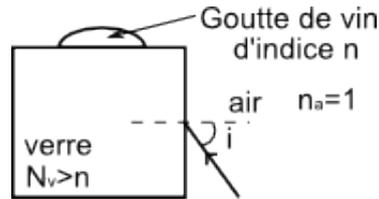


Exercice 1 Principe d'un réfractomètre

Les viticulteurs ont besoin de connaître de façon précise, le taux de sucre présent dans le raisin qu'ils vendangent. L'indice de réfraction du jus de fruit dépend du taux de sucre qu'il contient. Le montage suivant illustre le principe du réfractomètre utilisé.



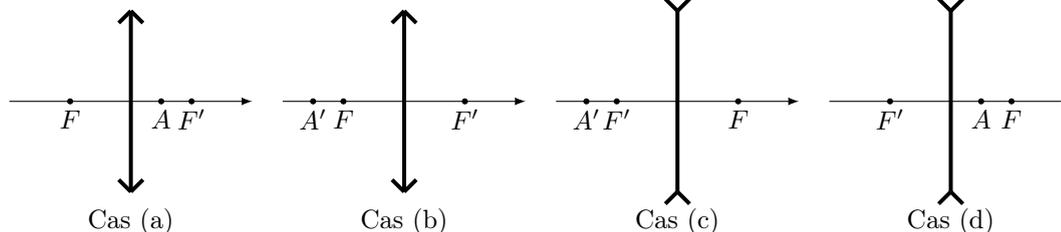
Une goutte de jus de raisin d'indice n inconnu est déposée sur un bloc de verre transparent d'indice $N_v = 1,607$ ($N_v > n$). L'ensemble est éclairé par un faisceau de lumière parallèle qui tombe sur la face d'entrée du cube sous une incidence ajustable i entre 0 et $\frac{\pi}{2}$.

- Dessiner le trajet du rayon lumineux dans le cas où le rayon est réfracté dans le liquide. Dans ce cas, la goutte de vin apparaît particulièrement lumineuse.
- On constate que la goutte de vin n'est lumineuse que lorsque $i > i_{lim}$. Exprimer i_{lim} en fonction de N_v et n .
- Calculer l'indice de réfraction du vin pour $i_{lim} = 47,81^\circ$.

Exercice 2 Jeu de construction

Les figures ci-dessous présentent chacune un dispositif constitué d'une lentille convergente ou divergente et un point objet A ou son image A' sur l'axe optique.

La direction de la lumière incidente est orientée comme l'axe optique de la gauche vers la droite.



- Déterminer graphiquement dans chaque cas la position de l'objet A ou son image A' par la lentille mince.
- Préciser dans chaque cas la nature réelle ou virtuelle de A et A' .

Exercice 3 Instabilité de flambage d'une lame

Nous nous proposons de définir les conditions d'apparition du fléchissement d'une lame élastique souple, érigée en position verticale, sous l'action de son propre poids. Ce phénomène est une instabilité dite de flambage.

A Caractérisation du comportement élastique du matériau

Nous considérons un barreau homogène de longueur a lorsqu'il n'est soumis à aucune force, et de section droite S . Sous l'action de deux forces $(-\vec{F}, +\vec{F})$ appliquées à ses extrémités, selon son axe (Δ) de vecteur unitaire \vec{e}_Δ , sa longueur s'accroît (algébriquement) de u , comme le représente la figure (1).

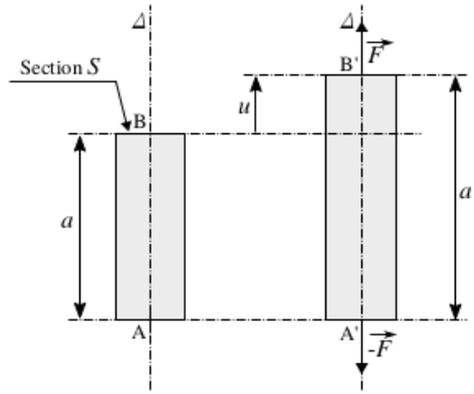


Figure 1 - Allongement (algébrique) u d'un barreau (a, S) soumis à deux efforts axiaux $(-\vec{F}, +\vec{F})$.
Les points A et A' ont été ramenés dans le même plan perpendiculaire à l'axe (Δ) .

Dans l'approximation linéaire lorsque $|u| \ll a$, l'élongation u et la composante F de la force $\vec{F} = F\vec{e}_\Delta$ sont liées par la relation suivante appelée la loi de Hooke :

$$\frac{F}{S} = Y \frac{u}{a}$$

La constante réelle positive Y représente le module de Young du matériau constituant le barreau.

