

Force subie dans un fluide

1. $\triangleright [\rho] = M.L^{-3}$
 $\triangleright$ Une pression est une force sur une surface $[P] = [F]/[S] = MLT^{-2}/L^2 = ML^{-1}T^{-2}$ soit $[\eta] = ML^{-1}T^{-1}$

2. On passe l'expression en dimensions :

$$F = K \times \eta^\alpha \rho^\beta R^\gamma v^\delta \rightarrow MLT^{-2} = 1 \times (ML^{-1}T^{-1})^\alpha \times (M.L^{-3})^\beta \times L^\gamma \times (LT^{-1})^\delta$$

$$MLT^{-2} = M^{\alpha+\beta} L^{-\alpha-3\beta+\gamma+\delta} T^{-\alpha-\delta}$$

On trouve le système :

$$\begin{cases} \text{(pour } M) : 1 = \alpha + \beta \\ \text{(pour } L) : 1 = -\alpha - 3\beta + \gamma + \delta \\ \text{(pour } T) : -2 = -\alpha - \delta \end{cases}$$

$$\text{Soit : } \beta = 1 - \alpha; \delta = 2 - \alpha; \gamma = 2 - \alpha$$

3. $\triangleright$ pour $\alpha = 1$ on trouve : $\beta = 0$, $\delta = 1$ et $\gamma = 1$ soit $F = K\eta Rv$.
 $\triangleright$ pour $\alpha = 0$ on trouve : $\beta = 1$, $\delta = 2$ et $\gamma = 2$ soit $F = K\rho R^2 v^2$.
4. La dépendances des deux forces étudiées vis-à-vis de la vitesse est différentes. On tracera alors pour chaque cas :



On obtient une droite uniquement dans le cas de droite, la force est donc de la forme

$$F = K\rho R^2 v^2$$

Fibre à saut d'indice et fibre à gradient d'indice**Fibre optique à saut d'indice****Fibre optique droite**

1. Cf Annexe

2. Le rayon reste confiné dans le cœur si on observe une réflexion totale en I , l'angle d'incidence, noté r doit alors vérifier :

$$\sin r > \frac{n_g}{n_c}$$

3. $\triangleright$ **Snell-Descartes en O** : $n_a \sin \theta = n_c \sin i$

$\triangleright$ **Géométrie** : dans le triangle OIH , rectangle en H on a $i + r + \pi/2 = \pi/2$ soit $i = \pi/2 - r$.

$$\text{Donc : } \sin \theta = \frac{n_c}{n_a} \sin(\pi/2 - r) = \frac{n_c}{n_a} \cos r = \frac{n_c}{n_a} \sqrt{1 - \sin^2 r}$$

$$\text{Comme } \sin r > \frac{n_g}{n_c} \text{ alors } \sin \theta < \frac{n_c}{n_a} \sqrt{1 - \left(\frac{n_g}{n_c}\right)^2}$$

$$\sin \theta < \frac{1}{n_a} \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$$

4. **AN** : $\theta_L = 12^\circ$. Si $\theta > \theta_L$, une partie du rayon sera réfracté en I et donc une partie de l'énergie, *i.e.* l'intensité du signal, sera perdue dans la gaine.

5. On cherche la longueur $d = 2OH$ dans le triangle OIH via le côté $IH = r_c$. On trouve :

$$\tan i = \frac{r_c}{d} \Rightarrow d = 2 \frac{r_c}{\tan i} = 2r_c \frac{\sqrt{1 - \sin^2 i}}{\sin i}$$

Avec **SD** en I on trouve $\sin i = \frac{n_a}{n_c} \sin \theta_0$ et donc :

$$d = 2r_c \frac{\sqrt{n_c^2 - n_a^2 \sin^2 \theta_0}}{n_a \sin \theta_0}$$

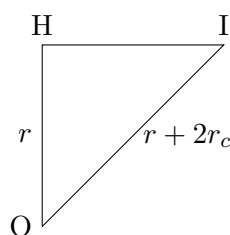
6. Le nombre N de réflexions est le rapport $N = L/2d = 100$. A chaque réflexion on ne conserve que $(1 - T)\%$ de l'intensité du signal. A la fin de la fibre on obtient alors $(1 - T)^N\%$ soit 36%.

