

Exercice 1 Yaourtophone

1. D'après les données de l'énoncé : $p(x, t) = P_0 \cos\left(2\pi f\left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi\right)$. On précise ici que le temps t ne peut avoir la même origine des temps que sur les figures expérimentales proposées (nouvelle origine des temps lorsque le signal est reçu).

2. $c = \frac{L}{\tau} = 1,9 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$. On obtient ainsi une vitesse environ cinq fois plus grande que la vitesse du son dans l'air ($c_a \approx 350 \text{ m s}^{-1}$), ce qui suggère que le son a été transmis par la ficelle.

3. Dans une onde transverse, la perturbation est orthogonale au déplacement de l'onde alors que pour une onde longitudinale la perturbation est selon la direction de propagation de l'onde.

4. L'analyse dimensionnelle donne $[c_t] = [F^\alpha][\mu^\beta]$ soit $LT^{-1} = M^\alpha L^\alpha T^{-2\alpha} M^\beta L^{-\beta}$. Par identification on a $\alpha + \beta = 0$, $\alpha - \beta = 1$ et $-2\alpha = -1$ soit $\alpha = \frac{1}{2}$ et $\beta = -\frac{1}{2}$. On a ainsi $c_t = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$.

L'énoncé nous précise que le retard enregistré est indépendant de T , ce qui implique que le son se propage le long de la ficelle essentiellement *via* une onde longitudinale. L'application numérique donne $c_t = 74 \text{ m s}^{-1}$ et confirme que c_t n'est pas compatible avec la mesure de c .

5. Par un raisonnement analogue à la question précédente, $[c_\ell] = [E]^\gamma [\rho]^\delta$, soit $LT^{-1} = M^\gamma L^{-\gamma} T^{-2\gamma} M^\delta L^{-3\delta}$ soit par identification $\delta + \gamma = 0$, $-3\delta - \gamma = 1$ et $-2\gamma = -1$ soit $\gamma = \frac{1}{2}$ et $\delta = -\frac{1}{2}$, soit $c_\ell = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$.

6. $c_\ell = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ où ρ est la masse volumique de la ficelle.

Comme $\rho = \mu/S = 1,6 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$, on en déduit une estimation du module d'Young du matériau constituant la ficelle : $E = \rho c_\ell^2 = 5,6 \text{ GPa}$.

Exercice 2 Principe du RADAR

A Radar monostatique

A.1 Mesure de la position

A.1.1 $\lambda = \frac{c}{f} = 10,3 \text{ cm}$ et $N = \tau f = 2,90 \times 10^3$ oscillations.

A.1.2 En l'absence de données supplémentaires on suppose que les échos proviennent de la dernière impulsion émise. La distance parcourue est le double de la distance radar-véhicule, d'où $d_X = \frac{1}{2}ct_X$ avec X égal à A ou B ou C . On obtient $d_A = 0,45 \text{ km}$, $d_B = 12,0 \text{ km}$ et $d_C = 13,5 \text{ km}$. Remarque : ces valeurs très élevées correspondent en fait à des signaux reçus par un radar de contrôle aérien.

A.1.3 L'onde émise par l'antenne du radar se propage dans toutes les directions de l'espace (pas de manière uniforme...), donc comme pour une onde sphérique l'amplitude de l'onde s'atténue à mesure que l'on s'éloigne de la source. Plus l'objet réfléchissant est éloigné, plus l'impulsion qu'il reçoit est de faible amplitude, ce que l'on retrouve sur le schéma.

A.1.4 Pour que l'écho soit interprétable, il doit arriver après la fin de l'impulsion, mais se terminer avant le début de l'impulsion suivante. La durée du trajet est donc dans l'intervalle $[\tau, T - \tau]$, donc la distance entre $d_m = \frac{1}{2}c\tau = 150 \text{ m}$ et $d_M = \frac{1}{2}c(T - \tau) = 14,9 \text{ km}$.

A.2 Mesure de la vitesse

A.2.1 On note d_0 la distance radar-véhicule au début de la première impulsion ($t = 0$). Les instants de réception des deux échos successifs sont $t_1 = \frac{2d_0}{c}$ et $t_2 = T + \frac{2(d_0 + vT)}{c}$. D'où $\Delta t = T + \frac{2vT}{c} = 100 \mu\text{s}$. (Dans un calcul plus précis on prend en compte le fait que la voiture s'est déplacée entre le moment de l'émission et celui de la réflexion, ce qui introduit un facteur multiplicateur $(1 + \frac{v}{c})$ devant les durées de propagation. Compte-tenu des valeurs numériques on a $v \ll c$ et cette correction n'est pas nécessaire ici.)

