DS 02 Électricité et régimes transitoires

Lycée Louis Thuillier - Physique-Chimie - PCSIB

Travail demandé

Le devoir dure 3h.

Les différentes parties peuvent se traiter indépendamment les unes des autres.
Ayez confiance en vous, vous savez faire plein de choses ! Prenez votre temps à chaque question pour expliquer votre démarche.

Rappel :
- Les erreurs d'homogénéité flagrantes seront sanctionnées. La réponse à une question prend **la forme d'une formule littérale encadrée ou soulignée**.
- L'application numérique si elle est demandée doit être réalisée ensuite. **On fera attention aux chiffres significatifs !**

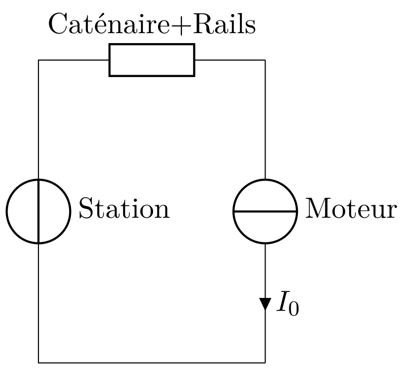
La calculatrice est autorisée. Bon courage !

Alimentation d'un train

Dans un circuit ferroviaire, les caténaires et les rails servent de fils conducteurs. Néanmoins, du fait de la longueur des lignes de trains, leur résistance doit être prise en compte. On modélise l'ensemble Caténaire+Rails par une résistance R.

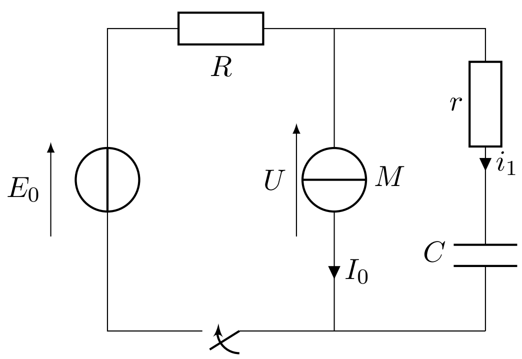
Une locomotive est alimentée par une station placée en début de ligne. L'alimentation est modélisée par un générateur de tension idéal E_0.

La motrice M (moteur de la locomotive) est branchée entre les rails et le caténaire. Pour fonctionner de façon optimale, elle doit être alimentée par un courant constant I_0. On la représente alors par un générateur de courant continu.



Démarrage du train

Il arrive parfois qu'à cause des soubresauts du train la liaison avec le caténaire et donc le générateur de tension soit coupée.



Pour que le moteur puisse continuer à fonctionner, on branche en parallèle de ce dernier une batterie qui, une fois chargée, permettra d'alimenter le moteur pendant la perte de contact.

La batterie sera modélisée par un condensateur idéal C branché en série avec une résistance r. Le condensateur C est initialement déchargé.

Données : $E_0 = 1,5\text{kV}$; $R = 50\Omega$; $r = 10\Omega$; $I_0 = 3\text{A}$; $C = 200\text{mF}$

On s'intéresse dans une première partie au temps de mise en route du moteur.

1. Montrer que la tension U est solution de l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} + \frac{U}{(R+r)C} = \frac{E}{(R+r)C} - R\frac{I_0}{(R+r)C}$$

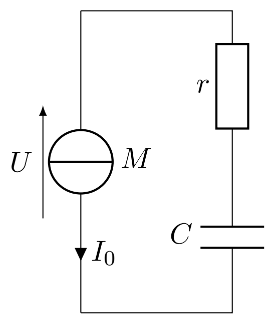
2. Donner le temps caractéristique τ du circuit. Faire l'application numérique.
3. Montrer que $U(0^+) = \frac{r}{R+r}(E_0 - RI_0)$
4. Montrer que :

$$U(t) = (E_0 - RI_0)\left(1 - \frac{R}{R+r}e^{-t/\tau}\right)$$

5. Donner la valeur U_∞ de U aux temps longs.
6. Le moteur démarre lorsque la tension U vaut la moitié de sa valeur finale U_∞. Donner le temps T de démarrage du moteur. Faire l'application numérique.
7. Montrer que la tension finale aux bornes du condensateur vaut $u_{C,\infty} = E_0 - RI_0$.
8. En déduire l'énergie $\mathcal{E}_C$ stockée dans le condensateur. Faire l'application numérique.

Cette énergie servira à alimenter le générateur en cas de perte de contact.

Alimentation du moteur lors de la perte de contact



A cause d'une aspérité dans les voie, le train perd momentanément le contact avec le caténaire et donc l'alimentation.
Le circuit est alors celui ci-contre et c'est au condensateur d'assurer l'alimentation du moteur M.

