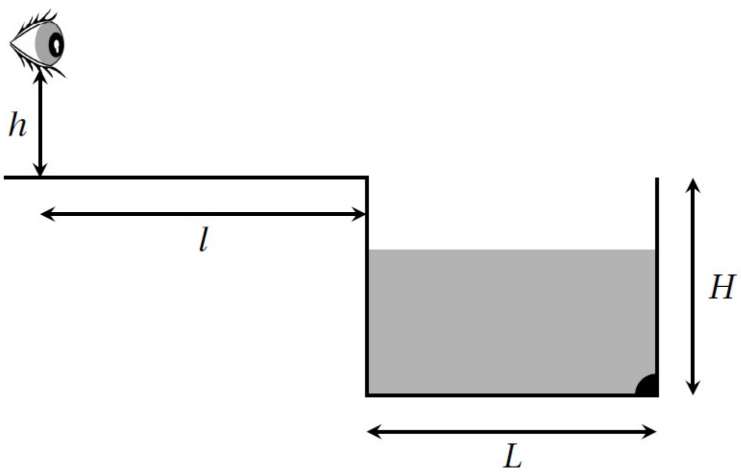
Exercice 3 - Prisme à réflexion totale :

On considère un prisme droit dont la base est un triangle ABC rectangle isocèle en A. L'indice du verre qui le constitue est $n = 1,5$.

1. On envoie sur la face BC du prisme un rayon lumineux perpendiculairement à cette face. Déterminer le trajet de ce rayon.
2. Même question si le rayon est envoyé sur la face BA, perpendiculairement à celle-ci.

Exercice 4 - Ampoule au fond d'une piscine :

Une ampoule , assimilé à un point matériel, est situé au fond d'une piscine de profondeur $H = 2$m et de largeur $L = 2$m. Une personne se tient à une distance $l = 3$m du bord de la piscine, son oeil est à une hauteur $h = 1,5$m par rapport au sol.



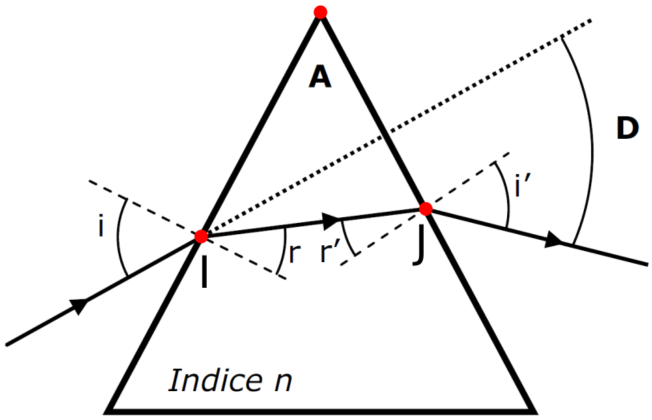
1. Dans le cas où la piscine est vide, tracer le rayon lumineux qui part du spot et passe par l'extrémité gauche de la piscine.
2. Même question lorsque la piscine est plein à ras-bord.

Un observateur ne verra pas le spot si le rayon lumineux passe au dessus de sa tête.

3. L'observateur voit-il l'ampoule quand la piscine est vide ?
4. L'observateur voit-il l'ampoule quand la piscine est remplie à ras-bord ?
   L'indice de réfraction de l'eau vaut $n = 1,33$.

Exercice 5 - Le prisme :

On considère un prisme isocèle d'angle au sommet α.



1. En considérant le triangle AIJ, donner un lien géométrique entre l'angle α, r et r'.
2. Exprimer la déviation D en fonction de α, i et i'.
3. Montrer que aucun rayon ne peut sortir par l'autre face du prisme si $\alpha > \sin^{-1}(1/n) + r$. En cherchant la valeur maximale de r, donner la valeur maximale de α qui empêche les rayons de sortir du prisme.

La loi de Cauchy donner l'indice optique du verre en fonction de la longueur d'onde de la lumière :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

4. Donner la dimension de A et B.

On considère par la suite deux rayons de couleur bleu et rouge.

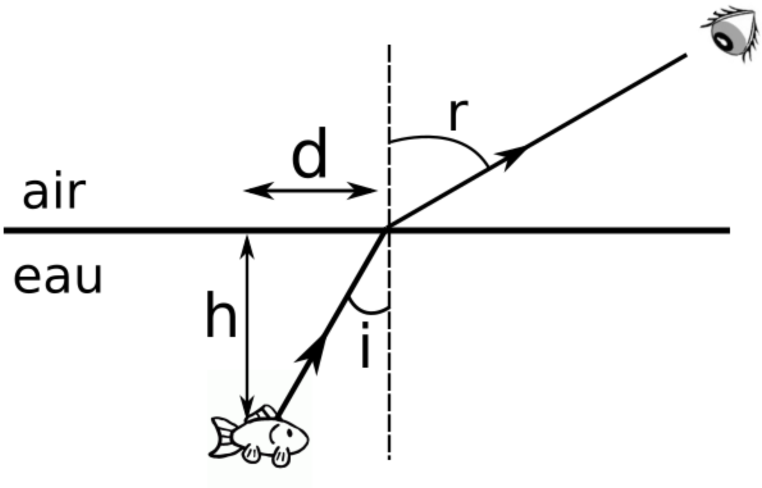
5. Pour un verre suivant la loi de Cauchy, dessiner la trajectoire des deux rayons lumineux.

On peut démontrer (ce n'est pas demandé ici) que la déviation D est minimale si $i = i$'.

6. (*) Exprimer l'indice optique n du prisme en fonction de α et D_m, l'angle minimale de déviation.

Exercice 6 - Un poisson dans l'eau :

On observe un poisson supposé ponctuel à une profondeur $h = 50$cm. Un pêcheur observe, avec un angle $r = 30°$, l'image du poisson au travers du dioptre formé par la surface de l'eau. On appelle n_e l'indice optique de l'eau et $n_a = 1$ l'indice optique de l'air.



1. En prolongeant le rayon entrant dans l'œil de l'observateur, trouvé le point à la verticale du poisson où le pêcheur pense le voir.
2. Par une étude géométrique, exprimer les sinus des angles i et r en fonction de d, h_1 et h.

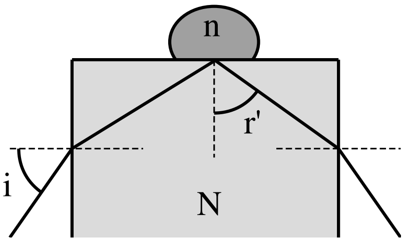
3. Montrer alors que la profondeur h_1 de l'image du poisson vue par le pêcheur est :

$$h_1 = \frac{h}{n_e}\sqrt{\frac{1-\sin^2(r)}{1-(\sin(r)/n_e)^2}}$$

4. Faire l'application numérique de h_1.

Exercice 7 - Etude d'un réfractomètre(*) :

On considère un réfractomètre de Pulfrich, composé d'un cylindre vertical de verre d'indice N, dont la face supérieure est plane et perpendiculaire à son axe. On y dépose une goutte du liquide à étudier d'indice inconnu n et on éclaire le dispositif avec un faisceau lumineux monochromatique sous l'incidence i.



1. On considère le cas d'une réflexion totale sur le dioptre $N \rightarrow n$. Exprimer, en fonction de n et N, la valeur limite i_0 de i au delà de laquelle il n'y a plus de réflexion totale.

2. En déduire le principe de la mesure. Peut-on mesurer n'importe quelle valeur d'indice ?

3. Exprimer n en fonction de l'indice connu N du support et de l'angle i_0.

4. Application numérique. On prend $N = 1,626 \pm 0,001$ et $i_0 = 60° \pm 2'$. Calculer n et les incertitudes absolue et relative sur sa valeur.

Réponses : $N \sin r' = n$; $n = \sqrt{N^2 - \sin^2 i_0}$; $n = 1,376 \pm 0,002$

TD 01 Ondes lumineuse et fondements de l'optique géométrique

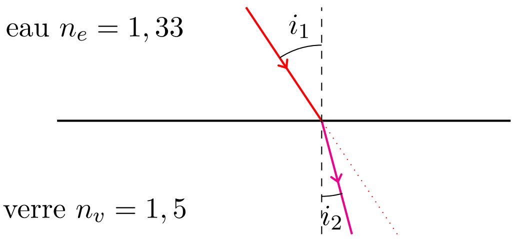
Lycée Louis Thuillier - Physique-Chimie - PCSIB

Les grands classiques

Exercice 1 - Dioptre air-eau :

Attention ! sur un schéma, on ne demande pas de représenter exactement les angles **mais** il faut faire apparaître clairement lequel est le plus grand !!

Passage eau→verre

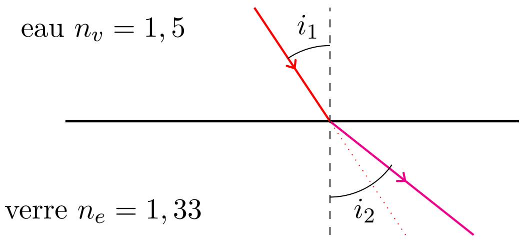


Ici on passe de $n_e \rightarrow n_v > n_e$ donc $i_1 > i_2$. Les lois de Snell-Descartes donnent :

$$\sin i_2 = \frac{n_e}{n_v} \sin i_1$$

A.N. $i_2 = 53°$

Passage eau→verre



Ici on passe de $n_v \rightarrow n_e < n_v$ donc $i_1 < i_2$. les lois de Snell-Descartes donnent :

$$\sin i_2 = \frac{n_v}{n_e} \sin i_1$$

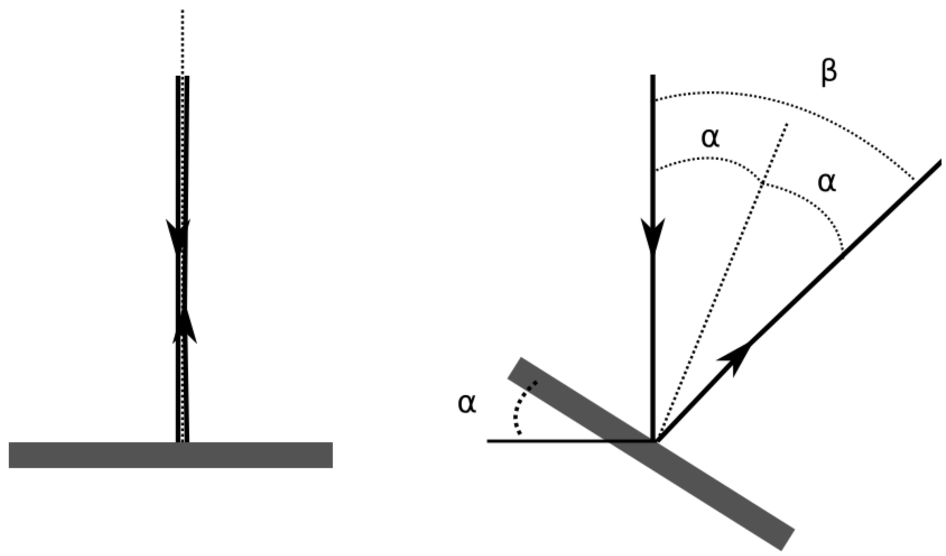
Si on fait le calcul, on trouve une erreur ! En effet, on passe dans un milieu moins réfringeant, il peut se produire une réflexion totale si :

$$i > i_{\max} = \sin^{-1}\left(\frac{n_e}{n_v}\right) = 62°$$

c'est le cas ici : il n'y a pas de rayon réfracté. Toute la lumière est réfléchie.

Exercice 2 - Rotation d'un miroir plan :

Attention ! ON FAIT UN SCHEMA !!!!



Si on penche le miroir d'un angle α alors l'angle d'incidence d'un rayon vertical est également α.
Les lois de la réflexion assure que l'angle de réflexion est le même que celui d'incidence, soit α. L'angle de déviation β par rapport au cas d'incidence normale est donc $\beta = 2\alpha$.

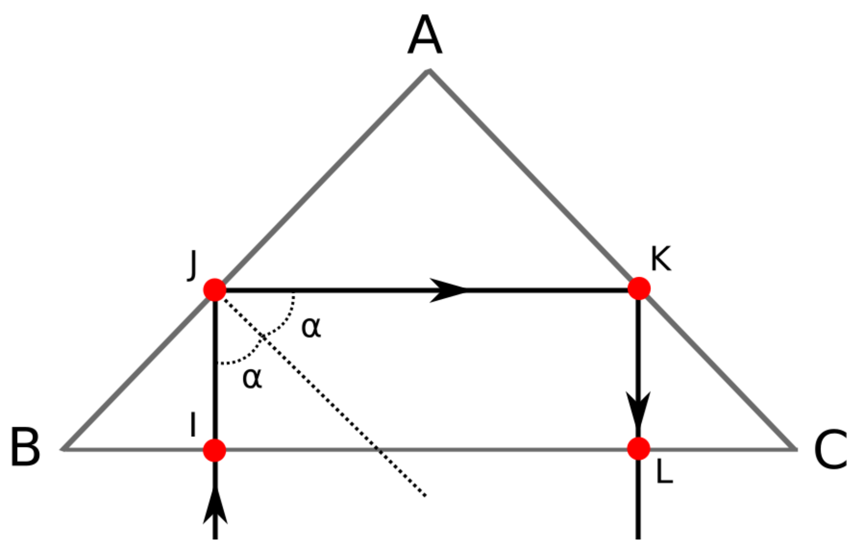
Exercice 3 - Prisme à réflexion totale :

1. Le rayon lumineux passe à travers 4 dioptres, notés I, J, K et L. il convient d'étudier ce qui se passe à chacun d'entre eux.
   - ▷ dioptre en I : le rayon arrive avec une incidence normale : il n'est pas dévié.

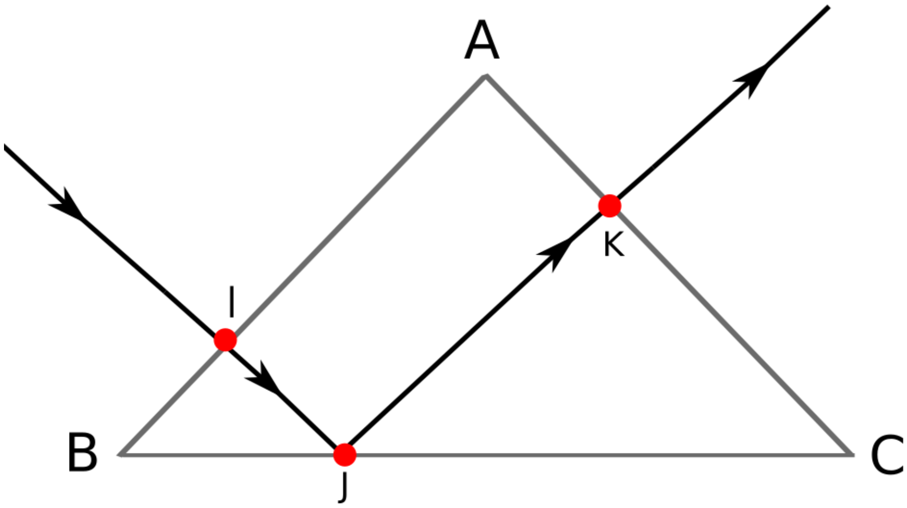
   - ▷ dioptre en J : **Attention !** passage plus réfringeant → moins réfringeant ⇒ réflexion totale possible.
     angle d'incidence limite : $i_{\max} = \sin^{-1}(n_a/n_v) = 42°$. Or par construciton géométrique, l'angle d'incidence est de $\alpha = 45°$: il n'y a donc pas de rayon réfracté (∼rien ne ressort du prisme en J). Toute la lumière est réfléchie.

   - ▷ dioptre K et L : on peut se convaincre par symétrie que tout se passe de la même façon qu'en I et J.

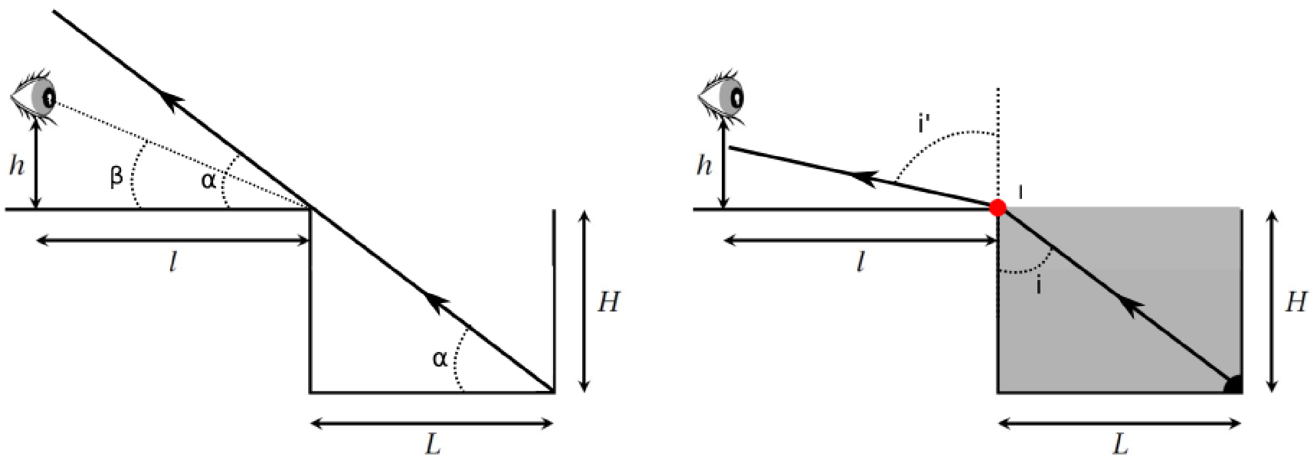
   On a alors le trajet suivant :



2. On retrouve une configuration proche. Avec un raisonement similaire on retrouve la trajectoire suivante (incidence normale en I et K, réflexion totale en J) :



Exercice 4 - Ampoule au fond d'une piscine :



1. *cf schéma*
2. *cf schéma*
3. Quand la piscine est vide, il n'y a pas de passage de dioptre, le rayon lumineux n'est jamais dévié. L'angle β qu'il forme avec la verticale se conserve. On peut estimer les deux angles :

$$\tan\alpha = \frac{H}{L} \rightarrow \alpha = 45° \quad \text{et} \quad \tan\beta = \frac{h}{l} \rightarrow \beta = 27°$$

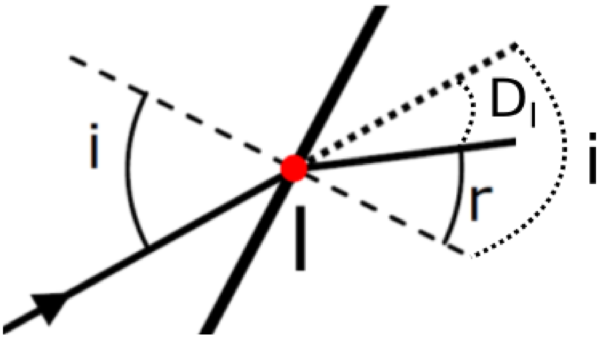
   on remarque que $\beta < \alpha$: le rayon passe au dessus de la tête de l'observateur.

