

# Entraînement

# Equation différentielle

Lycée Louis Thuillier - Physique - PCSIB

1.

▷ Loi  $u - i$  :

$$u_r = rI_0 ; I_0 = C \frac{du_C}{dt}$$

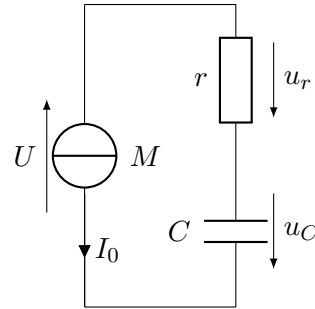
▷ Loi élec :

$$U + u_r + u_C = 0$$

On part de la loi des mailles :  $U + RI_0 + u_C = 0$ .

**Astuce** : pour remplacer  $u_C$  il nous faut sa dérivée (dans la loi du C) donc ... ON DERIVE

$$\frac{dU}{dt} + 0 + \frac{du_C}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dU}{dt} = -I_0/C$$



2.

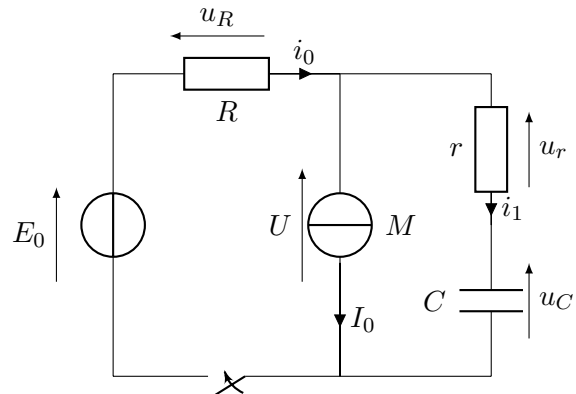
▷ Loi  $u - i$  :

$$u_R = Ri_0 ; u_r = ri_1 ; i_1 = C \frac{du_C}{dt}$$

▷ Loi élec :

$$E_0 = u_R + U \text{ et } U = u_r + u_C$$

$$i_0 = I_0 + i_1$$



On part de la 1ere loi des mailles :

$$E_0 = Ri_0 + U \Rightarrow E_0 = R(I_0 + i_1) + U \Rightarrow E_0 = RI_0 + RC \underbrace{\frac{du_C}{dt}}_{u_C = U - ri_1} + U$$

$$\text{On a : } E_0 = RI_0 + RC \frac{dU}{dt} - RrC \frac{di_1}{dt} + U.$$

A ce moment là on a tout utiliser : pour s'en sortir, deux méthodes.

▷ **Méthode 1** : on va utiliser une équation qu'on a déjà trouvé pour simplifier  $i_1$ . Ici en utilisant la seconde équation de notre chaîne on a :

$$i_1 = \frac{E_0 - U}{R} - I_0 \Rightarrow \frac{di_1}{dt} = -\frac{1}{R} \frac{dU}{dt}$$

Finalement on trouve :

$$E_0 = RI_0 + RC \frac{dU}{dt} + rC \frac{dU}{dt} + U \Rightarrow \frac{dU}{dt} + \frac{U}{(R+r)C} = \frac{E}{(R+r)C} - R \frac{I_0}{(R+r)C}$$

▷ **Méthode 2** : on est mal parti, on recommence mais en partant d'une autre loi des mailles

$$U = ri_1 + u_C \text{ on dérive (cf premier exemple) pour avoir } \frac{dU}{dt} = r \frac{di_1}{dt} + \frac{i_1}{C}$$

Comme  $I_0$  est constant :

$$\Rightarrow \frac{dU}{dt} = r \frac{d}{dt} [i_0 - I_0] + \frac{i_0 - I_0}{C} \Rightarrow \frac{dU}{dt} = r \frac{di_0}{dt} + \frac{i_0}{C} - \frac{I_0}{C}$$

Comme  $i_0 = \frac{u_R}{R} = \frac{E_0 - U}{R}$  on trouve :

$$\frac{dU}{dt} = r \frac{d}{dt} \left[ \frac{E_0 - U}{R} \right] + \frac{E_0 - U}{RC} - \frac{I_0}{C} \Rightarrow \frac{dU}{dt} + \frac{U}{(R+r)C} = \frac{E}{(R+r)C} - R \frac{I_0}{(R+r)C}$$

3. A chaque fois, le générateur de courant est en convention récepteur : on calculera alors avec  $UI_0$  la puissance reçue par le moteur qui sera, a priori, positive.