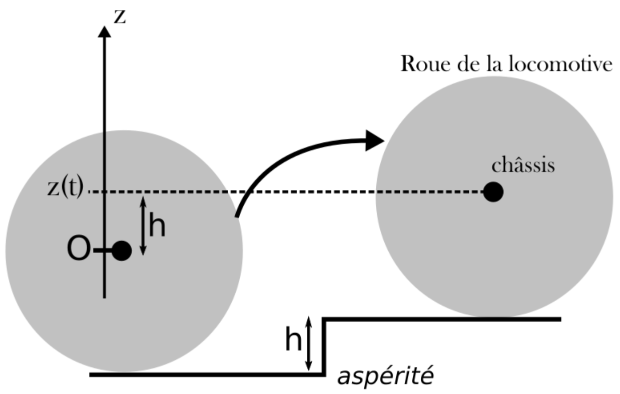
On choisit comme nouvelle origine des temps le moment où la perte de contact a lieu. Le condensateur étant alors chargé à la tension $u_{C,\infty}$ précédente.

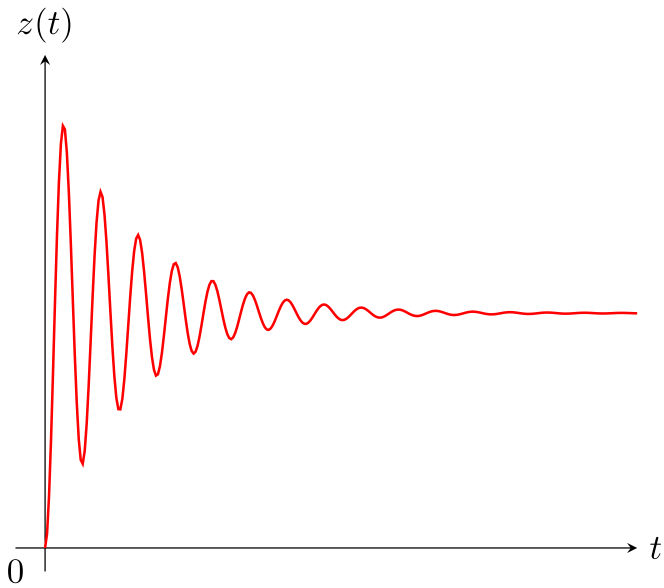
9. Justifier rapidement pourquoi la totalité de l'énergie stockée dans le condensateur ne va pas servir à alimenter le moteur.
10. Montrer que $U(t) = E_0 - (R+r)I_0 - \frac{I_0}{C}t$.
Rappel : si $\dot{X} = -\alpha$ alors $X(t) = -\alpha t + A$ avec A une constante d'intégration.
11. Calculer la puissance reçue par le moteur au cours du temps et donner l'instant Δt où cette puissance reçue est nulle. Faire l'application numérique.
12. Lorsque la puissance reçue par le moteur est nulle, il s'arrête. Au regard de la valeur de Δt précédente, le dispositif semble-t-il satisfaisant pour alimenter le moteur en cas de perte de contact ?
13. Estimer l'énergie dissipée par effet Joule entre $t = 0$ et Δt. Faire l'application numérique.
14. En déduire l'énergie reçue par le moteur. Quel pourcentage de l'énergie initialement stockée dans le condensateur cela représente-t-il ?

Gestion des suspensions

Aucune application numérique n'est demandé dans cette partie. Aucune connaissance sur la mécanique, les amortisseurs ou autres composants ne sont nécessaire pour cet exercice

Lorsque le train roule sur une aspérité des voies, le châssis de la locomotive doit s'adapter : il doit s'élever d'une hauteur h égale à la hauteur de l'aspérité.





Échelle horizontale : $1cm \leftrightarrow 0,5$s

On mesure l'élévation z du châssis de la roue au cours du temps. Un système de suspension permet de faire la transition entre les deux positions "en douceur".

Les suspension sont constituées de deux composants : un ressort de raideur k et un système d'amortisseur hydraulique, de coefficient de frottement α.
L'équation différentielle régissant l'évolution de la position z du châssis au cours du temps est la suivante :

$$m\ddot{z} = -\alpha\dot{z} - k(z-h)$$

avec m la masse de la locomotive. Initialement, la position du châssis est $z(0) = 0$. On mesure une vitesse initiale $\dot{z}(0) = v_0$.

1. Donner le facteur de qualité Q ainsi que la pulsation propre ω_0 du système en fonction de α, k et m.
2. Au vu du graphe de z, quel régime observe-t-on ? Donner l'expression de z au cours du temps.
3. Donner une estimation de Q à l'aide du graphe. Quelle simplification peut-on alors réaliser ?
4. A l'aide de la mesure de la pseudo-période T, estimer ω_0.
5. Montrer que l'amplitude des oscillations décroît exponentiellement au cours du temps.
6. Donner une estimation de la valeur maximale de z.
7. Au bout de combien de temps les oscillations du châssis disparaissent-elles ?

   Le coefficient α représente l'action d'un amortisseur hydraulique qui freine les oscillations du système. Un amortisseur hydraulique est constitué d'un piston se déplaçant dans un fluide visqueux. En modifiant le fluide dans le piston, on peut jouer sur la valeur du coefficient α.

8. Si on ne met pas d'amortisseur ($\alpha = 0$), quel serait le mouvement du châssis ?
9. Toujours sans amortisseur, quelle serait l'amplitude des oscillations du châssis ?
10. Justifier pourquoi il est préférable de supprimer les oscillations.
11. Pour quelle valeur critique α_c de α surprime-t-on les oscillations ? On exprimera α_c en fonction de k et m.
12. On se place dans un cas où il n'y a plus d'oscillation. Donner l'expression de $z(t)$.