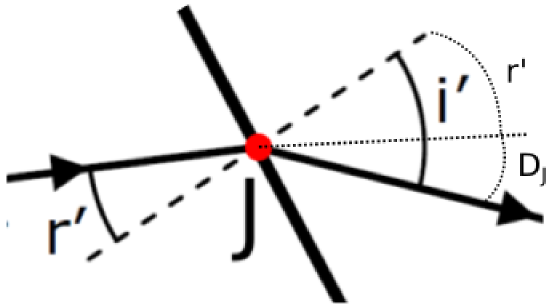
4. Dans le cas où il y a déviation, l'angle que forme le rayon avec l'horizontale change au passage du dioptre. On cherche à vérifier alors si $\alpha = 90 - i' < \beta$.
   A l'aide des lois de Snell-Descartes on a : $\sin i' = \dfrac{n_v}{n_a}\sin i$. (**Attention !** réflexion totale possible !!).
   Pour trouver i, on remarque que $i + \alpha = 90°$ donc $i = 45°$. Finalement $i' = 70°$ soit $\alpha = 20°$. Des rayons arriveront bien dans l'œil de l'observateur

Exercice 5 - Le prisme :

1. Dans le triangle AIJ :
$$\alpha + (\pi/2 - r) + (\pi/2 - r') = \pi \;\Rightarrow\; \alpha = r + r'$$

2. D est la déviation totale du rayon : il est égal donc à la somme des déviations en I et J. $D = D_I + D_J$.
Attention ! Sans un **schéma** propre des angles de déviation, c'est impossible de répondre à cette question !





On a : $D_I = i - r$ et $D_J = i' - r'$. Soit $D = i - r + i' - r' = i + i' - \alpha$

3. ▷ Aucun rayon ne ressort ⇒ pas de rayon réfracté ⇒ réflexion totale en J !! Rien ne ressort si $r' > r'_{\text{max}} = \sin^{-1}(n_a/n) = \sin^{-1}(1/n)$.
   ▷ Comme $\alpha = r + r'$ donc rien ne ressort si $r' = \alpha - r > \sin^{-1}\dfrac{1}{n}$ soit si $\alpha > \sin^{-1}\dfrac{1}{n} + r$.
   ▷ La valeur de r est fixée par celle de i : $\sin r = \dfrac{1}{n}\sin i$. Au maximum, $i = \pi/2$ et donc r est toujours inférieur à $\sin^{-1}\dfrac{1}{n}$.

   Finalement rien ne sort si $\alpha > 2\sin^{-1}\dfrac{1}{n}$

4. **Attention !** $x = \alpha + \beta$ implique deux **deux** DEUX **DEUX** équations aux dimensions $[x] = [\alpha]$ et $[x] = [\beta]$ et on n'écrit jamais **jamais** JAMAIS **JAMAIIIIIIIIS** $[x] = [\alpha] + [\beta]$!!!!!!

   $[A] = 1$ et $[B] = [\lambda]^2 = L^2$.

5. On sait que $\lambda_{\text{rouge}}(\sim 800\text{nm}) > \lambda_{\text{vert}}(\sim 500\text{nm})$ et donc $n_{\text{rouge}} < n_{\text{vert}}$. Par conséquent la lumière rouge arrive dans un milieu moins réfringeant que la lumière verte : les rayons rouges sont à chaque fois moins déviés que les rayons verts.

6. Au minimum de déviation $r = r'$ et donc, comme $\alpha = r + r'$ alors $r = \alpha/2$. Par symétrie (ou par retour inverse de la lumière), on peut se convaincre aisément que dans cette configuration $i = i'$. On a alors :
$$D_{min} = i + i' - \alpha = 2i_{min} - \alpha \quad \text{et donc} \quad i_{min} = \frac{D_{min} + \alpha}{2}$$
A l'aide d'une loi de Snell-Descarte, on a :
$$1 \times \sin i_{min} = n \sin r \;\Rightarrow\; \sin\left(\frac{D_{min} + \alpha}{2}\right) = n \sin \alpha/2 \;\Rightarrow\; n = \frac{\sin\left(\dfrac{D_{min} + \alpha}{2}\right)}{\sin \alpha/2}$$

Chap II

Les systèmes optiques en Optique Géométrique

Lycée Louis Thuillier - Physique - PCSIB

Table des matières

Savoirs ♡

- ▷ ♡ Vocabulaire des systèmes optiques : système optique ; rayon incident/émergent ; notion d'objet/image/conjugaison ; stigmatisme et aplanétisme
- ▷ ♡ Image d'un objet par un miroir plan, stigmatisme du miroir plan
- ▷ ♡ Objet et image
  - ▷ objet réel, virtuel ; image réelle, virtuelle.
  - ▷ visualisation des images réelle/virtuelle par un écran, un oeil
  - ▷ position par rapport au système optique.
- ▷ ♡ Lentille mince :
  - ▷ lentille convergente, lentille divergente
  - ▷ point focale objet et image ; notion de distance focale
  - ▷ propriétés des plan focal objet et plan focal image
  - ▷ grandissement
  - ▷ tracer des rayons particuliers
- ▷ ♡ Longueur algébrique : définition et calcul : somme, soustraction et multiplication
- ▷ ♡ Relation de conjugaison de Newton et Descartes

Savoir Faire

Partie "tracer des rayons" :

Tracer l'image d'un objet par un miroir plan ; par une lentille convergente ; par une lentille divergente ; par un système de lentilles.

Caractériser la nature d'objet ou d'image d'un point pour un système optique. Caractériser la nature réelle ou virtuelle d'une image.

Partie "distances algébriques" :

Utiliser les relations de conjugaisons et un peu de géométrie pour trouver la position d'une image ; d'un objet ; d'une lentille

Savoir manipuler grandissement ; grossissement ; taille et tailles apparentes pour un instrument d'optique

Après avoir défini la notion de système optique, nous introduirons dans un premier temps les notions d'optiques d'image et d'objet. Puis nous nous intéresserons à deux système qui forment la base des système optiques : les miroirs plans et les lentilles minces. Ce sont sont les système de base de toute l'optique géométrique. Leur utilisation est très répandue. On peut citer par exemples les lunettes de vue, les objectifs des appareils photographiques, les lentilles des projecteurs, les téléscopes ... Leur étude est donc d'une importance centrale pour tous les problèmes d'optique.

1 Les systèmes optiques, notions d'image et d'objet

Attention ! *Toute cette partie sert à introduire les* ***mots de vocabulaires et notions*** *propre à l'optique. Il n'y a rien de "technique", néanmoins, ces mots de vocabulaires apparaîtront dans les questions : il s'agit de comprendre les termes !*

1.1 Vocabulaire, rayons incidents et émergents

Définition. Système optique
Un système optique est un ensemble de milieux transparents et homogènes séparés par des dioptres ou des miroirs.

Vocabulaire : Système optique centré : il possède un axe de révolution, appelé *axe optique.*
Les plans orthogonaux à l'axe optique sont des *plans transverses.*

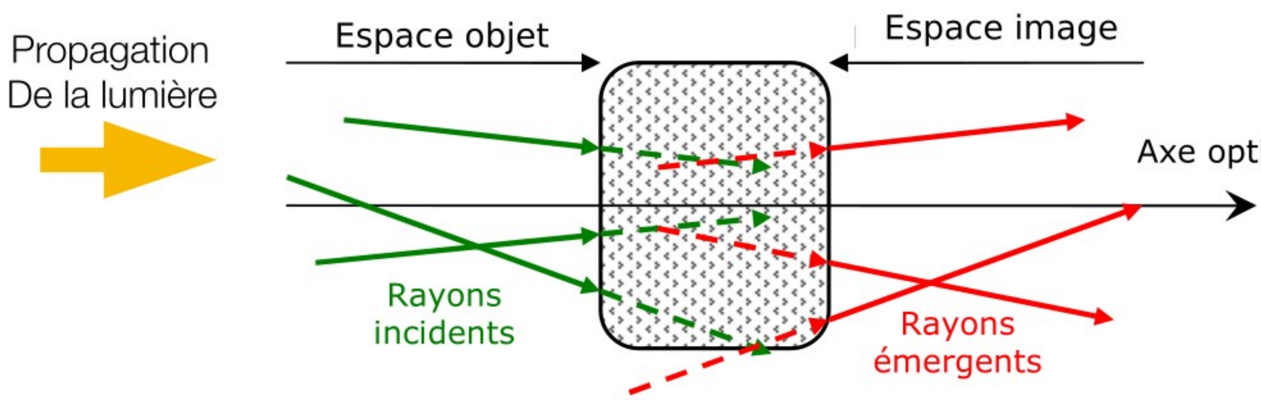
- ▷ **Système dioptrique :** ne contient que des dioptres
- ▷ **Système catoptrique :** ne contient que des miroirs
- ▷ **Système catadioptrique :** contient des dioptres et des miroirs

▶ Rayons émergent et rayon incident

Soit un système optique (S)

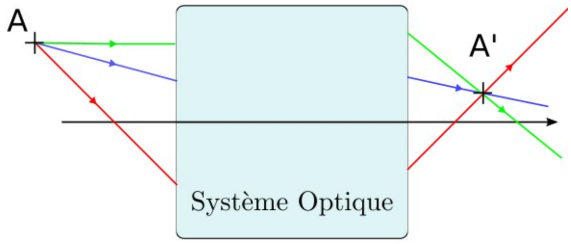
- ▷ **Un rayon incident** est la partie du rayon extérieure à (S), qui se dirige vers (S)
- ▷ **Un rayon émergent** est la partie du rayon extérieure à (S), qui sort de (S)
- ▷ La face d'entrée de (S) est la face de (S) située du côté des rayons incidents.
- ▷ La face de sortie de (S) est la face de (S) située du côté des rayons émergents.
- ▷ **L'espace objet** est situé avant la face d'entrée.
- ▷ **L'espace image** est situé après la face de sortie.

Résumer en un schéma



Attention ! Toutes ces définitions dépendent du sens de propagation de la lumière ! ! Les termes "avant" et "après" se rapportent au sens de propagation de la lumière à travers le système optique.

▶ Notion d'objets et d'images



Définition. Objet, image et conjugaison
Soit un système optique (S). On place une source lumineuse ponctuelle en A.
- ▷ **l'image** de A notée A' est la zone de l'espace où rayons issus de A **convergent ou semblent converger** après la traversée de (S).
- ▷ A est l'antécédent de A', c'est un **objet** pour (S).
- ▷ A et A' sont dits **conjugués** par le système (S).

Attention ! Le "semblent converger" n'a pas beaucoup de sens pour le moment. Nous développerons ce point plus tard.

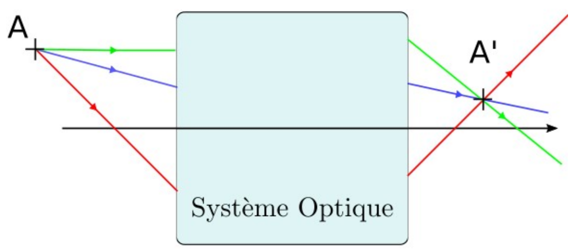
On notera les relations de conjugaison par : $A \xrightarrow{système} A'$

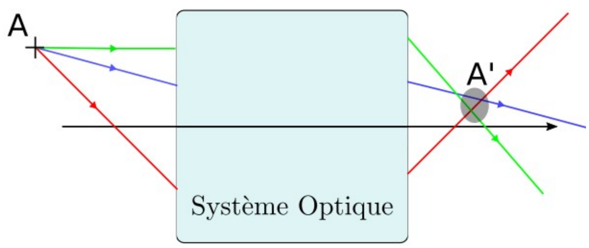
1.2 Le stigmatisme rigoureux et approché

▶ Stigmatisme rigoureux

L'image A' d'un point objet A est la zone de l'espace où les rayons émergents issus de A convergent. Deux cas alors :
- ▷ les rayons convergent en un point : l'image formée est nette, c'est le stigmatisme rigoureux
- ▷ les rayons convergent en une zone étendue : l'image formée est flou, c'est le stigmatisme approché

Rigoureux **Approché**





> *Exemple 1 : Un miroir plan est le seul système optique rigoureusement stigmatique : quelque soit l'endroit où on se place, on se voit net dans le miroir.*

▶ Les détecteurs de lumières et le stigmatisme approché

- ▷ stigmatisme rigoureux : un point → une point ; l'image est nette
- ▷ stigmatisme approché : un point → une tâche ; l'image est floue

Mais si la taille de la tâche est plus petite que la précision de l'appareil, on ne fera pas la différence entre stigmatisme approché et rigoureux.

> *Exemple 2 : L'objectif d'un appareil photo fait d'un object ponctuel une tâche de 3μm de diamètre. Si la taille des capteurs CCD est plus grande que 3μm, l'image apparaîtra nette.*

Propriété. Équivalence entre stigmatisme rigoureux et approché
Si la zone de convergence au voisinage de A' est plus petite que la précision de l'appareil, stigmatisme rigoureux et stigmatisme approché sont équivalent.

1.3 Notion d'aplanétisme pour un système centré (moins important)

Soient A et A' deux points de l'axe optique conjugués. Le but d'un instrument d'optique est faire l'image d'un objet, c'est-à-dire d'un système de point.

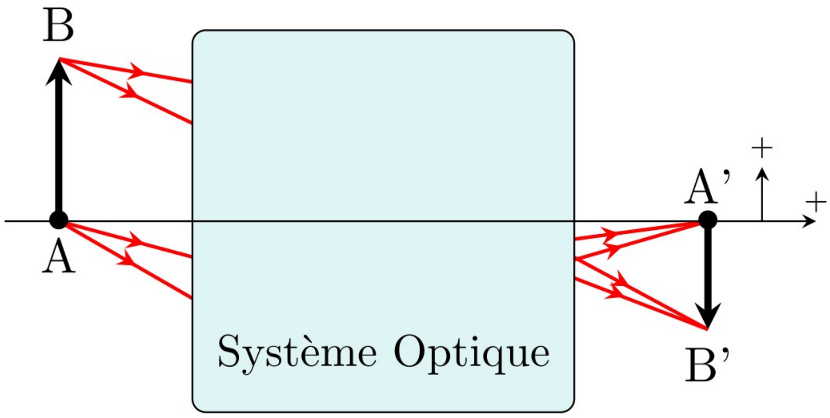
Définition. Aplanétisme
On considère un point B, voisin de A, tel que (AB) soit transverse à l'axe optique. Il y a aplanétisme pour (A, A') l'image B' telle que (A'B') soit également transverse.

On gardera à l'esprit :

$$\text{aplanétisme} \iff \text{objet perpendiculaire} \Rightarrow \text{image perpendiculaire}$$

L'applanétisme est rigoureux (approché) si les points sont conjugués avec leurs images au sens du stigmastimse rigoureux (approché).

> ***Exemple 3 :*** *L'aplanétisme rigoureux : tous les rayons issus de A et B convergent en A' et B' **ET** comme AB est perpendiculaire à l'axe optique alors $A'B'$ l'est aussi.*



> ***Application 1 :*** *Représenter comme précédemment un système :*
> 1. *qui respecte le stigmatisme rigoureux mais qui ne respecte pas l'aplanétisme*
> 2. *qui respecte un aplanétisme approché*

Application pratique de l'aplanétisme rigoureux :
Si un système respecte l'aplanétisme rigoureux (ce qui sera le cas par la suite), il suffi de trouver B' pour avoir A' : A' est le projeté orthogonal de B' sur l'axe optique.

Maîtrise d'un système optique

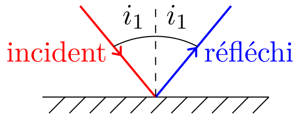
1. connaître les tracés des rayons particuliers pour tracer les images
2. savoir manipuler les relations de conjugaisons et les distances algébriques

La connaissance du tracé des rayons particuliers permet de construire une image à partir d'un objet.

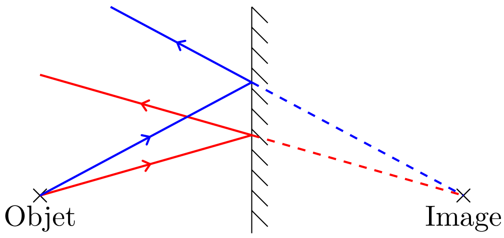
2 La réflexion sur un miroir plan

2.1 Définition

Définition. Miroir plan
Un miroir plan est un dispositif qui réfléchit totalement la lumière. La réflexion sur un miroir se fait en conservant l'angle d'incidence.



2.2 Construction d'une image

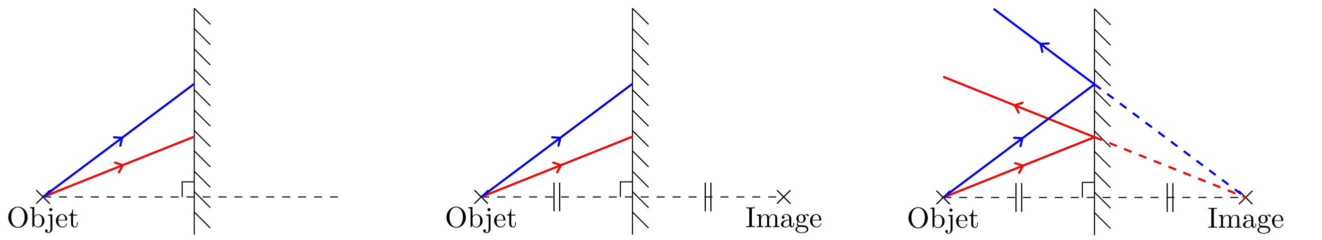


L'**image** d'un **objet** ponctuel est située à l'endroit où semblent se croiser les rayons lumineux après la réflexion sur le miroir.

Propriété. Image d'un point par un miroir plan
L'image d'un point objet par un miroir plan est son symétrique par rapport au plan du miroir.

Attention ! **Pour construire l'image par un miroir, on utilise cette propriété et non pas celle sur la conservation de l'angle d'incidence de la définition.**

Comment construire un symétrique ?



Attention ! Les traits en pointillé sont des traits de construction et ne correspondent pas à de véritables rayons lumineux.

2.3 Caractère virtuel ou réelle de l'image d'un objet

On remarque que les rayons émergents du miroir ne se croisent jamais. Pour trouver l'endroit de leur convergence, il faut les prolonger "à la main" ce qui se traduit par des pointillés.

Définition. Image réelle, image virtuelle

Image réelle

Une image réelle est un point où **convergent réellement** les rayons lumineux émergents d'un système optique.
⇒ pas besoin de les prolonger à la main, au croisement de rayons lumineux (traits pleins)

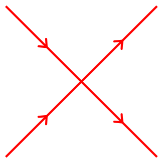
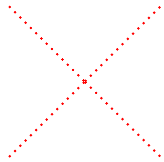


Image virtuelle

Une image virtuelle est un point où **semblent converger** les rayons lumineux émergents d'un système optique.
⇒ il faut les prolonger à la main, au croisement de tracé géométrique (traits pointillés)



De la même façon on peut définir un objet réel (les rayons partent réellement de ce point) et un objet virtuel (les rayons sembles partir de ce point).

> *Exemple 4 :* ***Objet et image pour un miroir plan***
> - ▷ *les rayons lumineux qui arrivent sur le miroir plan proviennent bien d'un point : c'est un objet réel.*
> - ▷ *les rayons lumineux émergents ne convergent pas en un point, il faut les prolonger. C'est une image virtuelle.*

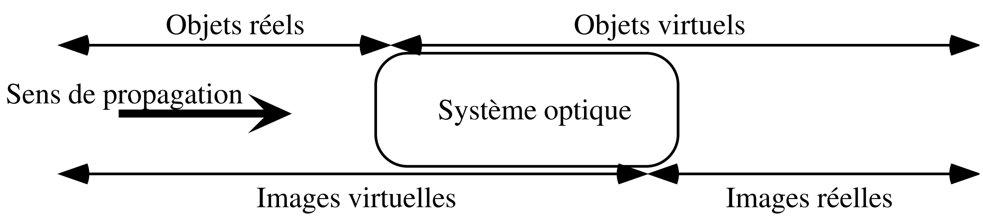
▶ Image réelle, image virtuelle et visualisation

Il est important de connaître la nature de l'image afin de savoir comment la visualiser.

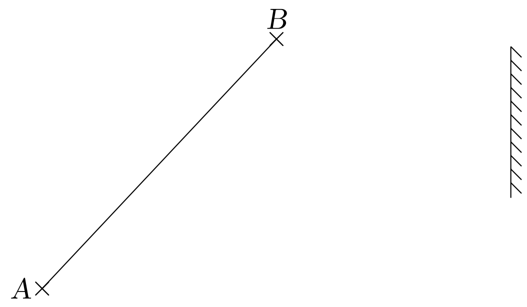
Propriété. Visualiser une image
- ▷ **image réelle** : une image réelle peut apparaître sur un écran (*écran de cinéma*) ou sur un capteur (*pellicule photo ou capteur numérique*) si on place ces derniers au niveau de l'image.
- ▷ **image virtuelle** : une image virtuelle peut être vue à l'œil nu ou avec un appareil photo si ce dernier fait la mise au point sur la position de l'image.