A.1 Déterminer la dimension du module d'Young ainsi que son unité SI.

A.2 Dans quelle unité usuelle peut-on exprimer Y ?

B Étude du flambage

La lame, de masse volumique uniforme ρ , se présente sous la forme d'un parallélépipède occupant le volume $[-b/2, +b/2] \times [-e/2, +e/2] \times [0, L]$, relativement au repère $\mathcal{R}(O, x, y, z)$, comme le représente la figure (2) (a) (lame non déformée). Elle n'est soumise qu'au champ de pesanteur $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ et à l'action de son support qui maintient sa base rigidement encastrée ($z \leq 0$). La figure (2) (b) représente l'allure de la lame déformée sous l'effet de la pesanteur ou d'éventuelles oscillations.

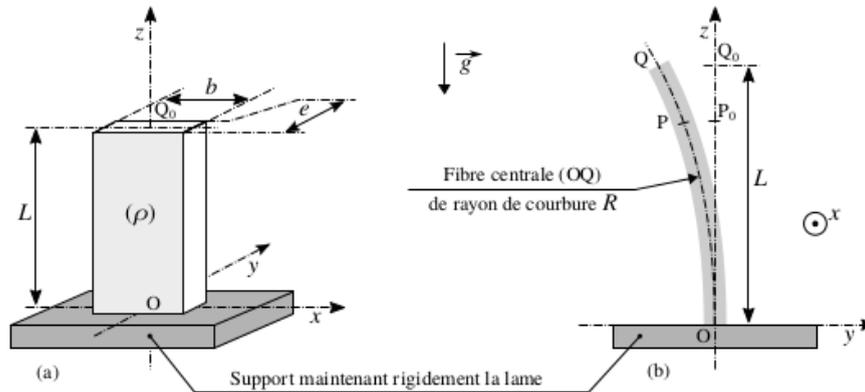


Figure 2 - (a) Géométrie de la lame mince non fléchie (c'est-à-dire dans sa situation de référence).
(b) La lame est déformée selon un arc de cercle de rayon R .

Ces deux figures ne sont pas représentées à la même échelle ni selon les mêmes proportions.

On note L_c la longueur critique de la lame, au-delà de laquelle sa configuration de référence devient instable.

On peut montrer que $\frac{L_c}{e}$ est fonction de Y, ρ, g et e tel que $\frac{L_c}{e} = kY^\alpha \rho^\beta g^\gamma e^\delta$ avec k une constante adimensionnée et α, β, γ et δ des coefficients à déterminer. Une étude énergétique permet de déterminer complètement cette relation mais nous allons tenter de le faire par analyse dimensionnelle.

B.1 Déterminer le système d'équations issues d'une analyse dimensionnelle. Peut-on résoudre ce système ?

B.2 Sachant que $\alpha = \frac{1}{3}$, déterminer β, γ et δ .

La figure (3) représente une expérience réalisée avec une bande de papier découpée dans une feuille A4, selon sa longueur. La longueur de la bande située au dessus de son point de maintien excède très légèrement la longueur critique L_c .

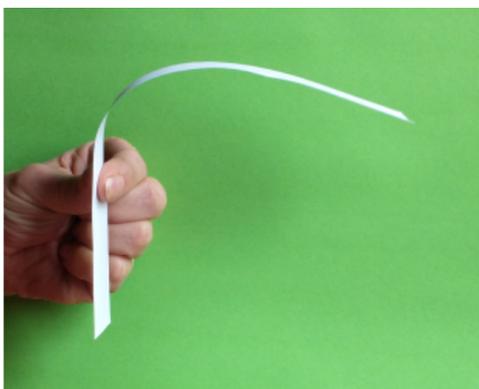


Figure 3 - Expérience réalisée avec une bande de papier.

B.3 Déterminer l'ordre de grandeur de la valeur du module de Young Y de la feuille sachant que $\frac{L_c}{e} = \left(\frac{2Y}{\rho g e}\right)^{1/3}$.

On donne $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$ et les caractéristiques de la feuille A4 : dimensions : $21,0 \text{ cm} \times 29,7 \text{ cm}$, épaisseur : $e \simeq 0,01 \text{ cm}$ et masse surfacique : $\sigma = 80 \text{ g m}^{-2}$.

Exercice 4 Communications optiques à la maison

On se propose d'étudier les principales installations de communication utilisant la lumière dans une maison : la télévision et sa télécommande et la connexion à internet par la fibre optique.

A Téléviseur et télécommande

Les couleurs d'une télévision sont codées en RVB.