A.2.2 La différence avec T est $\frac{2vT}{c} \approx 1 \times 10^{-11} \text{ s}$, ce qui est bien en dessous de la précision affichée ($1 \times 10^{-7} \text{ s}$). Ce protocole de mesure paraît donc inadapté ici.

A.2.3 Il s'agit en fait du même calcul que précédemment, mais on traduit les durées en déphasage :

$\varphi = -2\pi f t_1$, soit $\varphi = -4\pi f \frac{d}{c}$. En effet l'écho est en retard de phase par rapport au signal émis au niveau du radar.

A.2.4 Le second vaut $\varphi_2 = -2\pi f t_2 = -2\pi f \frac{2(d_0 + vT)}{c}$ d'où $\Delta\varphi = -2\pi f \frac{2vT}{c} = -0,44 \text{ rad}$.

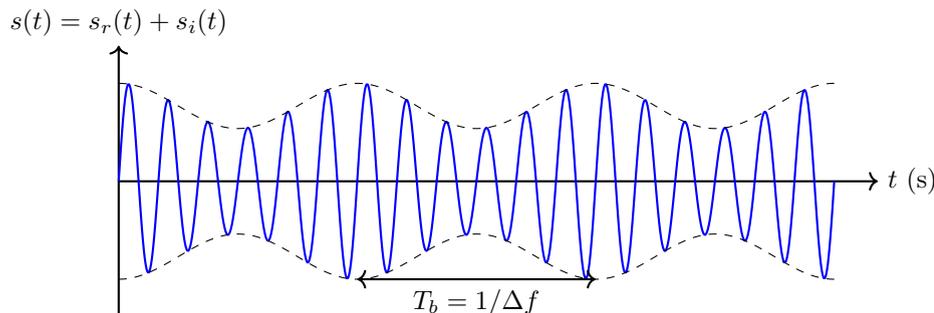
A.2.5 Cela représente environ 7% d'une période. Pour mesurer ce déphasage, il faut donc avoir une précision au plus de l'ordre de 1%, ce qui est facilement accessible si l'on est capable d'accéder directement à la mesure de $\Delta\varphi$ sans passer par une mesure temporelle (par exemple en mesurant la moyenne du produit des deux signaux...).

B Radar bistatique

B.1 Comme précédemment, on considère un temps d'aller-retour de $\frac{2d}{c}$ d'où un déphasage $\varphi(t) = -2\pi f \frac{2}{c}(d_0 + vt)$. (De nouveau un calcul plus exact prend en compte le déplacement de la voiture pendant le temps δt de propagation de la lumière via $\varphi(t) = -4\pi \frac{f}{c}(d_0 + v(t - \delta t))$. Cela conduit à $\delta t = \frac{v}{v+c}t + \frac{d_0}{v+c}$ et $\varphi(t) = -4\pi \frac{f}{c}(d_0 + \frac{vc}{v+c}(t - \frac{d_0}{v+c}))$. Comme ici $\frac{v}{c} \ll 1$, on peut toujours négliger cette correction).

B.2 $s_r(t) = S_r \cos(2\pi f(1 - \frac{2v}{c})t + 4\pi f \frac{d_0}{c})$. Par identification le signal a donc une fréquence $f' = f(1 - \frac{2v}{c})$. L'écart de fréquence Δf s'écrit alors $\Delta f = -\frac{2v}{c} f = -698 \text{ Hz}$.

B.3



B.3.1

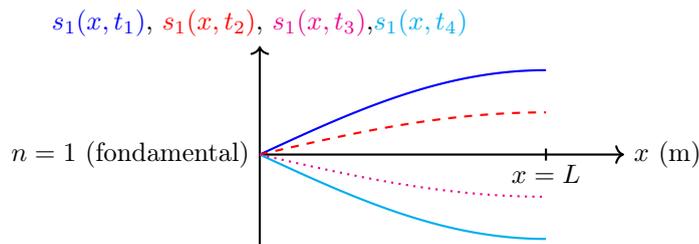
B.3.2 La mesure de la période de battement $T_b = \frac{1}{\Delta f}$ ou le temps qu'il faut pour que le signal émis gagne un tour sur le signal reçu permet de mesurer Δf