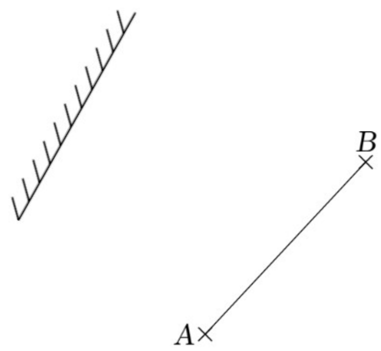
> *Exemple 5 : Dans le cas d'un miroir, il est impossible de faire apparaître l'image (i.e. le reflet) sur un écran. Par contre on peut la voir à l'oeil ou à l'aide d'une photo. C'est bien une image virtuelle.*

Astuce : position et nature



Application 2 : *Tracer l'image de l'objet AB dans les situation ci-dessous, ainsi que quatre rayons émergents (deux pour chaque point).*





3 Images et objets pour les lentilles minces

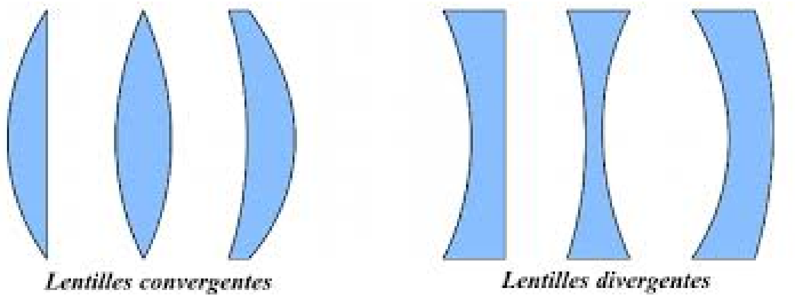
3.1 Lentilles minces et approximation de Gauss

▶ Définition

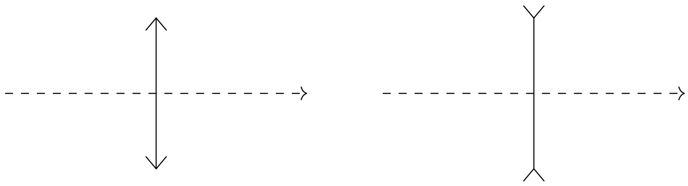
Définition. Lentille et lentille mince
Une **lentille** est un bloc de verre (ou d'un autre matériau transparent) servant à faire converger ou diverger la lumière.
Une lentille est dite **mince** si elle est peu bombée.

▷ Une lentille **convergente** : elle est à bord mince.

▷ Une lentille est dite **divergente** : elle est à bord épais.



Représentation des lentilles minces



Lentille convergente Lentille divergente

Fig. 1 – Représentation schématique des lentilles.

Attention ! On les représente toujours avec un axe en pointillée au centre. Cet axe, nommé **axe optique**, est **orienté** et représente le sens de propagation de la lumière.

Expérience 1 :

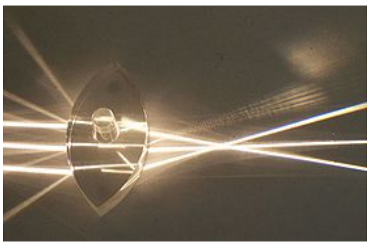


Fig. 2 – Convergente : la lumière converge.

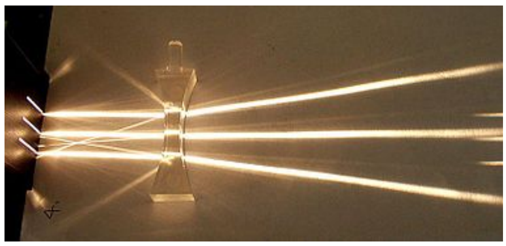


Fig. 3 – Divergente : la lumière diverge.

▶ Conditions de Gauss

$$\text{Image nette} \iff \text{stigmatisme} + \text{aplanétisme}$$

Définition. Condition de Gauss
Les **conditions de Gauss** impliquent que les rayons lumineux traversant la lentille soient :
▷ peu inclinés par rapport à l'axe optique ;
▷ peu éloignés de l'axe optique lorsqu'ils atteignent la lentille.

Propriété. Condition de Gauss et stigmatisme
Sous les conditions de Gauss, les lentilles minces vérifient un stigmatisme et aplanétisme approché.

Astuce : Sur papier (exercice, DS, ...) on se placera toujours dans les conditions de Gauss. Elles sont importantes surtout en TP.

Pour construire les images d'un object avec une lentille, nous avons besoin d'utiliser et de définir trois points particuliers.

Définition. Centre optique
Le centre optique d'un lentille, généralement noté O, est situé à l'intersection de la lentille et de l'axe optique.
Premier rayon particulier : tout rayon lumineux passant par le centre n'est pas dévié.

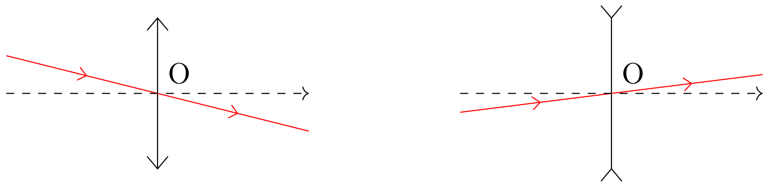
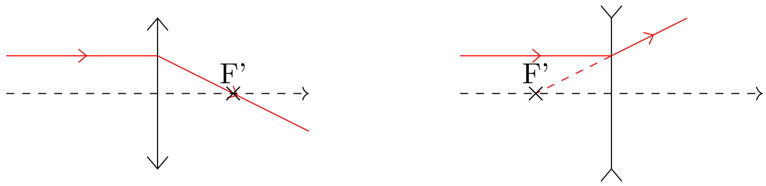


Fig. 4 – Les rayons passant par le centre O d'une lentille ne sont pas déviés.

3.2 Point et plan focal image

▶ Le point focal image

Définition. Point focale image
Deuxième rayon particulier : tout rayon incident parallèle à l'axe optique émerge de la lentille en passant ou en semblant passer par le **point focal image**, noté F', situé sur l'axe optique.

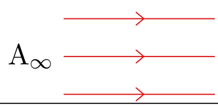


Attention !
- ▷ Lentilles convergentes : le point focal image est derrière la lentille
- ▷ Lentilles divergentes : le point focal image est devant la lentille.

▶ Représentation d'un objet et d'une image à l'infini

Un objet est dit à l'infini s'il est situé « très loin » devant la lentille.

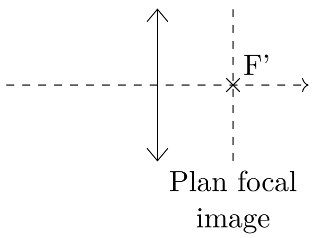
Propriété. Rayon dun objet à l'infini
Un objet ponctuel situé à l'infini devant la lentille est représenté par un faisceau de rayons parallèles.

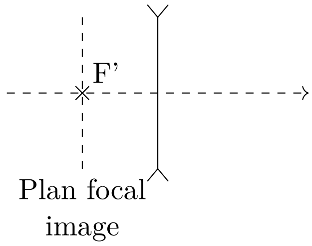


Définition. Image à l'infini
Lorsque les rayons émergents d'une lentille sont parallèles entre eux, l'image est dite **à l'infini**.

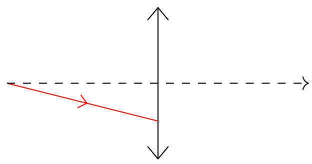
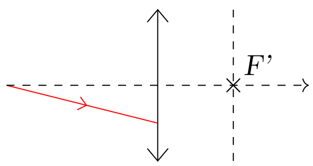
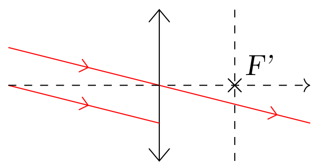
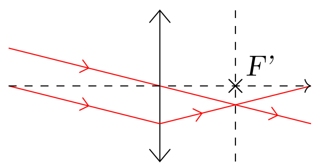
▶ Le plan focal image

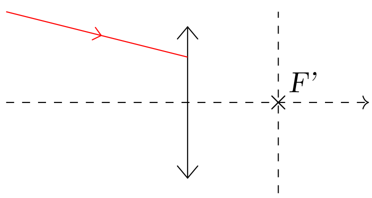
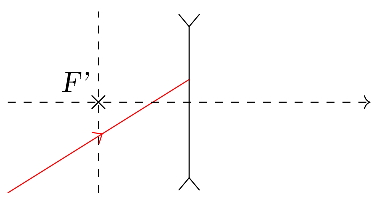
Définition. Plan focal image
Le plan orthogonal à l'axe optique passant par le point focal image est le **plan focal image**.





Propriété. Rayons parallèles et plan focal image
Un faisceau de rayons parallèles converge en un même point sur le plan focal image.

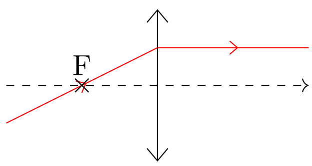
> ***Exemple 6 :*** *Tracer la trajectoire d'un rayon qui n'est pas un rayon particulier*
>
> 
>
> *1 : faire apparaître le plan focal image*
>
> 
>
>
> *2 : tracer le rayon parallèle passant par le centre optique*
>
> 
>
>
> *3 : le rayon émergent passe par le même point au niveau du plan focal*
>
> 
>

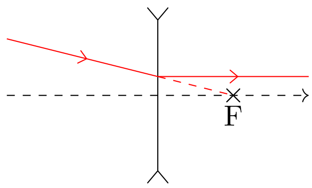
> ***Application 3 :*** *Tracer les rayons émergents pour les rayons suivants.*
>
> 
>
>
> 
>

3.3 Point et plan focal objet

▶ Le point focal objet

Définition. Point focal objet
Troisième rayon particulier : tout rayon passant ou semblant passer par le point focal objet, noté F, situé sur l'axe optique émerge de la lentille parallèlement à l'axe optique.

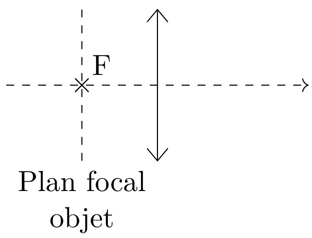




Attention !
- ▷ Lentilles convergentes : le point focal objet est devant la lentille
- ▷ Lentilles divergentes : le point focal objet est derrière la lentille.

▶ Le plan focal objet

Définition. Plan focal objet Le plan orthogonal à l'axe optique passant par le point focal objet est le **plan focal objet**.



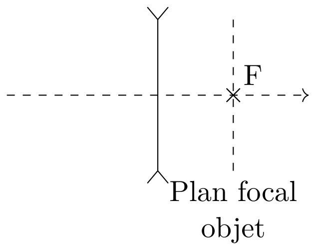
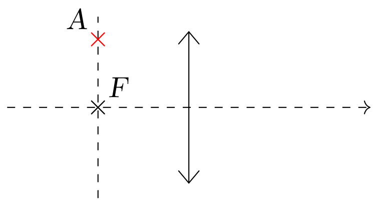


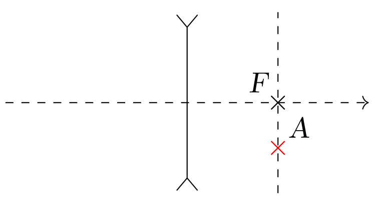
Fig. 5 – Les plans focaux objets.

Propriété. Image du plan focal objet
Tout objet ponctuel placé dans le plan focal objet aura son image à l'infini ⇒ tous les rayons sortiront parallèles entre eux.

Pour tracer les rayons émergents d'un point quelconque du plan focal objet :
- ▷ tracer le rayon non dévié passant par ce point (ou semblant y passer) et par le centre optique.
- ▷ tous les rayons incidents passant par le point et arrivant sur la lentille émergeront parallèlement à ce rayon

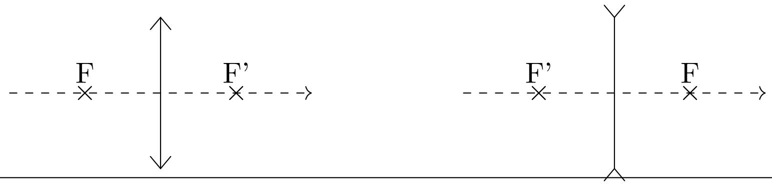
Application 4 : Tracer les faisceaux de rayons émergents des points objets A suivants.





▶ **Relation entre les deux points focaux**

Propriété.
Les points focaux images et objets d'une lentille mince sont symétriques l'un de l'autre par rapport au plan de la lentille.



3.4 Règles de constructions des images

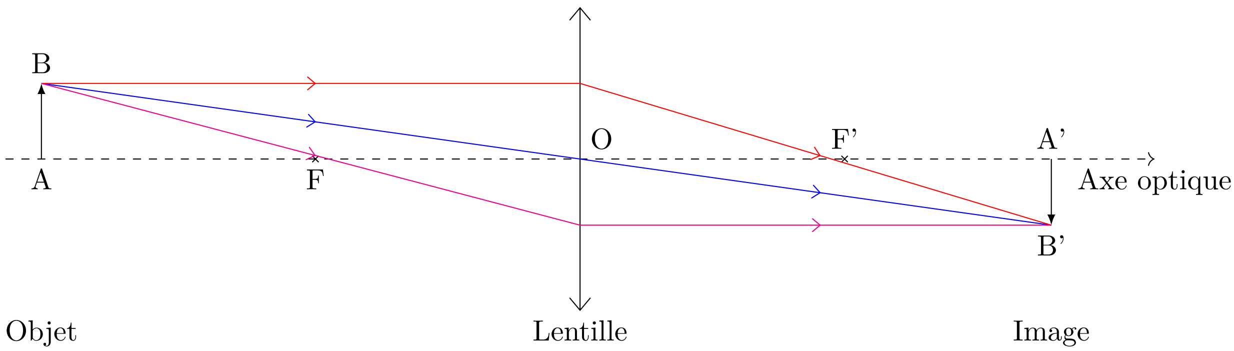
▶ **Règles de constructions**

Propriété. Construction d'une image
Pour construire l'image d'un objet à distance finie, on construit **2 des 3 rayons** :
1. le rayon passant par le centre non dévié ;
2. le rayon incident semblant passer par le foyer objet F qui émerge parallèlement à l'axe optique ;
3. le rayon incident parallèle à l'axe optique qui émerge en semblant par le foyer image F'.

Cette trois rayons se croisent géométriquement en un unique point qui forme l'image de l'objet.

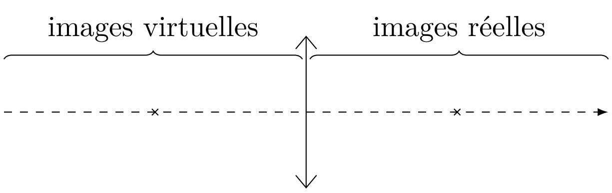
Astuce : les rayons sont classés ici par ordre de difficultés de tracer.

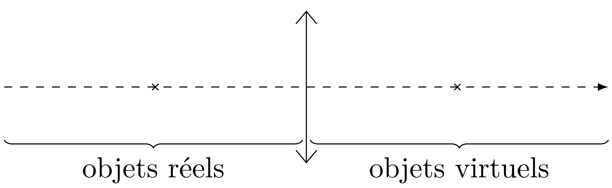
Pour trouver l'image de l'objet AB perpendiculaire à l'axe, on construit l'image B' de B. Par aplanétisme, A' s'obtient en, projetant B' sur l'axe.



▶ **Caractère réel ou virtuel des objets et des images**

Astuce pratique :

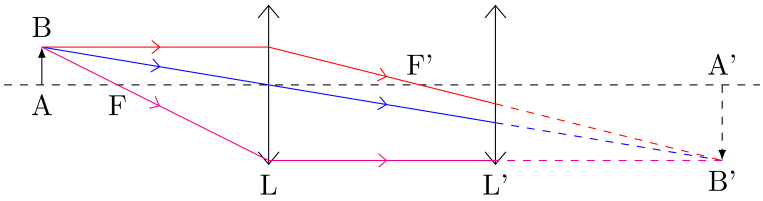




> ***Application 5** : Construire les images dans les 12 cas indiqués dans le document en annexe.*
>
> *A faire une fois, deux fois, cent fois*

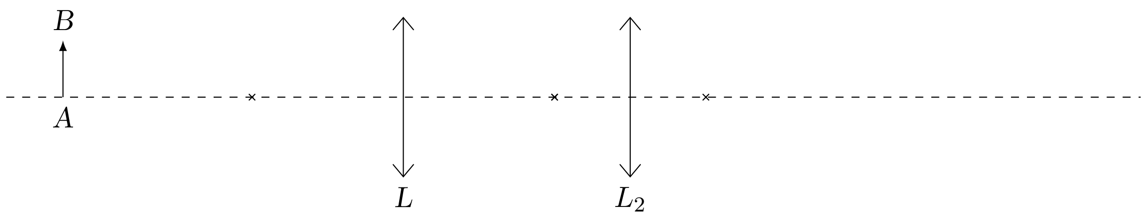
▶ **Quand il y a plusieurs lentilles ...**

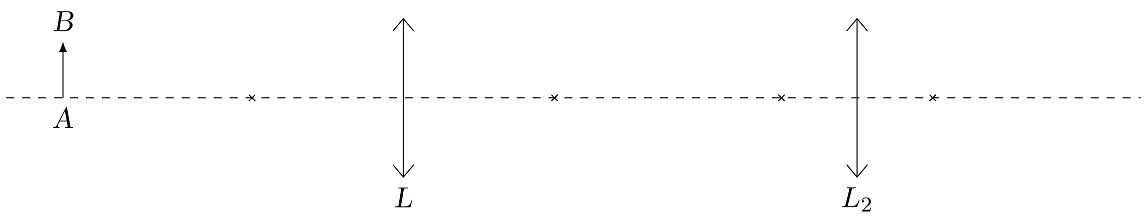
1. Le caractère objet/image et réel/virtuel d'un objet n'est pas absolu : il dépend de la lentille qu'on considère.



L'objet initial AB a pour image A'B' à travers la lentille L. Pour la lentille L, l'image A'B' est réelle. Or cette image est derrière la lentille L'. Ainsi, A'B' est un objet virtuel pour cette seconde lentille L'.

2. Pour tracer l'image d'un objet AB à travers plusieurs lentille :
   - ▷ on trace A_1B_1, l'image de AB par la première lentille **en ignorant toutes les autres lentilles**
   - ▷ on trace l'image de A_1B_1 par la deuxième lentille et ainsi de suite
   - ▷ $A'B'$ est l'imge générée par la dernière lentille.

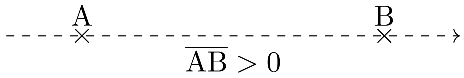
> ***Application 6 :*** ***La lunette de Galilée :*** *Tracer $A'B'$ image de AB par le système $\{L_1 + L_2\}$.*
>
> 
>

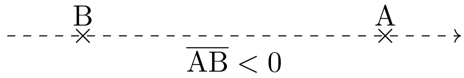
> ***Application 7 :***
>
> *Tracer $A'B'$ image de AB par le système $\{L_1 + L_2\}$.*
>
> 
>

4 Les relations algébriques des lentilles minces

4.1 Point mathématique : les distances algébriques

Définition. Distance algébrique
On note $\overline{\mathrm{AB}}$ la distance algébrique entre les points A et B. Cette distance s'exprime en mètres et est négative si B est devant A par rapport à l'orientation de l'axe optique et positive dans le cas contraire.