A.1 Rappeler le principe du codage RVB. Donner les couleurs correspondant aux codages suivant en justifiant vos réponses : $(255, 0, 0)$; $(0, 0, 0)$; $(255, 255, 0)$; $(125, 125, 125)$. Calculer le nombre de couleurs différentes que peut générer un pixel de l'écran.

A.2 La couleur d'un objet est-elle une propriété de l'objet ? Dans le cas où votre réponse est négative, proposer une expérience permettant de le montrer.

A.3 Pour piloter ce téléviseur, une télécommande équipée de diodes qui émettent des ondes électromagnétiques dans l'infrarouge, est utilisée. Le spectre d'émission d'une diode est-il continu ? Quel est le phénomène physique qui permet d'expliquer l'émission d'infrarouge dans une diode électroluminescente ? Décrivez le rapidement sur un schéma.

A.4 Comparer la longueur d'onde d'un signal lumineux et d'un signal infra rouge. Le signal émis par la diode à une fréquence de $3,19 \times 10^{14} \text{ Hz}$; justifier que le rayonnement émis par la télécommande correspond bien à un rayonnement infrarouge.

B Transmission par fibre optique

Il est possible d'installer une fibre optique pour optimiser le débit associé aux communications par le réseau internet.

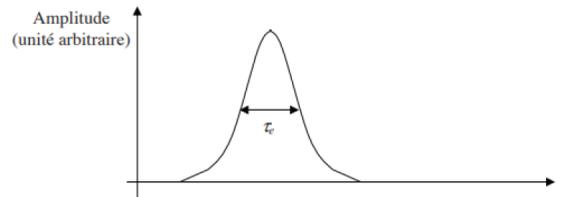
B.1 Rappeler une propriété d'un faisceau laser qui justifie l'usage d'un laser dans la transmission d'information par fibre optique.

On considère que la fibre à saut d'indice utilisée est constituée d'un cœur cylindrique de rayon a , d'indice $n_1 = 1,510$ et d'une gaine de rayon extérieur b , d'indice $n_2 = 1,495$. Un schéma de cette fibre dans le document annexe en fin de sujet. Un rayon incident se propage dans l'air dans un plan axial de la fibre et arrive en I , à une distance $OI < a$ de l'axe, sur une extrémité de la fibre, sous un angle d'incidence i_0 . On note i_1 l'angle que fait le rayon avec la normale séparant la gaine du cœur.

B.2 Déterminer la condition sur i_1 pour qu'il y ait guidage dans la fibre. En déduire la condition sur i_0 , de la forme $i_0 < i_m$, permettant le confinement du rayon dans la fibre. On appelle ouverture numérique $O.N.$ la quantité $\sin(i_m)$. Retrouver l'expression de $O.N.$ en fonction de n_1 et n_2 : $O.N. = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$. Donner sa valeur numérique. Commenter.

B.3 Un signal de sortie est exploitable tant que sa puissance P_{sortie} est supérieure à 1% de la puissance $P_{\text{entrée}}$ du signal entrant. Au bout de combien de kilomètres faudra-t-il prévoir une amplification optique intermédiaire pour garder des signaux satisfaisants en supposant que l'on se place à la longueur d'onde de 1550 nm . On utilisera les informations fournies en annexe. Commenter.

B.4 [Résolution de problème] Le codage binaire de l'information consiste à envoyer des impulsions lumineuses, appelées bits, périodiquement avec une fréquence f (exprimée en bits par seconde). Ces impulsions lumineuses, de durée τ_e de l'ordre d'une centaine de femtosecondes (cf. figure ci-dessous), sont formées chacune par un faisceau conique de rayons lumineux, de demi-angle au sommet i_m (on peut se référer à question B.2), entrant dans la fibre au point O . Les angles d'incidence étant différents, les durées associées pour parcourir la fibre sont différentes.



Impulsion lumineuse en entrée de fibre – $\tau_e \approx 100$ fs

En estimant la durée d'une impulsion en sortie de la fibre, évaluer la longueur maximale de fibre que l'on peut utiliser pour transmettre correctement un signal avec un débit de 100 Mbits/s. La réponse à cette question nécessite de l'initiative. L'étudiant est invité à consigner ses pistes de recherche. La qualité de la démarche choisie et son explicitation seront évaluées tout autant que le résultat final.

Quelques données :

- l'atténuation en décibel d'un signal de puissance P à travers une chaîne de transmission est :

$$A_{dB} = 10 \cdot \log \left(\frac{P_{entrée}}{P_{sortie}} \right);$$

- pour une fibre optique de longueur L , on définit le coefficient d'atténuation en dB/km par :

$$A = A_{dB} / L;$$

- 1 Tbit (téra-bit) = 10^{12} bits ;

- 1 octet = 8 bits ; 1 Mio = 2^{20} octets.