Tordre une fibre optique

7. Cf *Annexe*

8. Le rayon est entièrement réfléchi en K si son angle d'incidence i est supérieur à l'angle d'incidence limite $\sin i > n_g/n_c$.

Dans le triangle OIH on trouve :



$$\sin i = \frac{r}{2r_c + r}$$

Pour avoir une **RT** :

$$\frac{r}{2r_c + r} > \frac{n_g}{n_c}$$

Finalement on trouve : $r > \frac{2n_g}{n_c - n_g} r_c$.

9. **AN** $r_{\min} = 20\text{cm}$, il est possible de tordre une fibre optique sans gêner le transfert de la lumière mais cela a ses limites. Par exemple, pour faire faire un demi-tour à la fibre optique, il faut prévoir au minimum 40cm (~ 2 fois le rayon).

Fibre à gradient d'indice

10. C'est un milieu hétérogène (ou non-homogène), comme on peut en trouver lorsque la température varie dans l'air ou une concentration en soluté dans un liquide.
11. On applique la relation de Snell-Descartes au niveau du point O , en remarquant que i_0 est l'angle complémentaire de l'angle de réfraction $r = \pi/2 - i_0$:

$$n_a \sin \theta = n[y = 0] \sin r = n[y = 0] \sin(\pi/2 - i_0) \text{ soit } \cos i_0 = \frac{n_a}{n_c} \sin \theta$$

On trouve alors $\sqrt{1 - \sin^2 i_0} = \frac{n_a}{n_c} \sin \theta$ donc :

$$\sin i_0 = \sqrt{1 - \frac{n_a^2}{n_c^2} \sin^2 \theta}$$

12. On applique la relation de Snell-Descartes au niveau du dioptre séparant n_j et n_{j+1} : $n_j \sin i_j = n_{j+1} \sin i_{j+1}$
13. Comme entre deux dioptries successifs, la quantité $n_j \sin i_j$ est constante, quelque soit l'endroit de la fibre où le rayon passe on pourra toujours remonter par succession de dioptrie jusqu'à l'altitude $y = 0$. Donc, quelque soit y : $n[y] \sin i[y] = n_c \sin i_0$
14. Au niveau des point A_n , le rayon a une incidence "horizontale" donc $i = \pi/2$. On a donc $n[y = \delta] \sin \pi/2 = n_c \sin i_0$ d'où $n[y = \delta] = n_c \sin i_0$.
15. En remplaçant l'indice optique par son expression on a :

$$n_c - (n_c - n_g) \frac{\delta^2}{r_c^2} = n_c \sin i_0 \Rightarrow -\frac{\delta^2}{r_c^2} = \frac{\sin i_0 - 1}{n_c - n_g} n_c \Rightarrow \delta = \sqrt{\frac{1 - \sin i_0}{n_c - n_g}} n_c \times r_c$$

16. Pour que la lumière reste confinée dans la fibre, il faut que $\delta < r_c$ ($\sim$ on touche pas les bords).

17. Donc :

$$\sqrt{\frac{1 - \sin i_0}{n_c - n_g}} n_c r_c < r_c \Rightarrow \frac{1 - \sin i_0}{n_c - n_g} n_c < 1 \Rightarrow \sin i_0 > 1 - \frac{n_c - n_g}{n_c}$$

On remplace $\sin i_0$:

$$\sqrt{1 - \frac{n_a^2}{n_c^2} \sin^2 \theta} > 1 - \frac{n_c - n_g}{n_c} \Rightarrow \sin \theta < \frac{n_c}{n_a} \sqrt{1 - \frac{n_c - n_g}{n_c}}$$

Soit $\sin \theta < \frac{1}{n_a} \sqrt{n_g n_c}$.

ANNEXE

NOM prénom :