Attention ! Les définitions dépendent de du sens de l'axe optique ! Pour un axe optique allant de gauche à droite, une distance algébrique $\overline{AB}$ c'est :

- un signe
  - + si on va de gauche à droite ou de bas en haut
  - - si on va de droite à gauche ou de haut en bas
- un longueur AB

Les grandeurs algébriques vérifient la relation $\overline{\mathrm{AB}} = -\overline{\mathrm{BA}}$ et, si A, B et C sont sur le même axe $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}} + \overline{\mathrm{CB}}$.

4.2 Distance focale et vergence

▶ Distance focale

Définition. Distance focale f'
La distance focale f' d'une lentille vaut

$$\boxed{f' = \overline{\mathrm{OF'}}}$$

avec O le centre de la lentille et F' le point focal image.
Cette distance s'exprime en mètres.

On a par ailleurs $\boxed{\overline{\mathrm{OF'}} = -\overline{\mathrm{OF}}}$ car les foyers sont symétriques l'un de l'autres.

Propriété.
Une lentille **convergente** a une distance focale f' **positive**.

Une lentille **divergente** a une distance focale f' **négative**.

Infini ou pas infini :
une distance D sera considérée comme "l'infini" si : $D > 10f'$. On le note $D >> f'$.

Définition. Vergence
La **vergence** v d'une lentille est définie par

$$\boxed{v = \frac{1}{f'}}.$$

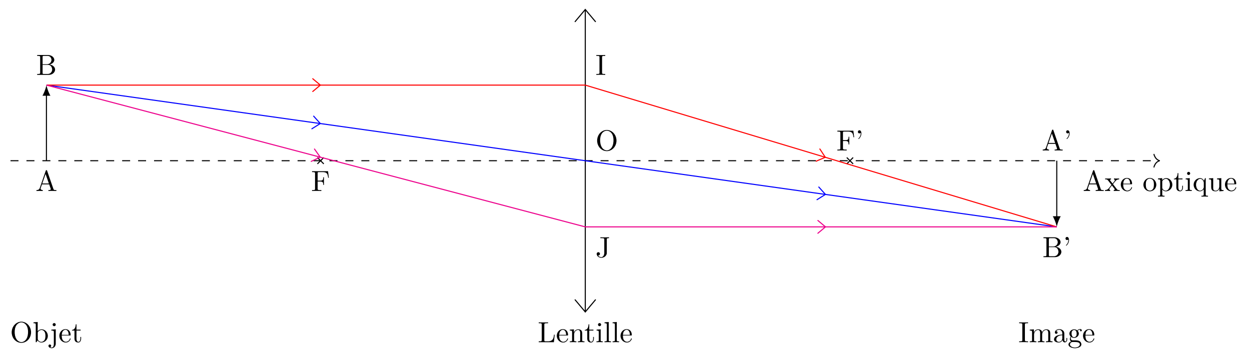
Sa dimension est l'inverse d'une distance, dont l'unité est la **dioptrie** notée δ.

4.3 Le grandissement

Définition. Grandissement transversale
Le grandissement transversal est donné par la relation

$$\gamma = \frac{\text{taille de l'image}}{\text{taille de l'objet}} = \frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{AB}}}$$

Attention ! Le grandissement est algébrique, son signe dépend des orientations relatives de AB et $A'B'$.



Les triangles ABO et A'B'O sont opposés par le sommet, le théorème de Thalès indique

$$\frac{\overline{\text{A'B'}}}{\overline{\text{AB}}} = \frac{\overline{\text{OA'}}}{\overline{\text{OA}}} \,. \tag{4.1}$$

On vérifie *a posteriori* que les signes algébriques correspondent.

Propriété.
Le **grandissement transversal** est donné par la relation

$$\gamma = \frac{\overline{\text{A'B'}}}{\overline{\text{AB}}} = \frac{\overline{\text{OA'}}}{\overline{\text{OA}}} \,.$$

Astuce pratique : je connais la position des objets et images $\Rightarrow$ je connais le grandissement

4.4 Les relations de conjugaisons

▶ La relation de Newton

Propriété. Relation de conjugaison de Newton

$$\overline{\text{FA}}\;\overline{\text{F'A'}} = -f'^2$$

avec F le foyer objet, F' le foyer image, A' l'image de l'objet A et f' la distance focale.

Attention ! $\overline{\text{FA}}$ et $\overline{\text{F'A'}}$ sont de signes opposés : il y a donc un moins !

Cas extrêmes :

- ▷ objet est très près du point focal :
  FA très petit alors $F'A'$ est très grand pour vérifier l'égalité : l'image est à l'infini
- ▷ objet très loin :
  FA très grand alors $F'A'$ est très petit pour vérifier l'égalité : l'image est au point focal image

▶ La relation de Descartes

Propriété. Relation de conjugaison de Descartes

$$\frac{1}{\overline{\text{OA'}}} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{\overline{\text{OA}}}$$

avec O le centre, A' l'image de l'objet A et f' la distance focale.

Cas extrêmes :

- ▷ pour un objet à l'infini $\overline{\text{OA}} = -\infty$, d'où $\dfrac{1}{\overline{\text{OA}}} = 0$ et $\overline{\text{OA'}} = f'$;
- ▷ pour une image à l'infinie $\overline{\text{OA'}} = +\infty$, d'où $\dfrac{1}{\overline{\text{OA'}}} = 0$ et $\overline{\text{OA}} = -f$.

> ***Remarque :*** *Si le dessin de l'image est bien réalisé, la mesure des distances sur la construction géométrique vérifie cette relation.*

Méthode en DS. Exercices et lentilles
Dans un exercice d'optique géométrique avec des lentilles, deux catégories de questions :
- ▷ tracer des rayons : **Attention !** à la propreté du tracé
- ▷ trouver des grandissement, grossissement, longueurs, ...
  pour chaque lentille : une relation de conjugaison (♡ Descartes ♡) et le grandissement

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \frac{1}{f'} \quad \text{et } \overline{\mathrm{A'B'}} = \gamma\overline{\mathrm{AB}} \text{ avec } \gamma = \frac{\overline{\mathrm{OA'}}}{\overline{\mathrm{OA}}} \text{ (à trouver avec Descartes)}$$

> ***Exemple 7 :*** *Une loupe est constituée d'une lentille convergente de focale $f' = 5\,\mathrm{cm}$. On observe un objet de taille 1cm situé à $OA = 3$cm.*
> 1. *Faire une construction à l'échelle. Déterminer graphiquement la position de l'image, sa taille et sa nature. En déduire le grandissement.*
> 2. *Montrer que le grandissement γ est $\gamma = \dfrac{f'}{f' - OA}$.*

CORRECTION

1. C'est le cas 3 des constructions.
2. Le grandissement $\gamma = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$ (et ensuite on utilise γ via $\overline{A'B'} = \gamma\overline{AB}$). Il faut trouver $\overline{OA'}$!

   Pour la lentille on a $A \xrightarrow{\mathcal{L}} A'$ donc $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$

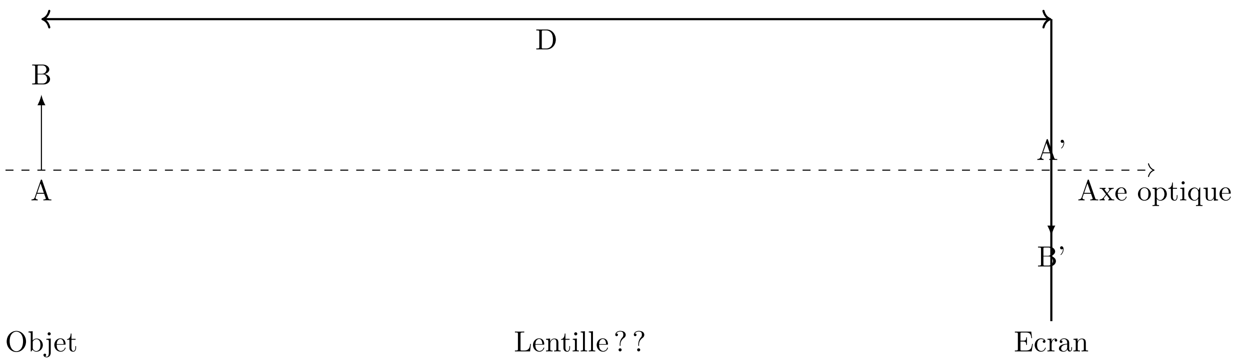
$$\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{\overline{OA}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{f' + \overline{OA}}{f'\overline{OA}} \quad \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{f'\overline{OA}}{f' + \overline{OA}}$$

   Finalement $\gamma = \dfrac{\dfrac{f'\overline{OA}}{f'+\overline{OA}}}{\overline{OA}} = \dfrac{f'}{f'+\overline{OA}}$

   On remarque ici que $\overline{OA} = -OA$ et donc $\gamma = \dfrac{f'}{f' - OA}$.

4.5 Condition expérimentale pour avoir une image réelle

Notons D la distance géométrique entre l'objet et l'écran sur lequel on veut observer une image. Cette distance représente typiquement la taille du banc optique.
Quelque soit la lentille qu'on place entre les deux, pourra-t-on toujours voir une image sur l'écran ? On va chercher où mettre la lentille pour conjuguer l'objet et l'écran.



Objectif : montrer qu'il existe deux positions possibles pour la lentille pour qu'on puisse visualiser une image sur l'écran et donner une condition sur D pour que cela soit possible.

CORRECTION

Règle d'or : je ne sais pas quoi faire ... $\Rightarrow$ ... je fais des trucs intelligents (*i.e.* ce que j'ai appris à faire dans le cours) !!!!
Ici appliquons une relation de conjugaison.

Notons $x = \overline{\text{OA}}$ la distance géométrique lentille-objet correspondant à l'une de ces positions. Il vient donc $\overline{\text{OA'}} = \overline{\text{OA}} + \overline{\text{AA'}} = x + D$. La relation de conjugaison de Descartes s'écrit alors

$$\frac{1}{x+D} = \frac{1}{x} + \frac{1}{f'}$$

Astuce : on se débarrasse des dénominateurs en multipliant l'équation par **tous** les dénominateurs, ici $x \times (x+D) \times f$

$$\frac{fx(x+D)}{x+D} = \frac{fx(x+D)}{x} + \frac{fx(x+D)}{f'} \;\Rightarrow\; x^2 + Dx + f'D = 0$$

On cherche les solutions : polynôme d'ordre 2 $\Rightarrow$ discirminant :

$$\Delta = D^2 - 4f'D = D\left(D - 4F'\right)$$

Pour que des positions de lentille conjuguant l'objet et l'écran existent, cette équation doit admettre des solutions réelles. Le discriminant doit donc être positif et donc $D > 4f'$.

Propriété. Observer une image sur un écran
Pour que deux plans soient conjugués par une lentille donnée, il faut qu'ils soient séparés d'une distance supérieure à quatre fois la distance focale de celle-ci, soit $\boxed{D \geq 4f'}$.

> ***Remarque :*** *Ce critère est essentiel pour choisir une lentille adaptée à l'encombrement d'un montage.*

> ***Application 8 :*** *Donner d, l'écart entre les deux positions de la lentille qui génère une image nette sur l'écran.*

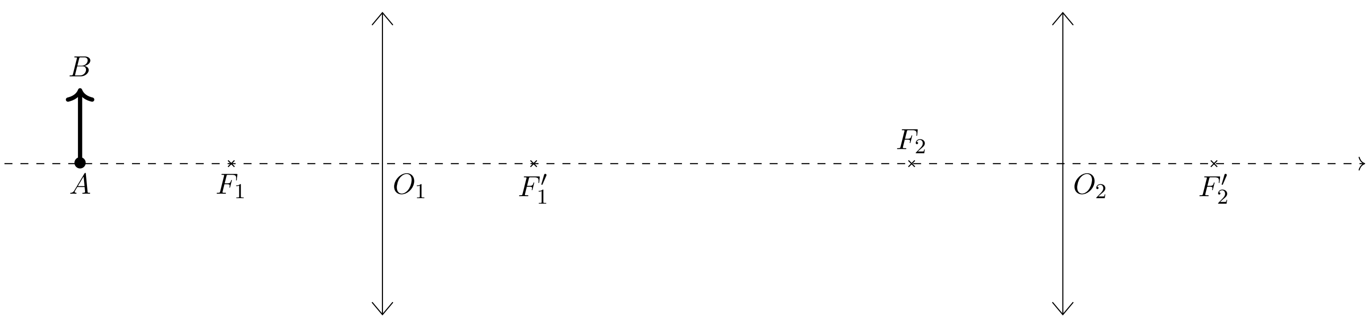
μDM

Microscope, principe de fonctionnement

Lycée Louis Thuillier - Physique-Chimie - PCSIB

Principe d'un microscope, notion de de grossissement et taille apparente

Un microscope est un système optique composé de deux lentilles : un objectif $\mathcal{L}_1$, distance focale f_1' et un oculaire $\mathcal{L}_2$, distance focale f_2'. L'objectif d'un microscope est d'observer des objets microscopique situés près de l'observateur.



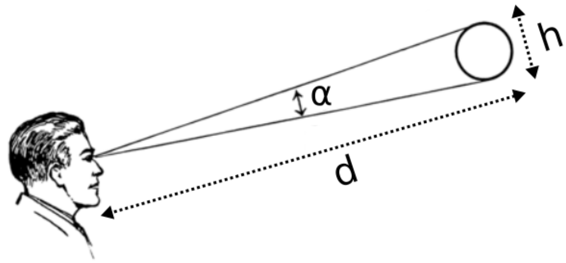
On assimile l'objectif à une lentille mince convergente $\mathcal{L}_1$ de distance focale $f_1' = 5,0$mm. L'objet $\overline{AB}$ assimilé à un segment de droite perpendiculaire à l'axe optique, avec A sur l'axe, est placé à $d = 8,25$mm devant le centre optique O_1 de $\mathcal{L}_1$. On note h la taille de AB.

Un microscope, contrairement à un prjecteur de cinéma, ne crée par une image plus grande mais une image d**e taille apparente plus grande**.

Définition. Taille apparente

La taille/diamètre apparente/angulaire est l'angle α formé entre ses points extrêmes au point d'observation. Il est égal au rapport :

$$\alpha = \frac{\text{taille réelle}}{\text{distance à l'observateur}} = \frac{h}{d}$$



La taille apparente traduit l'impression de grandeur : deux objets avec la même taille apparente paraîtront aussi grand.

Le grossissement G est défini comme $G = \alpha'/\alpha_{PP}$ où :

- ▷ α' est l'angle sous lequel l'image $A''B''$ est observée en sortie de l'oculaire
- ▷ α_{PP} est l'angle sous lequel serait vu directement par l'œil l'objet AB placé à une distance $d_m = 250$mm.

Ainsi la taille apparente de l'image en sortie est

$$\alpha' = G \times \alpha_{PP}$$

Définition. Grandissement/Grossissement
- ▷ le grandissement γ joue sur les tailles réelles : $\overline{A'B'} = \gamma\overline{AB}$
- ▷ le grossissement G joue sur les tailles apparentes : $\alpha' = G \times \alpha$

Modélisation et étude théorique

1. Déterminer la position $\overline{O_1A'}$ de l'image $\overline{A'B'}$ donnée par l'objectif en fonction de d et f'_1.
   Faire l'application numérique
2. Exprimer le grandissement γ_1 en fonction de d et f'_1.
   Faire l'application numérique.
3. En déduire h', la taille de l'image intermédiaire.

   L'image intermédiaire $A'B'$ est ensuite observée à travers un oculaire, représenté par une lentille mince convergente $\mathcal{L}_2$ de centre O_2 et de distance focal $f'_2 = 20$mm. $\mathcal{L}_2$ crée alors une image $A''B''$ de $A'B'$.
4. Pour un œil normal, réalisant une observation sans accommodation, où doit se trouver l'image $A''B''$?
5. En déduire la position du point focal F_2 de l'oculaire et la distance $\overline{O_1O_2}$. Faire l'application numérique.
6. Sur votre feuille, reproduire le schéma du microscope et placer $A'B'$. Tracer la trajectoire des rayons particuliers issu de B et B'. Retrouver la position de B''.
7. Sur le schéma, placer α'.
8. Exprimer α' puis G en fonction de f'_1, f'_2, d et d_m.
9. Par combien a-été multiplié "l'impression de grandeur" de l'objet pour l'observateur ?

μDM

Microscope, principe de fonctionnement

Lycée Louis Thuillier - Physique-Chimie - PCSIB

*Avant de commencer, bien avoir en tête la **méthode** !*

Méthode en DS. Manipulation d'une lentille
On se rappelle : avec les lentilles, il y a peu de choses :
- ▷ relation de conjugaison de Descartes : $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}$
- ▷ grandissement $\overline{A'B'} = \gamma \overline{AB}$ avec $\gamma = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

Attention ! aux distances algébrique $\overline{OA} = \pm OA$ suivant le sens de $O \rightarrow A$! !

Méthode en DS. Manipulation de plusieurs lentilles
Avec deux lentilles (ou plus) on prend le temps d'écrire la chaîne conjugaison :

$$A \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A_2 ... \xrightarrow{\mathcal{L}_n} A'$$

On peut alors pour chaque lentille écrire une relation de conjugaison et une de grandissement.

On commence toujours par une chaîne de conjugaison et un schéma de la situation sur lequel on fait apparaitre les longueurs de l'énoncé et les différents résultats au fur et à mesure qu'on progresse. (cf Q 7)

$$A \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A' \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A''$$

1. **Relation de conjugaison sur $\mathcal{L}_1$**

$$\frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f_1'} \quad \text{avec } \overline{O_1A} = -d$$

On trouve (*gare aux fractions ! !*) $\dfrac{1}{\overline{O_1A'}} = \dfrac{-d+f_1'}{-df_1'}$ donc $\overline{O_1A'} = \dfrac{-df_1'}{-d+f_1'} = \dfrac{df_1'}{d-f_1'}$.

2. Grandissement de $\mathcal{L}_1$: $\gamma_1 = \overline{O_1A'}/\overline{O_1A} = \dfrac{-f_1'}{d-f_1'}$.

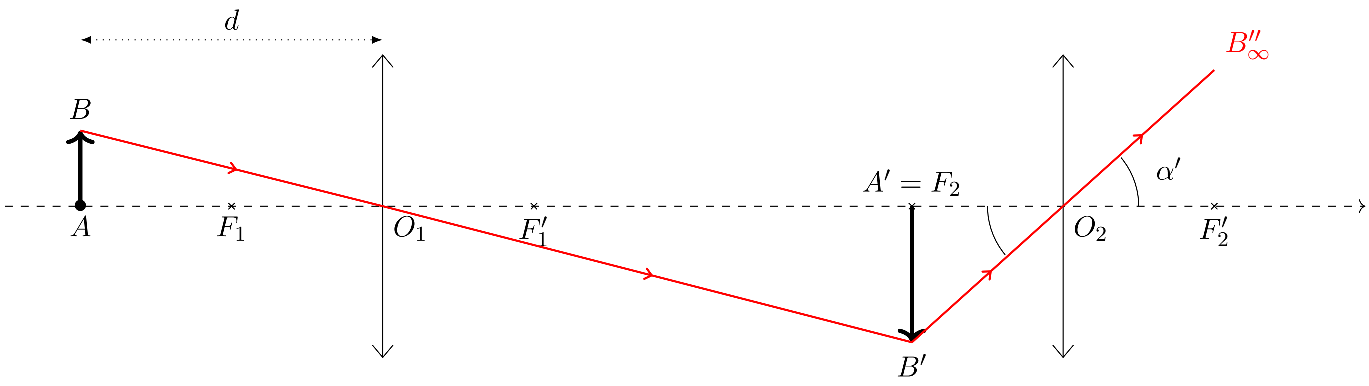
3. Taille en sortie : $h' = \gamma h = \dfrac{f_1'h}{d-f_1'}$.

4. Un oeil normal observe une image sans accommodation si cette dernière est à l'infini. $A''B''$ doit donc être à l'infini.

