DS 06 Thermodynamique

Lycée Louis Thuillier - Physique-Chimie - PCSIB

Travail demandé

Le devoir dure 3h.
La copie doit être propre, lisible, sans faute d'orthographe (*pas trop*). Les pages doivent être numérotées et **les résultats soulignés ou encadrés**. Un résultat donné sans justification, à moins que l'énoncé le précise, est considéré comme faux. Le devoir comporte 3 exercices indépendants.

Ayez confiance en vous, vous savez faire plein de choses ! Prenez votre temps à chaque question pour expliquer votre démarche.
La calculatrice est autorisée. Bon courage !

Moteur à air

On étudie dans ce problème les différentes transformations thermodynamique que subit $m_a = 10\text{g}$ d'air, assimilable à un gaz parfait, au sein d'un moteur thermique d'une voiture à essence. L'air se trouve dans un piston fermé et réalise un cycle thermodynamique à quatre temps $A \to B \to C \to D \to A$ ainsi décrit :

- ▷ depuis un état A ($T_A = T_f; V_A; P_A = P_0$), l'air subit une transformation **isotherme** jusqu'à un état B ($T_B; V_B; P_B = P_1$)
- ▷ un échauffement **isobare** au contact du thermostat T_{ch} de l'état B jusqu'à l'état C ($T_C = T_{ch}, V_C, P_C$).
- ▷ un détente **adiabatique réversible** jusqu'à l'état D.
- ▷ on retourne à l'état A par un refroidissement **isobare** au contact du thermostat T_f.

Données :
- ▷ *Rapport de capacités thermiques de l'air :* $\gamma = 1,4$
- ▷ *Constante des gaz parfaits :* $R = 8,32 J.K^{-1}.mol^{-1}$
- ▷ *Masse molaire de l'air :* M_a *= 29 g.mol*$^{-1}$
- ▷ *Température de la source froide :* $T_f = 290K$
- ▷ *Température de la source chaude :* $T_{ch} = 950K$
- ▷ *Pression basse :* $P_0 = 1,0\ 10^5 Pa$
- ▷ *Pression haute :* $P_1 = 1,0\ 10^6 Pa$

Étude du cycle théorique

1. En modélisant un l'air comme un gaz diatomique, justifier la valeur de γ.
2. Exprimer littéralement les volumes V_A, V_B et V_C. Faire les applications numériques.
3. Montrer que la température T_D est égale à : $\left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{(1-\gamma)/\gamma} T_{ch}$. En déduire le volume V_D. Faire les applications numériques.
4. Représenter sur un diagramme de Clapeyron les états A, B, C et D ainsi que les transformations thermodynamiques.
5. Lors de la transformation $B \to C$, le système est en contact avec le thermostat chaud. Exprimer le transfert thermique avec la source chaude Q_{ch} échangée lors de la transformation $B \to C$.
   Faire l'application numérique et commenter le signe du résultat.
6. On note Q_f la somme des transferts thermiques lors des autres transformations,

$$Q_f = Q_{A\to B} + Q_{C\to D} + Q_{D\to A}.$$

En calculant chacun des transferts thermiques, montrer que :

$$Q_f = \frac{\gamma m_a R}{M_a(\gamma - 1)} \left(T_f - T_{ch} \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{(1-\gamma)/\gamma} \right) - nRT_f \ln \frac{P_1}{P_0}$$

Faire l'application numérique.

7. En appliquant le Premier Principe sur l'ensemble du cycle, exprimer le travail total reçu par le système sur l'ensemble du cycle. Faire l'application numérique et commenter le signe du résultat.

Optimisation de la transformation $A \to B$

Dans toute cette partie, on cherche à optimiser le rendement du le moteur est jouant sur la transformation $A \to B$ mais **en conservant les mêmes états initial A et final B.**
On admettra que pour maximiser le rendement du moteur (*i.e.* son efficacité), il faut minimiser le travail $W_{A\to B}$.

8. Justifier pourquoi expérimentalement une transformation $A \to B$ isotherme n'est pas réalisable.

Transformation *(a)*

On réalise la transformation $A \to B$ par :
- ▷ une compression **adiabatique réversible** jusqu'à à la pression P_1
- ▷ puis une transformation **isobare** jusqu'à l'état B

On note (i) l'état d'équilibre entre les deux transformations, $P_{(i)} = P_1$.

9. Exprimer puis calculer la la température $T_{(i)}$ du système en sortie de la compression en fonction de T_f, P_0 et P_1.
10. Sur le diagramme de Clapeyron en annexe, représenter la transformation *(a)*. Justifier alors sans faire de calcul si le nouveau travail $W^{(a)}_{A\to B}$ est plus grand ou plus petit que l'ancien $W_{A\to B}$ (*cas isotherme*).
11. Exprimer $W_{A\to(i)}$, le travail reçu par le système dans le compresseur.
12. Exprimer $W_{(i)\to B}$, le travail reçu par le système dans la canalisation.
13. En déduire $W^{(a)}_{A\to B}$. Faire l'application numérique.