5. A'' est l'image de A' par $\mathcal{L}_2$. Pour que A'' soit à l'infini alors A' doit être au niveau de F_2 : $A' = F_2$.

$$\overline{O_1O_2} = \overline{O_1A'} + \overline{A'O_2} = \frac{df_1'}{d-f_1'} + \overline{F_1O_2} = \frac{df_1'}{d-f_1'} + f_2'$$

6.



7. *Cf question précédente*
8. On trouve $\alpha' = \dfrac{A'B'}{OF_2} = \dfrac{\gamma_1 AB}{f'_2} = \dfrac{f'_1}{d - f'_1}\dfrac{h}{f'_2}$. Comme $\alpha_{PP} = h/d_m$ on a : $G = \dfrac{f'_1 d_m}{(d - f'_1)f'_2}$
9. Intérêt du grossissement : $\alpha' = G\alpha_{PP}$. La taille apparente de l'image en sortie de microscope est celle en entrée (*observée à 25cm*) multipliée par le grossissement.

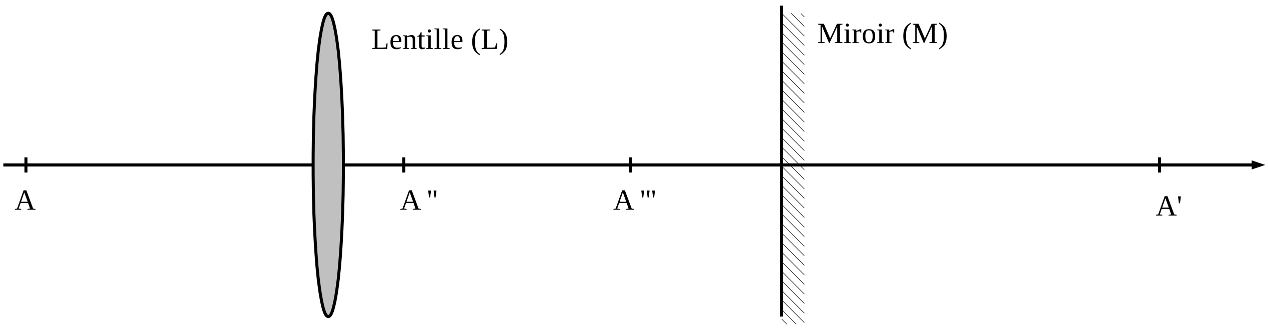
TD 02 Optique géométrique

Lycée Louis Thuillier - Physique-Chimie - PCSIB

1 Exercices d'applications

Exercice 1 - Images et objets virtuels ou réels :

On donne le montage optique suivant, composé d'une lentille convergente et d'un miroir plan :



Les rayons lumineux provenant du point objet A traversent la lentille L, sont réfléchis sur le miroir plan M et traversent à nouveau la lentille L.

- ▷ A' est l'image de A par la lentille L.
- ▷ A" est l'image de A' par le miroir plan M.
- ▷ A"' est l'image de " par la lentille L.

1. Le point A est-il un objet réel pour la lentille L, pour le miroir plan M, pour le système optique (L+M) constitué par la lentille L et le miroir plan M ?
2. Le point A' est-il un objet ou une image pour la lentille L, pour le miroir plan M, pour le système optique (L+M) constitué par la lentille L et le miroir plan M ?
3. Pour chacun des trois systèmes optiques préciser si A' est réel ou virtuel.
4. Mêmes questions pour le point A".
5. Mêmes questions pour le point A"'.

Exercice 2 - Constructions de rayons :

Entraînez vous à tracer les rayons dans différents cas (différentes positions de l'objet AB) sur la feuille annexe. Dans chaque cas vérifiez le caractère de l'image (réelle, virtuelle, plus grand ou plus petit, renversée ou non...).

Exercice 3 - Avec une lentille seule :

Un objet AB de taille $1,0$cm est placé $5,0$cm avant le centre optique O d'une lentille convergente, de distance focale $f = 2,0$cm (AB est perpendiculaire à l'axe optique).

1. Calculer la vergence de la lentille et préciser son unité.
2. Construire limage $A'B'$ de AB en utilisant les trois rayons utiles. Discuter la nature de AB et $A'B'$.
3. Mesurer alors $A'B'$ et OA'.
4. Retrouver OA' et $A'B'$ par le calcul.
5. Reprendre les questions précédentes mais désormais AB est à $1,0$cm de la lentille.

2 Etude de systèmes optiques

Exercice 4 - La lunette astronomique :

On considère une lunette astronomique formée :
- ▷ d'un objectif constitué d'une lentille convergente $\mathcal{L}_1$ de distance focale $f_1' = 25\text{cm}$
- ▷ d'un oculaire constitué d'une lentille convergente $\mathcal{L}_2$ de distance focale $f_2' = 5\text{cm}$

Ces deux lentilles ont le même axe optique. Cette lunette astronomique est utilisée pour observer Mars. L'axe optique de l'instrument est pointé vers le centre de Mars, on note A et B les points objets situés aux deux extrémités opposés de la planète. Les rayons issus de A et B arrivant au niveau de la lunette forme un angle α au niveau de la Terre, appelé angle apparent. On rappelle qu'un oeil voit un objet sans accommoder quand celui-ci est situé à l'infini.

1. Afin de ne pas fatiguer l'utilisateur, ce dernier doit observer la planète sans accommoder au travers de la lunette.
   (a) Quelle doit être alors la distance enter les deux centres optiques de la lentille ?
   (b) Faire un schéma de la lunette. Dessiner sur ce schéma la marche à travers la lunette d'un faisceau lumineux formé des rayons issus de la planète. On appellera A_1B_1 l'image intermédiaire.
   (c) On souhaite photographier cette planète. Où doit-on placer la pellicule ?
2. On note α' l'angle que forment les rayons extrêmes en sortie de la lunette.
   (a) L'image finale est-elle droite ou renversée ?
   (b) La lunette est caractérisée par son grossissement $G = \pm\alpha'/\alpha$ avec un signe "+" si l'iamge est droite et un signe "-" si l'image est renversée. Exprimer G en fonctions de f_1' et f_2' puis calculer sa valeur. On approximera $\tan x \simeq x$

Exercice 5 - Lunette de Galilée :

Une lunette de Galilée est consitutée de deux lentilles minces :
- ▷ une lentille $\mathcal{L}_1$ de centre O_1 et de vergence $v_1 = 5\delta$
- ▷ une lentille $\mathcal{L}_2$ de centre O_2 et de vergence $v_2 = -20\delta$

Les lentilles sont disposées de tel sorte que le système soit afocal, *i.e.* un objet à l'infini à son image à l'infini.

1. Déterminer la valeur de l'écartement e entre les deux lentilles.
   La lunette de Galilée est utilisée pour observer un objet à l'infini de taille apparente α.
2. Réaliser la construction graphique de la lunette de Galilée à l'échelle 1/2. On représentera α et α', le diamètre apparent de l'image.
3. L'image finale est-elle droite ou renversée ?
4. Déterminer le grossissement G de la lunette en fonction de v_1 et v_2. Calculer sa valeur.
5. Discuter l'intérêt d'une lunette de Galilée par rapport à une lunette astronomique.

Exercice 6 - L'oeil :

Le cristallin de l'œil est assimilable à une lentille mince de centre optique O. On modélise l'œil par une lentille mince convergente de centre optique O, dont la vergence V est variable. L'image se forme sur la rétine, qui dans la réalité est à la distance $d_{reel} = 15$ mm de O mais que l'on considérera égale à $d = 11$ mm pour compenser le fait qu'on néglige la présence du corps vitreux entre le cristallin et la rétine.

Un observateur doté d'une vision "normale" regarde un objet (AB) placé dans un plan de front à 1 m devant lui, et tel que $AB = 10$ cm.

1. Préciser si l'image formée sur la rétine par le cristallin est réelle ou virtuelle, droite ou renversée.
2. On note (A'B') l'image de (AB) sur la rétine. Calculer le grandissement γ, et déduire la taille de l'image.
3. Calculer la vergence V du système.
4. L'observateur regarde maintenant un objet placé à 25 cm devant lui. Calculer la variation de la vergence par rapport à la situation précédente ainsi que la taille de l'image.

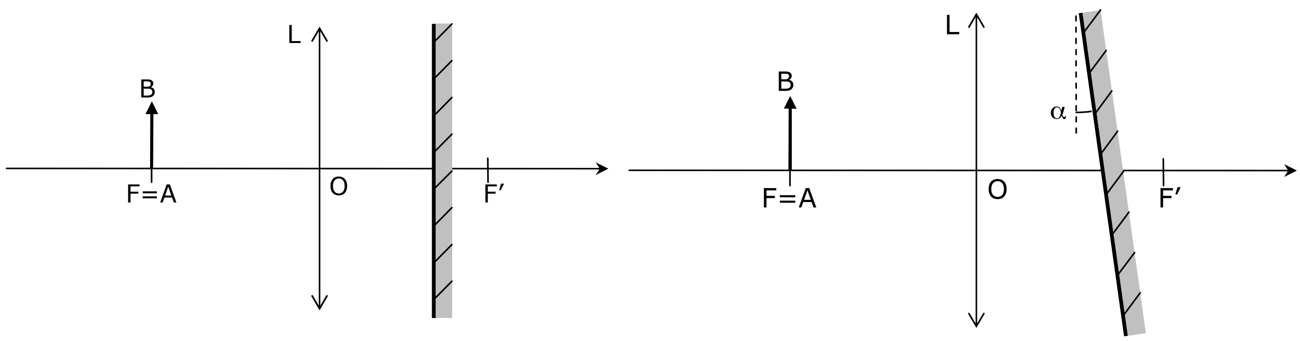
On s'intéresse maintenant à un sujet myope possédant donc un cristallin trop convergent. Lorsqu'il regarde à l'infini, l'image se forme à 0,5 mm en avant de la rétine (située à $d = 11$ mm de O). Pour corriger ce problème, cette personne est dotée de lunettes dont chaque verre est assimilé à une lentille mince de vergence V' constante et de centre optique O', placé à 2 cm de O.

5. Calculer la vergence V' des verres de lunettes.

3 Objectif TP

Exercice 7 - Autocollimation :

1. Donner l'image de l'objet AB par le système optique suivant composé d'une lentille L et d'un miroir M. En déduire le grandissement transversale .

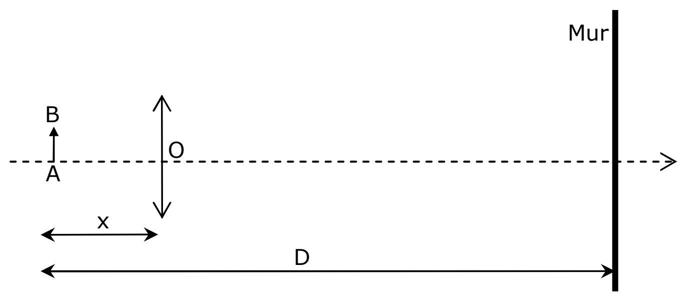


2. (*) Même question en faisant pivoter le miroir de α.

Exercice 8 - Choix d'une lentille de projection :

On veut projeter l'image d'un objet sur un mur par l'intermédiaire d'une lentille convergente de focale f'.

1. Soit le montage optique représenté ci-dessous : on a un objet réel AB, une lentille convergente et un mur qui affiche l'image A'B'. Soit D=AA' et x=AO.
   (a) Pour une distance D donnée, démontrer qu'il y a deux positions possibles pour la lentille espacées de $d = D\sqrt{1-\frac{4f'}{D}}$ afin d'observer une image nette.
   (b) Pour chacune des positions, exprimer le grandissement γ de la projection en fonction de D et f'.
   (c) Laquelle des deux positions faut-il prendre afin d'avoir une meilleure projection ?
2. On souhaite obtenir de cet objet, mesurant environ 5 cm sur 5 cm, une image de dimensions approximatives 80 cm sur 80 cm sur le mur situé à D=6,0 m. On dispose de quelques lentilles convergentes de vergences égales à 12 δ, 5 δ, 2 δ, 1 δ et 0,5 δ.
   (a) Dans quel sens doit-on mettre l'objet pour avoir une projection correcte ? Donner la valeur de γ souhaitée.
   (b) Montrer que $x = D/(1-\gamma)$.
   (c) En déduire alors que $f' = \dfrac{-\gamma D}{(1-\gamma)^2}$. Quelle lentille choisir alors ?

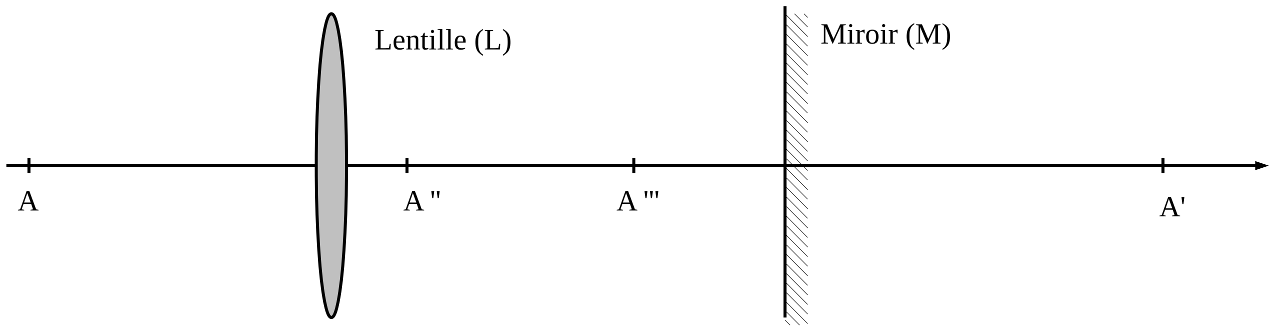


TD 02 Optique géométrique

Lycée Louis Thuillier - Physique-Chimie - PCSIB

1 Exercices d'applications

Exercice 1 - Images et objets virtuels ou réels (*) :



Pour répondre aux questions, il suffit d'avoir en tête cette suite de conjugaison :

$$A \xrightarrow{(L)} A' \xrightarrow{(M)} A'' \xrightarrow{(L)} A'''$$

Après la réflexion sur (M), la lumière change de sens, changeant du même coup les côtés des images réelles et virtuelles.

1. A est un objet réel pour (L) et pour l'ensemble (L+M). Par contre, ce n'est **rien** pour (M) car aucun rayon ne peut parvenir directement sur (M)
2. Le point A' est une image pour (L) et un objet pour (M). Il n'est rien pour l'ensemble (L+M).
3. Le point A' est une image réelle pour (L) et un objet virtuel pour (M).
4. Le point A" est une image réelle pour (M) et un objet réel pour (L). Le sens de propagation de la lumière a changé après la réflexion sur le miroir...
5. Le point A"' est une image virtuelle pour (L) et pour l'ensemble (L+M).

Exercice 2 - Constructions de rayons : *Cf cours*

Exercice 3 - Avec une lentille seule :

1. **Attention !** pour les vergences **tout en mètre !!!**
   $f' = 2,0$cm$=2,0\ 10^{-2}$m soit $v = 1/(2\ 10^{-2}) = 5\delta$.
2. *C'est le cas 1 des tracé de rayons* **Attention !** à bien placer les points.
3. *Cf après pour les valeurs*
4. On écrit la relation de conjugaison et le grandissement pour la lentille :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad \text{et} \quad \overline{A'B'} = \gamma \overline{AB} \text{ avec } \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

C'est le credo des relations de conjugaison !!

▷ On trouve $\overline{OA'} = \dfrac{\overline{OA}f'}{\overline{OA}+f'}$ avec $\overline{OA} = -5,0$cm.
AN : $\overline{OA} = 3,3$cm et $OA = \overline{OA}$.

▷ On a alors $\gamma = \dfrac{f'}{\overline{OA} + f'}$ et donc $\gamma = -0,66$ et $\overline{A'B'} = \gamma \overline{AB} = -0,66$cm.
On remarque que $\overline{A'B'} < 0$: l'image et à l'envers.

5. On refait pareil et on trouve $\overline{OA'} = -10$cm : l'image est à gauche de la lentille, elle est virtuelle.

2 Etude de systèmes optiques

Exercice 4 - La lunette astronomique :

Attention ! *Avant de commencer les questions on prend le temps d'analyser le système optique et d'écrire la chaîne de conjugaison*

$$A_\infty B_\infty \xrightarrow{(L_1)} A_1B_1 \xrightarrow{(L_2)} A'B'$$

1.

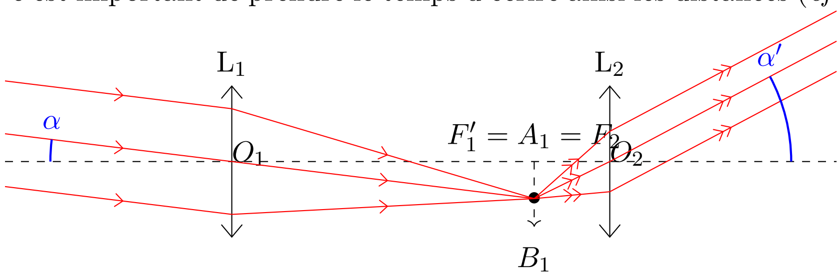
(a) Pour observer sans accomoder, l'image finale en sortie de la lunette doit être à l'infini : $A' = A'_\infty$. Or pour obtenir une telle image, l'objet qui lui donne naissance doit être dans le plan focale objet de l'oculaire. Donc $A_1 = F_2$.
Par ailleurs l'objet initial A est à l'infini. Son image A_1 par l'objectif sera donc au niveau du poitn focale image : $A_1 = F'_1$.

On a donc $A_1 = F_2 = F'_1$ donc les deux lunettes doivent être séparée de

$$\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F'_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F_2O_2} = f'_1 + f'_2$$

Attention ! c'est important de prendre le temps d'écrire ainsi les distances (*cf exercice suivant*).

(b)



(c) Si on souhaite imprimer une image sur une pellicule celle-ci doit être réelle et on pllace la pellicule où elle se trouve.
Ici, il faut placer la pellicule au niveau de l'image intermédiaire A_1B_1.

2.

(a) L'image finale est droite.

(b) *Ici, on a besoin de faire un peu de géométrie ... ⇒ des triangles rectangles !!*
On considère les triangles $O_1A_1B_1$ et $O_2A_1B_1$.

$$\tan\alpha = \frac{A_1B_1}{O_1A_1} = \frac{A_1B_1}{f'_1} \text{ et } \tan\alpha' = \frac{A_1B_1}{O_2A_1} = \frac{A_1B_1}{f'_2}$$

On en déduit $G = f'_1/f'_2 = 4$.

Exercice 5 - La lunette de Galilée :

Attention ! *Avant de commencer les questions on prend le temps d'analyser le système optique et d'écrire la chaîne de conjugaison*

$$A_\infty B_\infty \xrightarrow{(L_1)} A_1B_1 \xrightarrow{(L_2)} A'B'$$

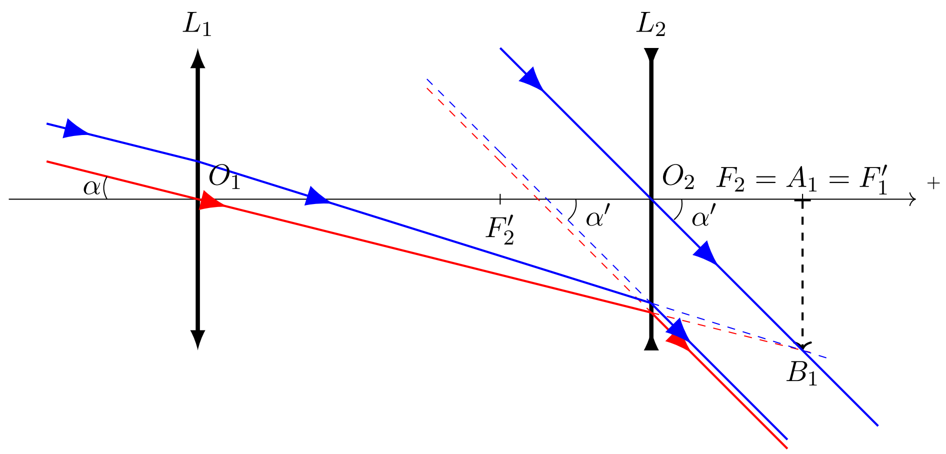
Cet exercice est similaire au précédent sauf que l'oculaire est une lentille divergente désormais.

1. Comme avant on a $A_1 = F_2 = F'_1$ donc les deux lunettes doivent être séparée de

$$\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F'_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F_2O_2} = f'_1 + f'_2$$

On remarque alors que, $f'_2 < 0$, $\overline{O_1O_2}$ est plus petit que pour une lunette astronomique.

2. **Attention !** *La correction n'est pas à l'échelle !*



3. L'image finale est alors renversée.
4. C'est la même démarche que l'exercice précédent. On prend les deux triangles $O_1A_1B_1$ et $O_2A_1B_1$ et on trouve

$$G = \frac{f'_1}{f'_2} = \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}$$

5. Une lunette de Galilée est similaire à une lunette astronomique à ceci près que l'acart entre les deux lentilles est plus petit :
   - ▷ astronomique $\overline{O_1O_2} = f'_1 + f'_2$ avec $f'_1, f'_2 > 0$
   - ▷ Galilée $\overline{O_1O_2} = f'_1 + f'_2$ avec $f'_1 > 0$ mais $f'_2 < 0$

Exercice 6 - L'oeil(*) : *Cf DM pour le début*

1. L'objet est réel et l'image se formant sur la rétine (qui joue le rôle d'écran) est donc réelle elle-aussi. En considérant le rayon passant par le centre optique O de la lentille, on trouve que l'image est forcément renversée.
2. On connaît les distances de l'objet ($\overline{OA} = {}^-D$) et de l'image au centre optique, donc on utilise la formule de grandissement avec origine en O :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{d}{-D} = -11.10^{-3}$$

   On en déduit la taille de l'image : $\overline{A'B'} = \gamma\overline{AB} = 1,1$ mm.

3. Pour calculer la vergence du système, on applique la relation de Descartes :

$$V = \frac{1}{f'} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{d} - \frac{1}{-D} = 92\ \delta$$

4. On applique de nouveau la loi de Descartes :

$$V = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{11.10^{-3}} - \frac{1}{-25.10^{-2}} = 95\ \delta$$

   On trouve que le cristallin s'est contracté (la vergence a augmenté) pour voir plus près. La taille de l'image est obtenue par l'expression du grandissement :

$$\boxed{\overline{A'B'} = \gamma\overline{AB} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}\overline{AB} = -4,4 \text{ mm}}$$

5. On calcule tout d'abord la vergence V du cristallin de l'oeil myope. L'image d'un objet à l'infini se forme dans le plan focal image de la lentille donc à une distance f' de 0 soit $f' = 11 - 0,5 = 10,5$ mm soit $V = 95,2\ \delta$.
   On appelle (L_D) le verre de lunette et R le point d'intersection de l'axe optique avec la rétine. Pour que le myope voit net l'objet à l'infini, on doit avoir la suite de conjugaisons suivante :

$$\infty \xrightarrow{L_D} F'_D \xrightarrow{cristallin} R$$

Il faut donc trouver la position de l'antécédent de R par le cristallin. Avec $\overline{OR} = d$, la relation de Descartes donne :

$$V = \frac{1}{d} - \frac{1}{\overline{OF'_D}} \Longrightarrow \overline{OF'_D} = \frac{d}{1 - Vd} = -23,3\ cm$$

On remarque que F'_D est à 23,3 cm avant O donc à 21,3 cm avant L$_D$, ce qui correspond bien à une lentille divergente de distance focale image $f'_D = -21,3$ cm, donc de vergence :

$$V' = \frac{1}{f'_D} = -4,7\ \delta$$

3 Objectif TP

Exercice 7 - Autocollimation :

1. On a le schéma de conjugaison suivant :

$$AB \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1B_1 \xrightarrow{M} A_2B_2 \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A'B'$$

- ▷ AB étant dans le plan focal objet, A_1B_2 est à l'infini.
- ▷ par symétrie, la réflexion dans le miroir place A_2B_2 à l'infini également
  Attention ! à cause du miroir, lors de la réflexion, le sens de l'axe optique est inversé!!
- ▷ donc $A'B'$ est dans le plan focal image, mais l'axe optique étant inversé par rapport au début, il se trouve au niveau de AB

On trouve alors un grandissement transversale $\gamma = -1$: l'image à la même taille mais est à l'envers.

Exercice 8 - Choix d'une lentille de projection :

Exercice similaire à l'exemple du cours, bien retravailler ce dernier avant de se lancer ...

1. ;

(a) Avec les notations de l'exercice (**Attention !** $\overline{OA} = -x$), la relation de conjugaison de Descartes d'écrit comme :

$$\frac{1}{D-x} - \frac{1}{-x} = \frac{1}{f'} \Rightarrow x^2 - Dx + Df' = 0 \text{ soit } x = \frac{D \pm \sqrt{D(D-4f')}}{2}$$

L'écart entre les deux positions est alors :

$$\Delta x = \frac{D + \sqrt{D(D-4f')}}{2} - \frac{D - \sqrt{D(D-4f')}}{2} = \sqrt{D(D-4f')}$$

(b) Grandissement $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{D-x}{-x}$ donc (pour la valeur "+") :

$$\gamma = -\frac{D - \frac{D+\sqrt{D(D-4f')}}{2}}{\frac{D+\sqrt{D(D-4f')}}{2}} = -\frac{D - \sqrt{D(D-4f')}}{D + \sqrt{D(D-4f')}}$$

De la même façon avec la solution "-" : $\gamma = -\frac{D + \sqrt{D(D-4f')}}{D - \sqrt{D(D-4f')}}$.
On remarque que les deux grandissement sont l'inverse l'un de l'autre.

(c) Pour avoir la meilleur projection, il faut choisir la position qui donne le grandissement le plus grand.

2. ;

(a) Pour avoir l'image à l'endroit, le grandissement étant négatif, il faut mettre l'objet à l'envers. Ici :

$$\gamma = -\frac{80}{5} = -16$$

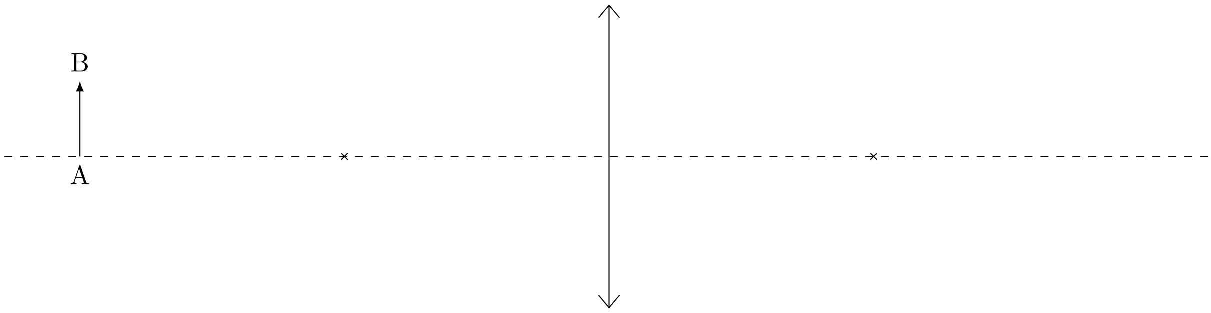
(b) On a $\gamma = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \dfrac{D-x}{-x}$ donc $x = D/(1-\gamma)$.

(c) *.... On n'a pas encore utilisé la relation de conjugaison de Descartes ...*

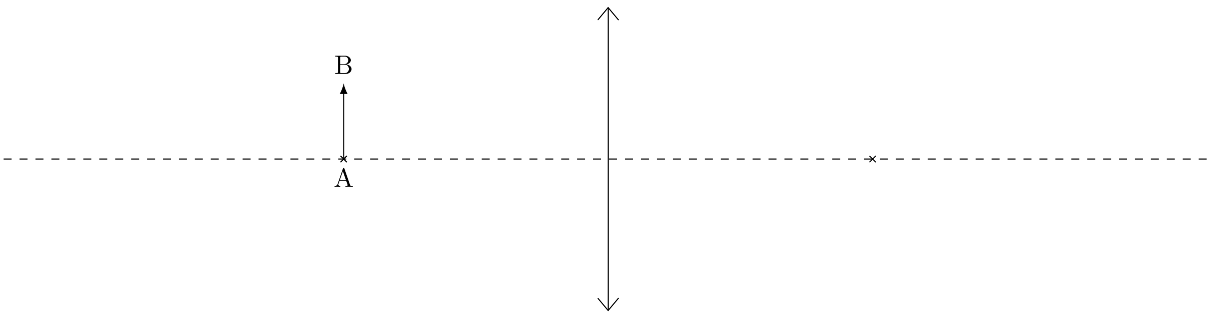
$$\frac{1}{D-x} - \frac{1}{-x} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{D - D/(1-\gamma)} - \frac{1}{-D/(1-\gamma)} = \frac{1}{f'}$$

On résout et on trouve f'.

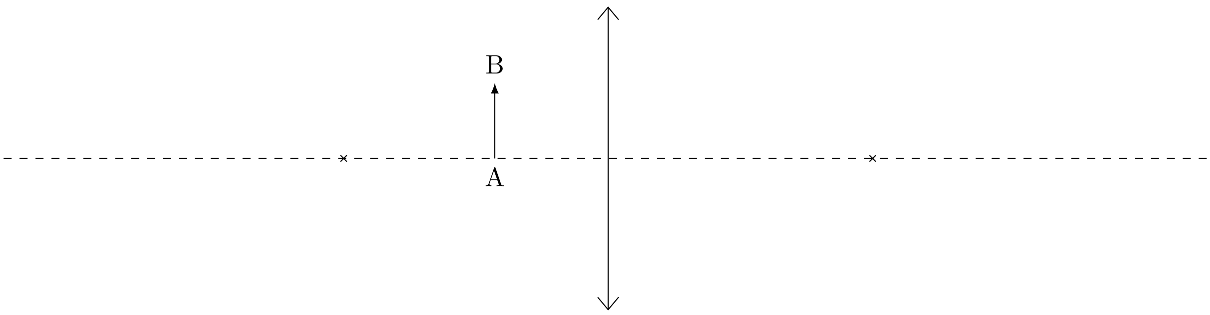
1.



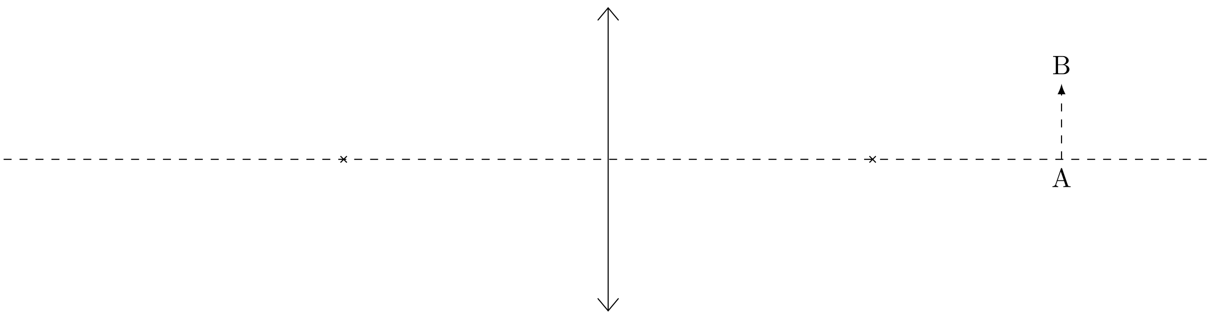
2.



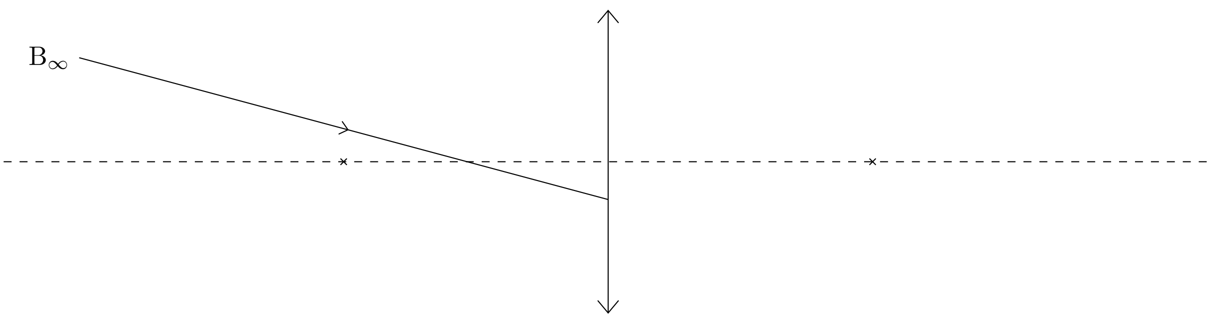
3.



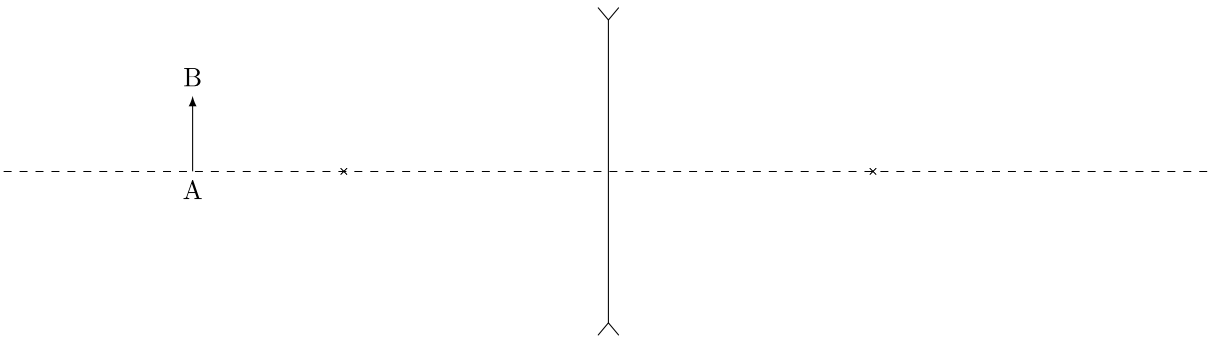
4.



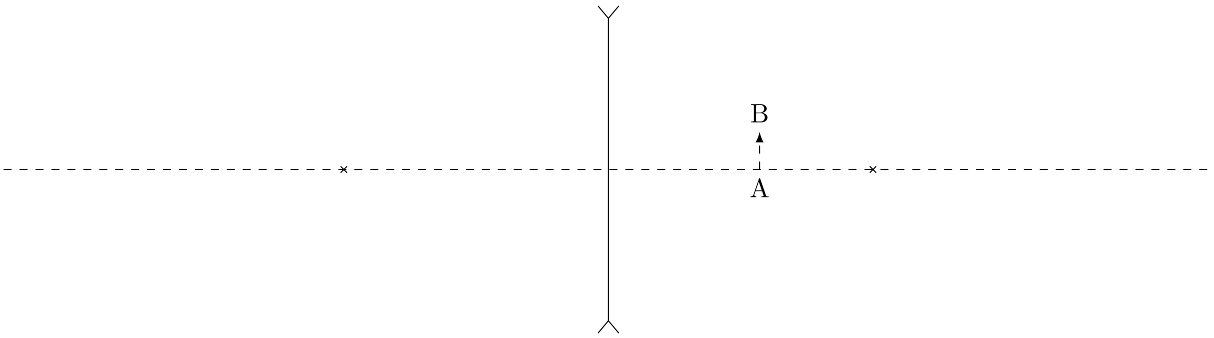
5.



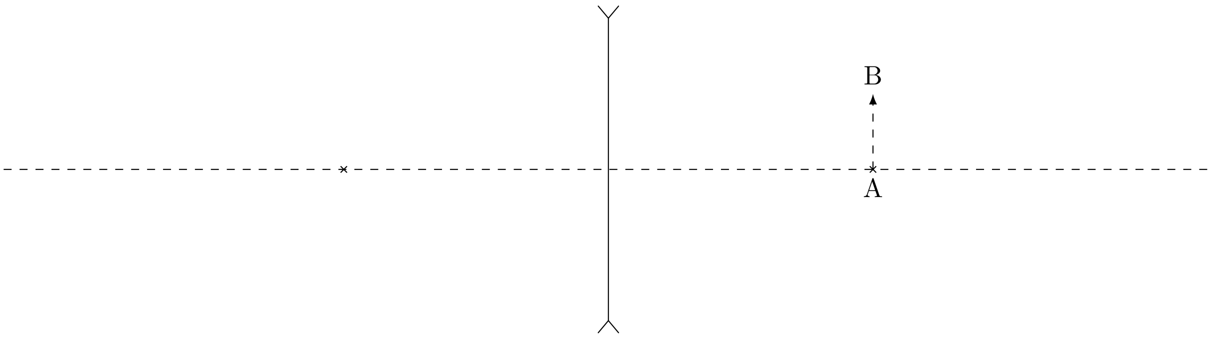
6.



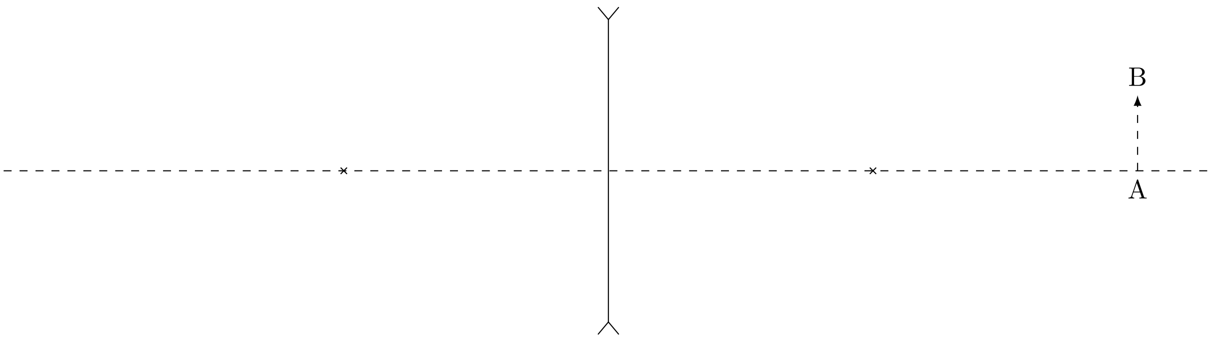
7.



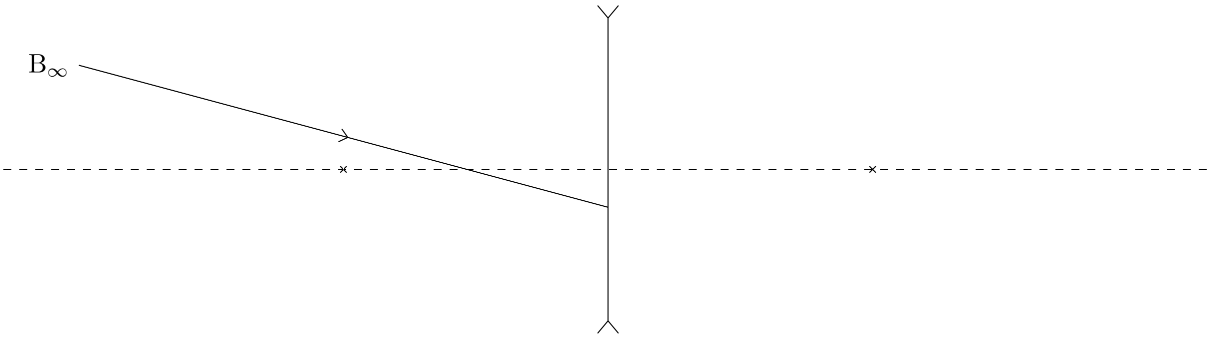
8.