Transformation *(b)*

On s'intéressa dans cette partie à un compresseur à double étage :
- ▷ à partir de A, le gaz est comprimé de façon adiabatique et réversible jusqu'à une pression $P_x = xP_0$, avec $0 < x < P_1/P_0$. On note (i) l'état atteint par le gaz (température $T_{(i)}$ et volume $V_{(i)}$).
- ▷ à partir de (i), le fluide est mis en contact avec la source froide au travers d'un échangeur où il subit une transformation isobare. Il sort dans un état d'équilibre (ii)de température $T_{(ii)} = T_f$.
- ▷ à partir de (ii), le gaz est de nouveau comprimé de façon adiabatique et réversible jusqu'à la pression P_1. L'état d'équilibre est noté (iii) (température $T_{(iii)}$ et volume $V_{(iii)}$).
- ▷ le fluide subit alors une transformation isobare jusqu'à l'état B

14. Sur le diagramme de Clapeyron en annexe, représenter la transformation *(b)*. On précisera les états A, (i), (ii), (iii) et B.
15. Justifier alors que cette transformation permet d'optimiser le rendement par rapport à la précédente.

Cuisine à basse entropie

Pour ouvrir mon restaurant "A la bonne cuisine thermodynamique, cuisine entropique", il est nécessaire d'estimer la création d'entropie de chaque étape de la cuisson d'un plat. Ici on s'intéresse à la mise à ébullition d'un litre d'eau pour faire cuire des aliments.

On cherche à augmenter la température d'un litre d'eau liquide de $T_i = 20°\text{C}$ à $T_f = 100°\text{C}$ en le mettant au contact d'une plaque chauffante, modélisée comme un thermostat. On négligera tout autre transfert thermique, notamment avec l'atmosphère. On note c la capacité thermique massique de l'eau, $c = 4,2\text{kJ/K/kg}$.
On rappelle l'entropie d'un solide de masse m et de capacité thermique massique c :

$$S(T) = S(T^\circ) + mc\ln\frac{T}{T^\circ}, \quad \text{avec } T^\circ \text{ un température de référence}$$

1.(a) On utilise dans un premier temps une seule plaque chauffante de température $T_{th} = T_f$. Exprimer l'entropie créée S^c. Faire l'application numérique.

(b) En utilisant le résultat précédent, exprimer la température T_{th} nécessaire pour avoir une transformation réversible. Faire l'application numérique et commenter.

2. Afin de minimiser l'entropie créée, on va procéder par étape : l'eau initialement à T_i va être mise en contact successivement avec N thermostat de températures T_k. On attendra à chaque fois que la thermalisation se fasse.
On choisit les T_k telles que $T_k = T_i + \dfrac{T_f - T_i}{N}k$.

(a) Justifier sans calculs que la variation d'entropie totale est toujours $\Delta S = mc\ln\dfrac{T_f}{T_i}$.

(b) Montrer que l'entropie échangée lors d'une étape de chauffage de $T_k \to T_{k+1}$ est :

$$S_k^e = mc\frac{T_f - T_i}{N}\frac{1}{T_{k+1}}$$

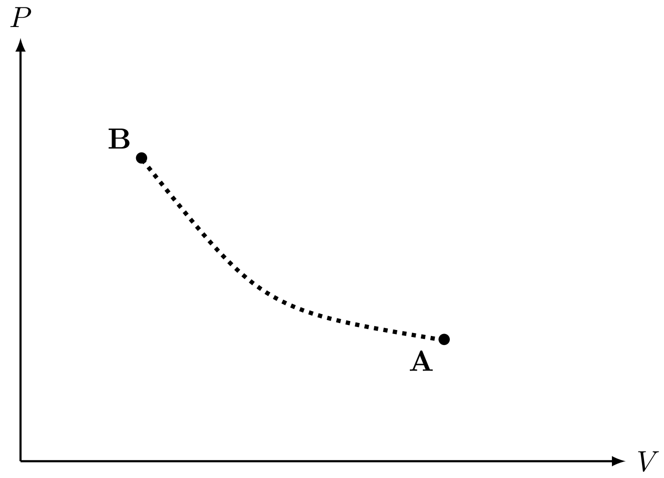
(c) Exprimer l'entropie créée au cours de la transformation $A \to B$ lorsqu'on réalise un nombre N d'étapes. On admettra (*merci Riemann*) que :

$$\lim_{N\to\infty}\sum_{k=1}^{N}\frac{T_f - T_i}{N}\frac{1}{T_{k+1}} = \int_{T_0}^{T_f}\frac{\mathrm{d}T}{T}$$

(d) Conclure sur la réversibilité du processus lorsqu'on fait une infinité d'étape. Discuter la faisabilité de cette méthode.

ANNEXE

Transformation *(a)*



Transformation *(b)*