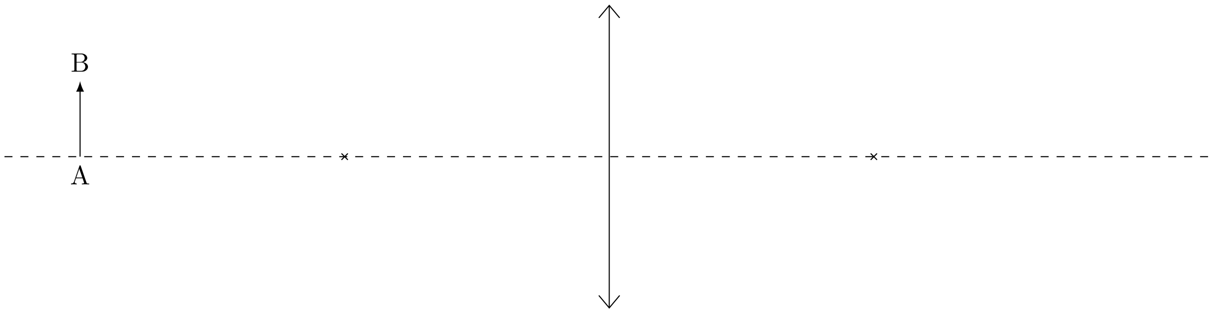
9.



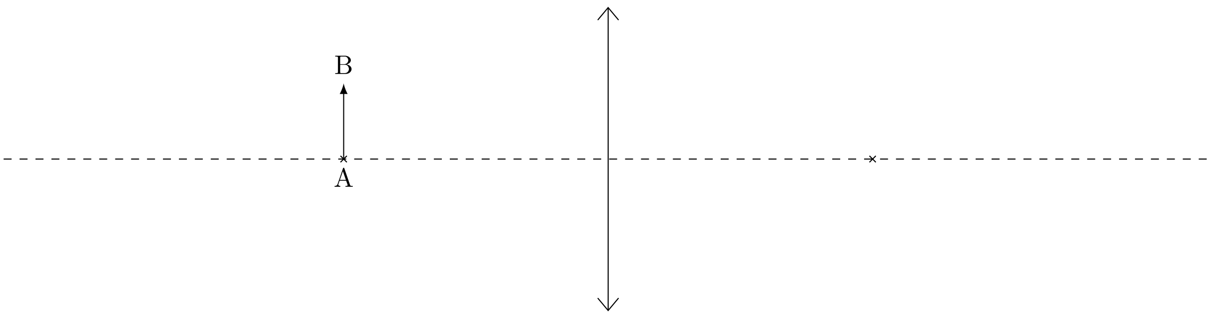
10.



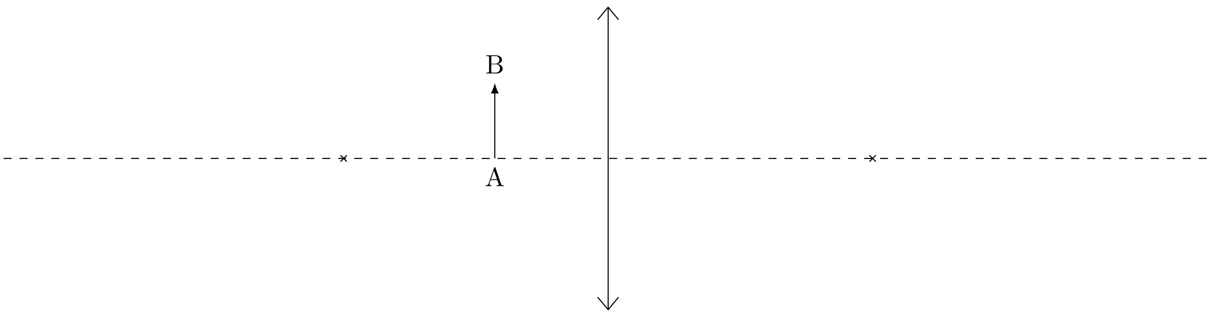
1.



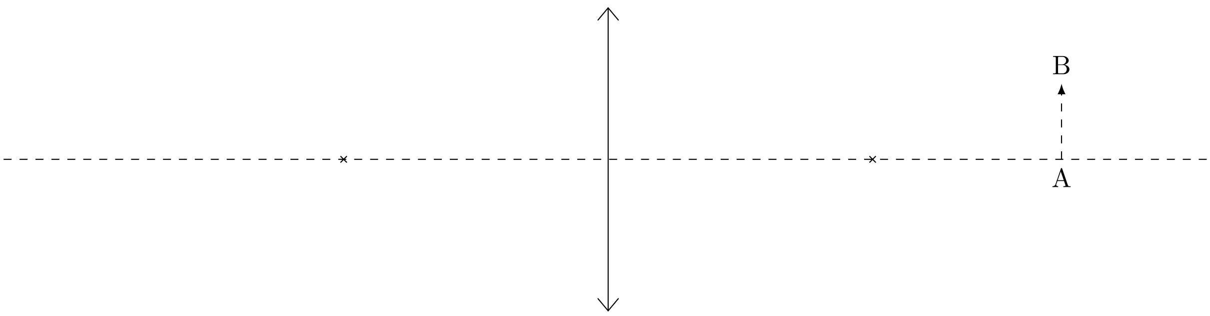
2.



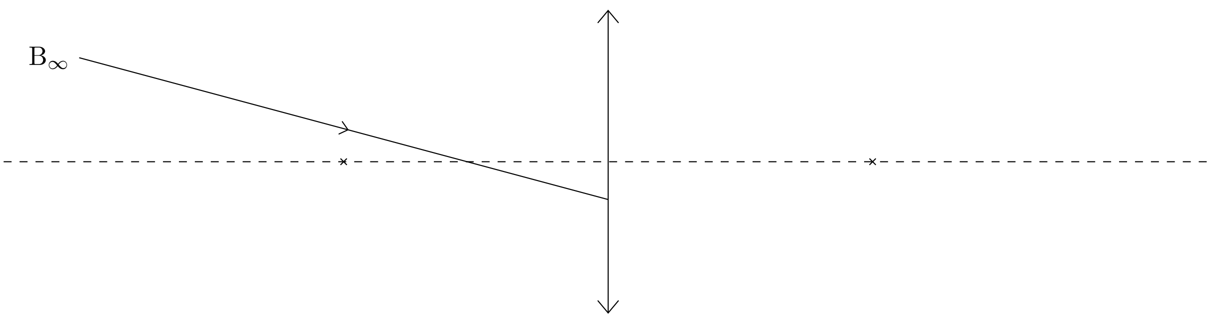
3.



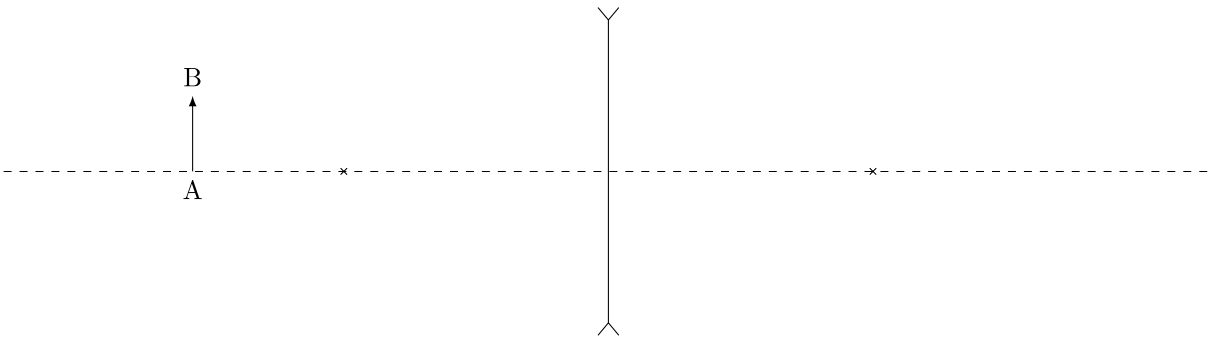
4.



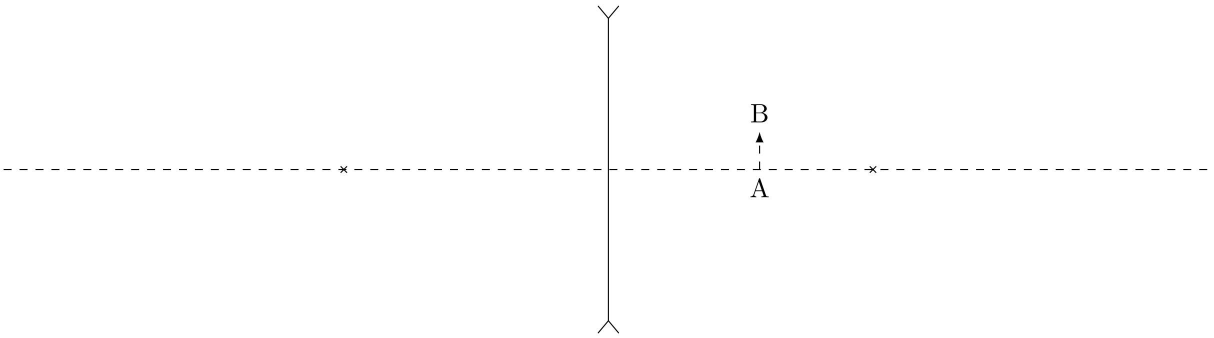
5.



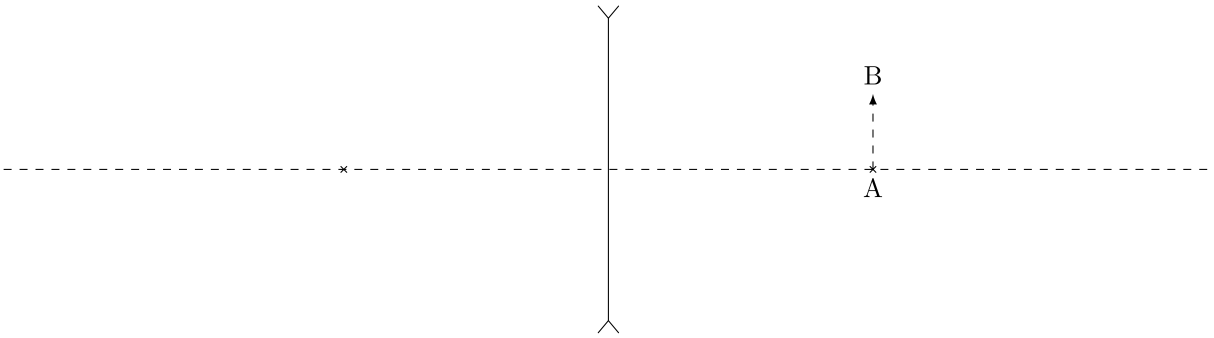
6.



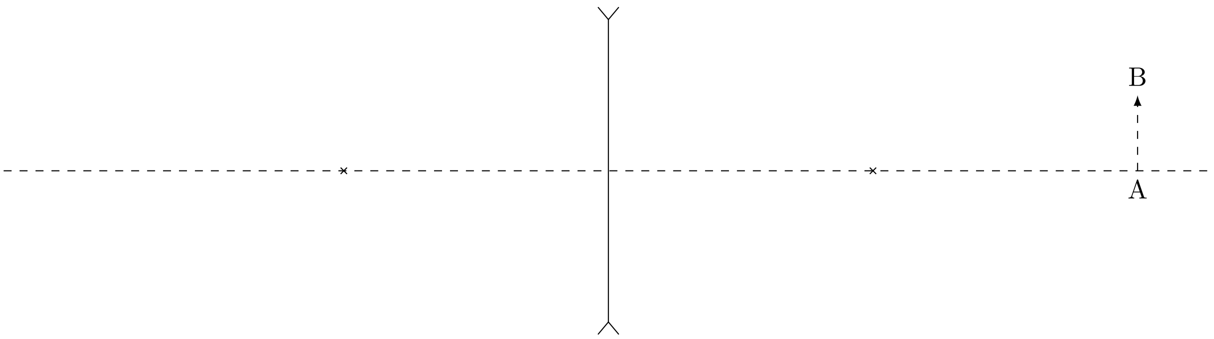
7.



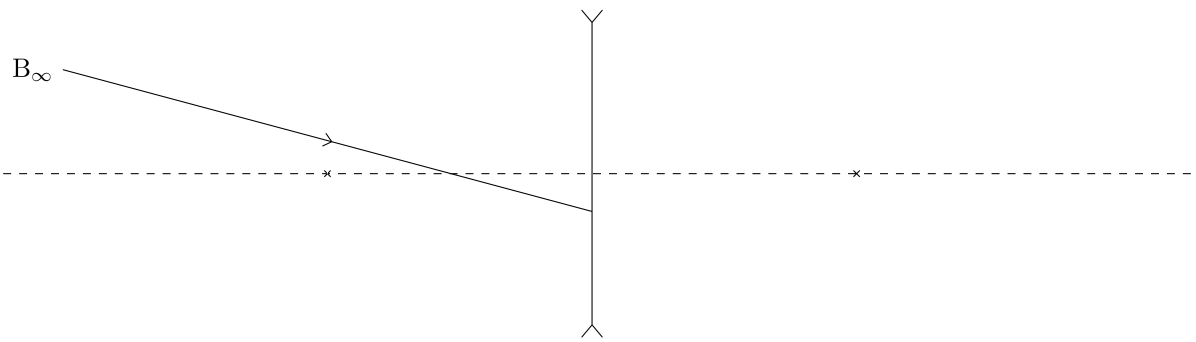
8.



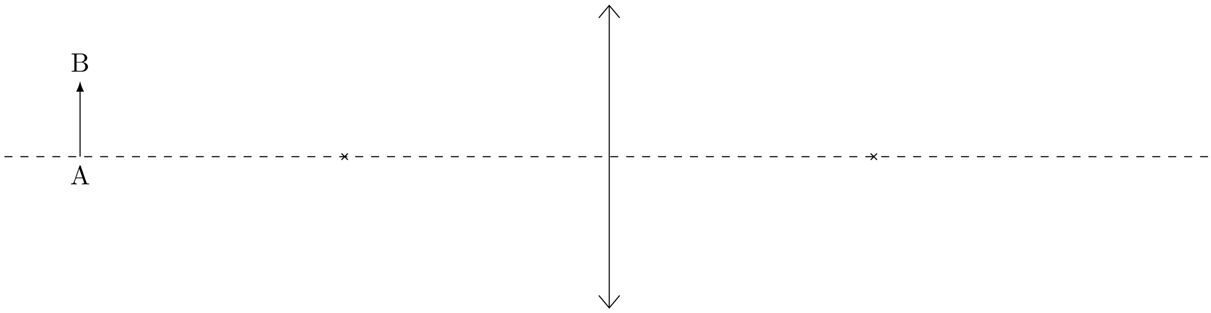
9.



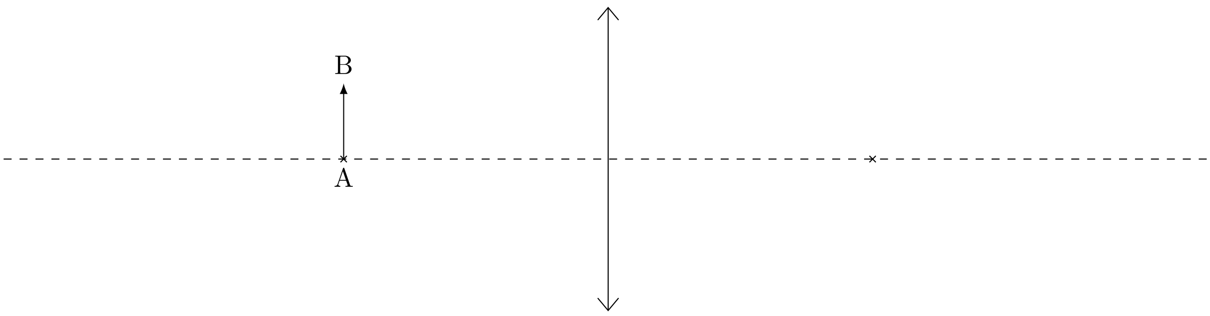
10.



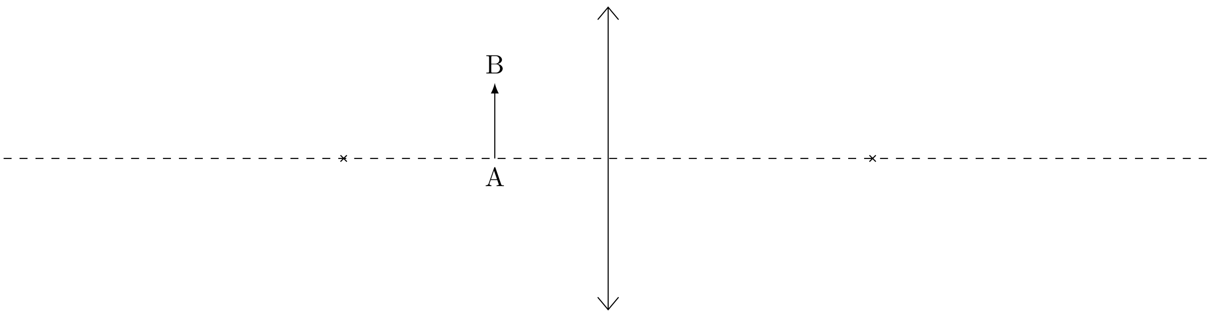
1.



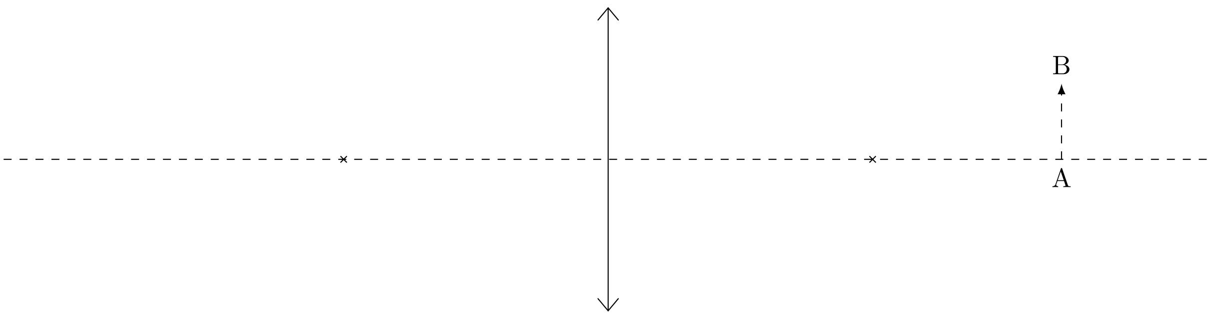
2.



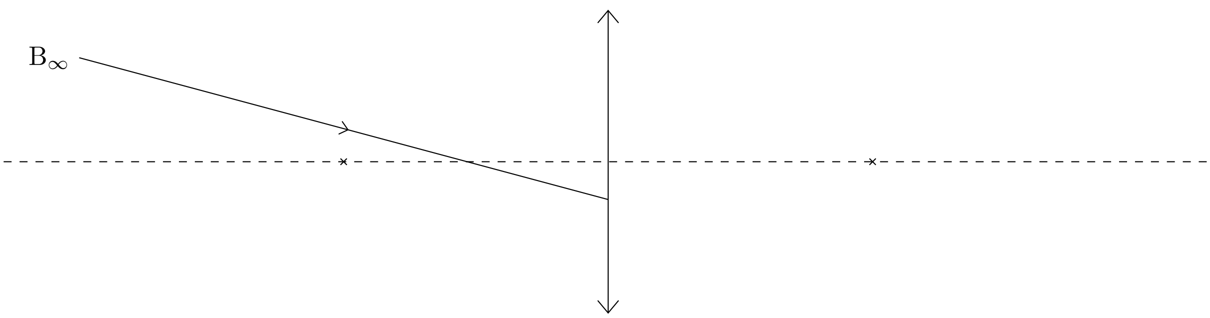
3.



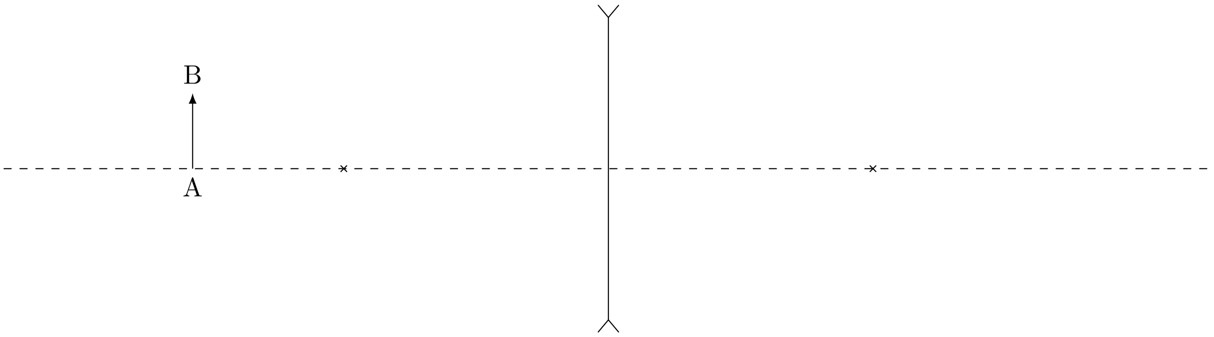
4.



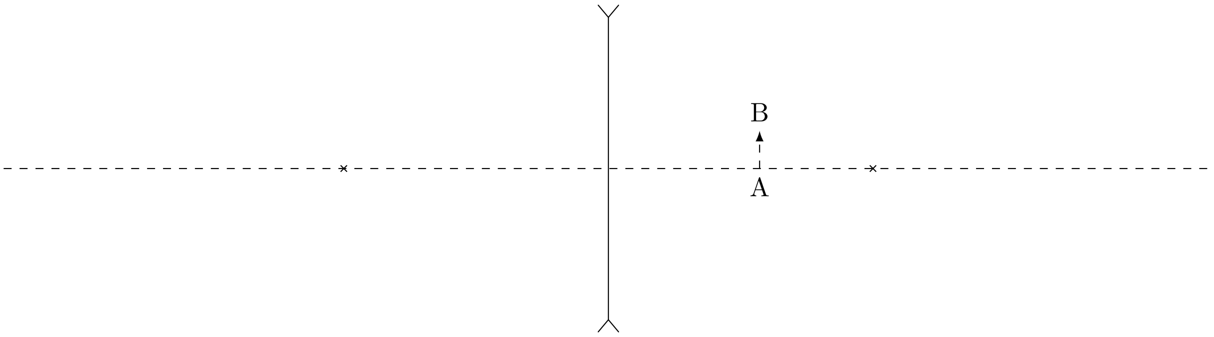
5.



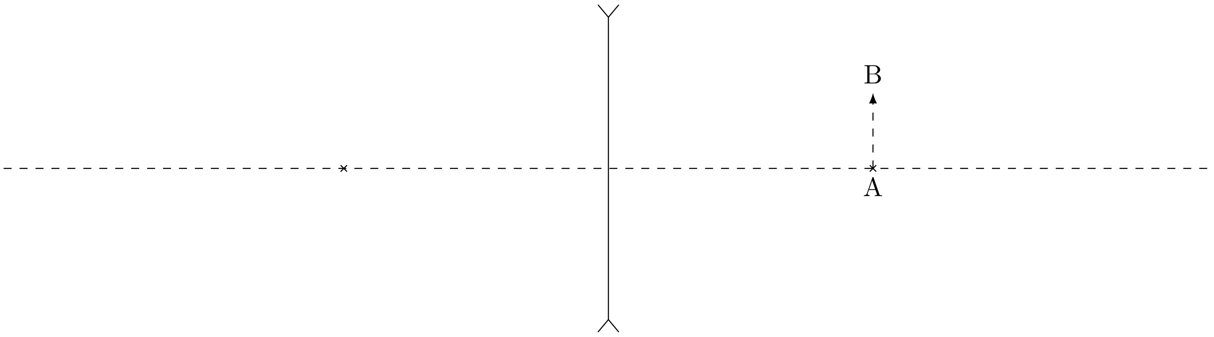
6.



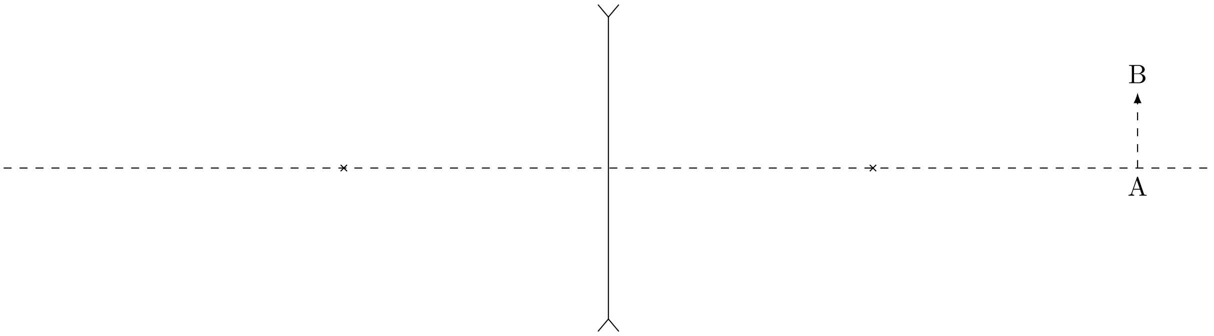
7.



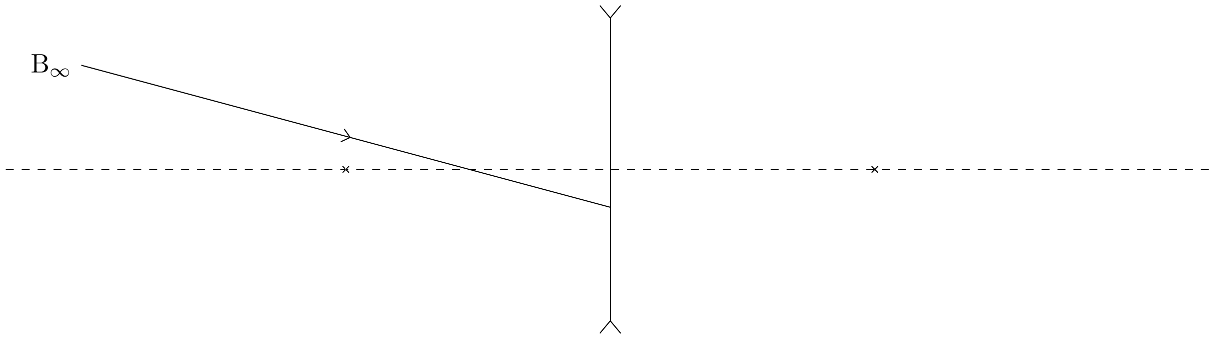
8.



9.

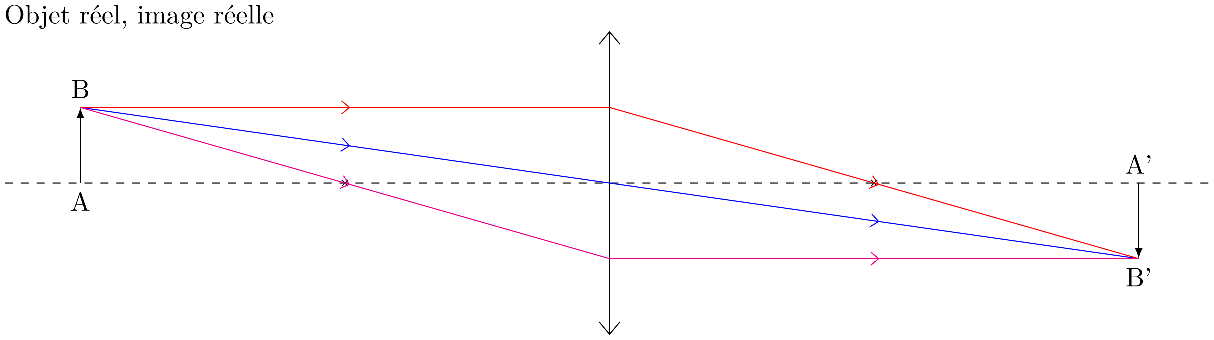


10.

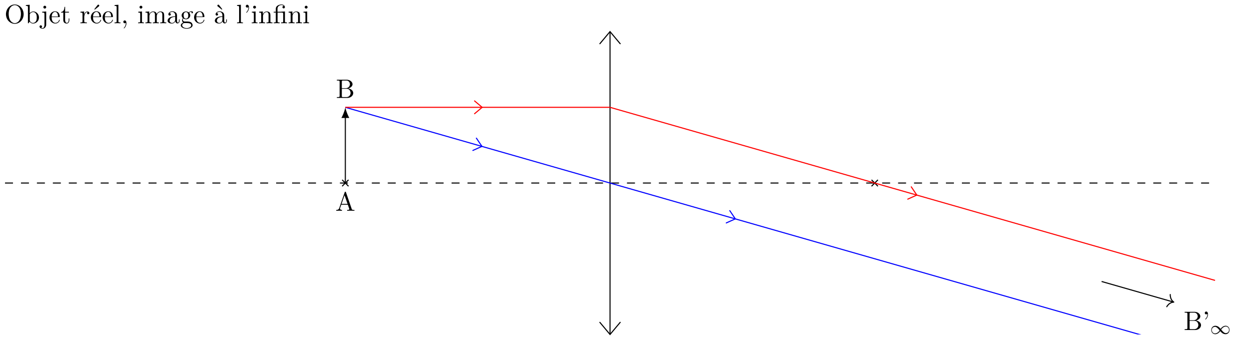


Constructions d'images par une lentille :

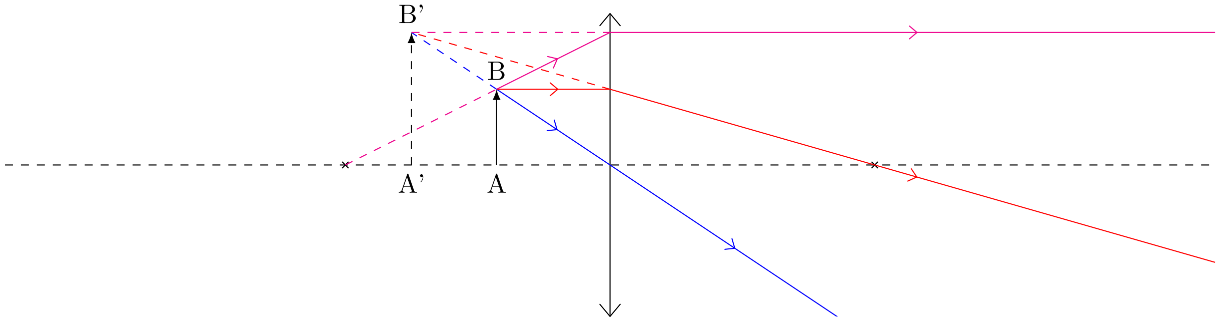
1. Objet réel, image réelle



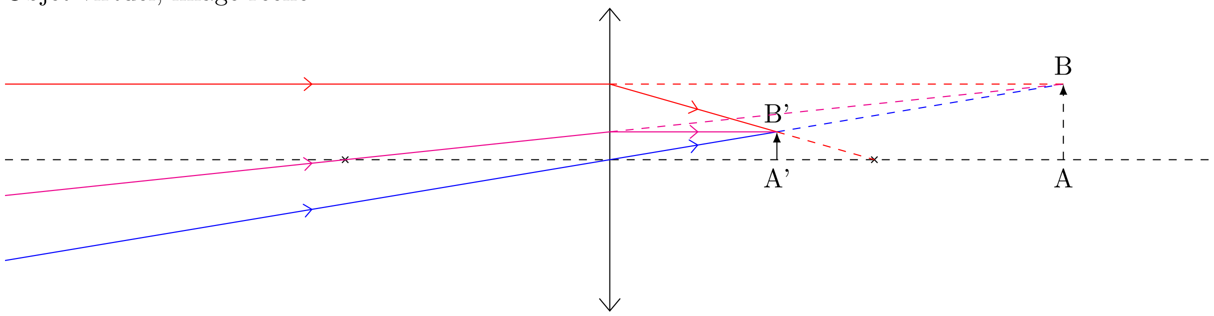
2. Objet réel, image à l'infini



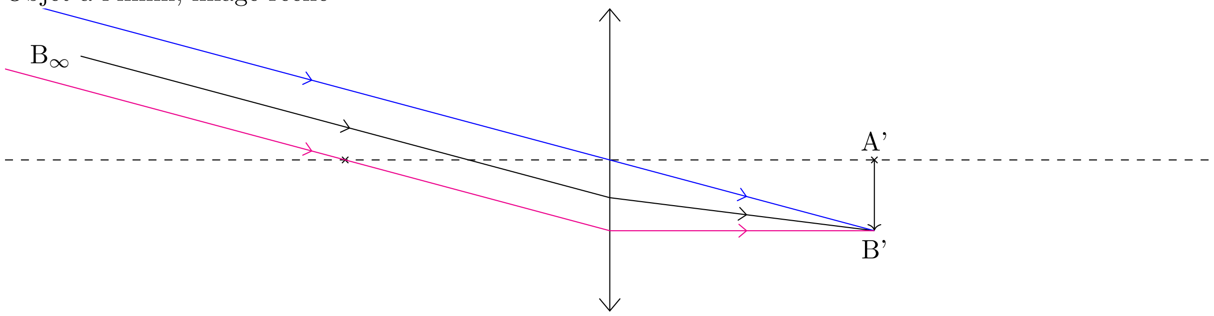
3. Objet réel, image virtuelle



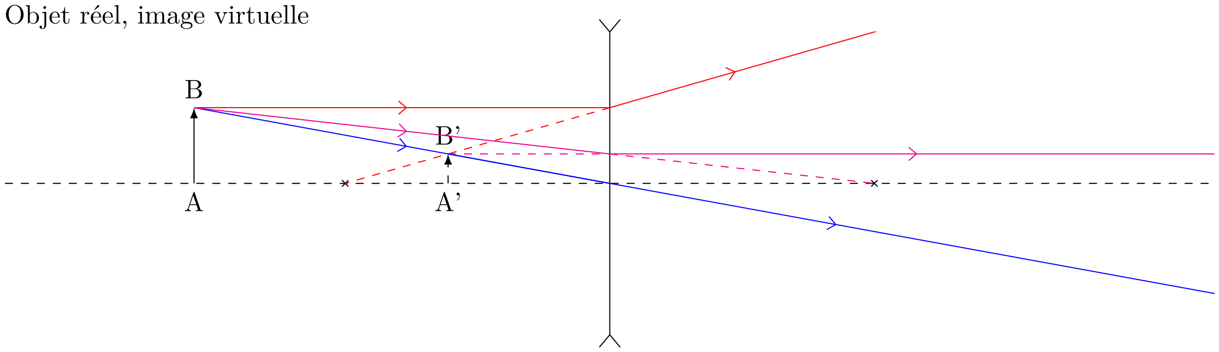
4. Objet virtuel, image réelle



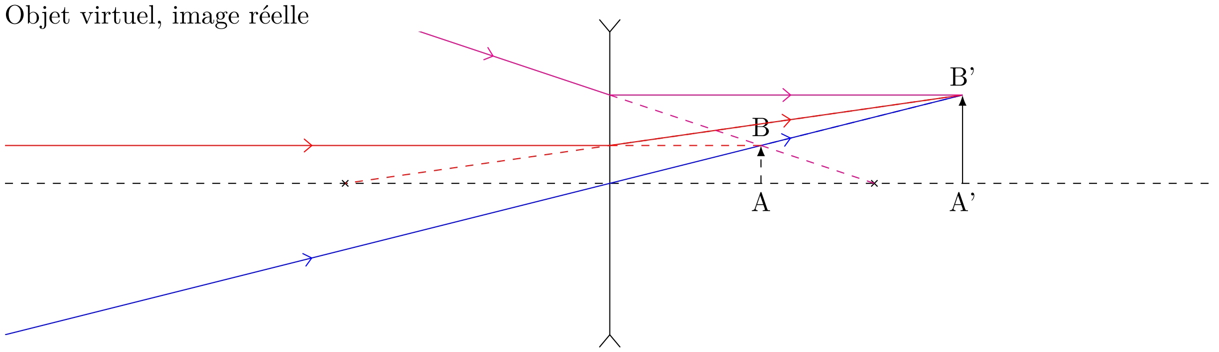
5. Objet à l'infini, image réelle



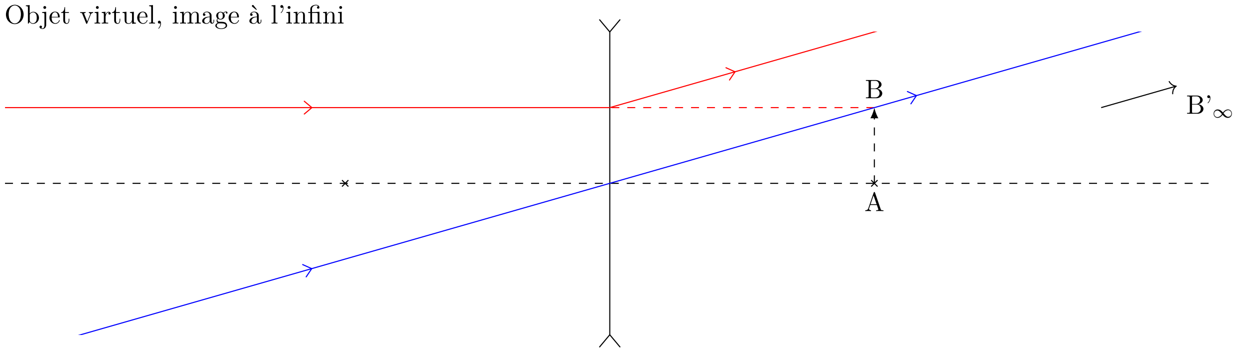
6. Objet réel, image virtuelle



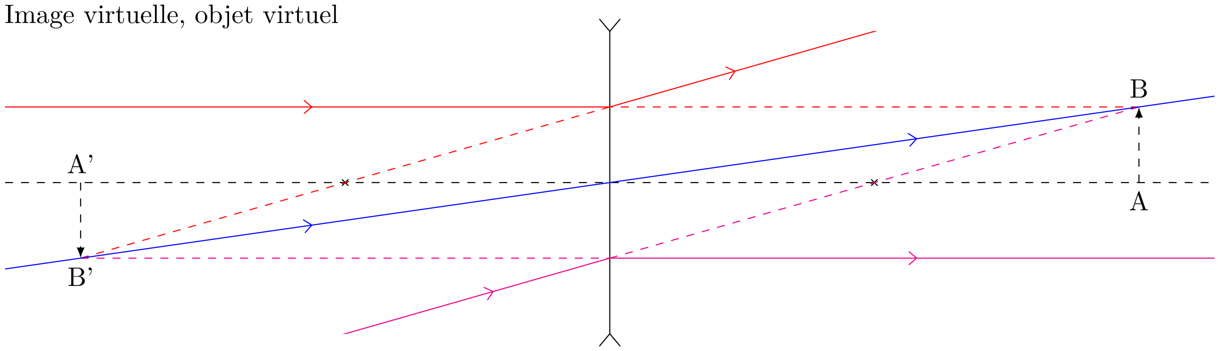
7. Objet virtuel, image réelle



8. Objet virtuel, image à l'infini



9. Image virtuelle, objet virtuel



10. Objet à l'infini, image virtuelle