B.3.3 $T_b = \frac{1}{\Delta f} = 1,4 \times 10^{-3} \text{ s}$. Cette durée est facilement mesurable, notamment pour les conditions de l'énoncé où les temps sont déterminés à $1 \times 10^{-7} \text{ s}$ près. Cette dernière méthode présente l'avantage d'être d'autant plus précise que la vitesse v est faible (T_b augmente quand v diminue, donc la mesure devient plus facile), au contraire des 2 autres méthodes. Elle sera donc préférable pour de faibles vitesses. Pour des vitesses suffisamment rapides la seconde méthode présente l'avantage de ne nécessiter qu'une seule antenne.

Exercice 3 Ondes sonores dans un didjéridoo

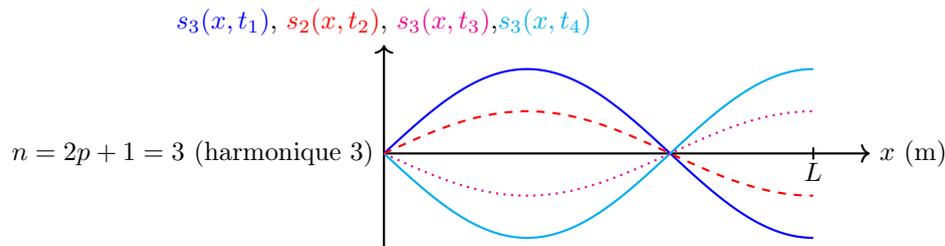
1. L'existence de nœuds et de ventres laisse penser qu'il s'agit d'ondes stationnaires. C'est le principe général des instruments de musique. Les deux conditions aux limites introduisent un changement brutal de milieu : bouchon, ou fin du guide d'onde. Dans les deux cas cette discontinuité génère une onde réfléchi. Par superposition de réflexions multiples on obtient une onde stationnaire. (En réalité les réflexions n'étant pas parfaites, les amplitudes des ondes progressives décroissent au gré des réflexions successives. Ceci implique que l'onde n'est pas parfaitement stationnaire : en réalité elle dissipe ou rayonne à l'extérieur une partie de l'énergie, ce qui est compensé par l'apport continu par l'instrumentiste. Il se produit d'ailleurs la même chose pour la corde de Melde.)

2. La distance séparant un nœud et un ventre consécutif est $\frac{\lambda_1}{4}$. Soit $\lambda_1 = 4L$.



3. On a $\lambda_1 = \frac{c}{f_1}$ d'où $f_1 = \frac{c}{4L}$

4. En utilisant l'oscillogramme, on mesure une période $T_1 \approx 12 \text{ ms}$, d'où $f_1 = \frac{1}{T_1} = 83 \text{ Hz}$. Cette valeur coïncide avec celle déduite du spectre en considérant le pic du 6^e harmonique : $5,0 \times 10^2 = 83 \text{ Hz}$. Il s'agit d'un son grave, ce qui est cohérent avec l'idée qu'on peut se faire d'un didjeridoo.
5. $L = \frac{c}{4f_1} = 1,0 \text{ m}$.
6. On considère la même note, soit la même longueur d'onde du fondamentale. En revanche pour un tuyau ouvert, on aurait un ventre de chaque côté et la distance entre deux ventres consécutifs est égal à $\frac{\lambda}{2}$. On obtiendrait une longueur $L_o = 2L = 2,0 \text{ m}$.
7. A l'aide de l'oscillogramme, on trouve $8T = 0,11 \text{ s}$ soit $f'_1 = 73 \text{ Hz}$.
8. $L' = \frac{c}{4f'_1} = 1,2 \text{ m}$. On obtient un didjeridoo plus long.
9. L'harmonique $n = 2$ étant absent, le plus important ensuite est l'harmonique de rang $n = 3$.
10. Pour le mode $n = 3$, on observe deux ventres et deux nœuds. La longueur $L' = \frac{3\lambda'_3}{4}$ et $f'_3 = \frac{3c}{4L'} = 3f'_1$.



11. On comprend que compte-tenu des conditions aux limites (N et V), la succession naturelle des modes propres correspond aux harmoniques impairs, ce qui se vérifie sur le spectre. En effet il y a forcément un nombre impair d'intervalles N-V ou V-N, donc $(2p + 1)\frac{\lambda}{4} = L'$ avec $p \in \mathbb{N}$, soit $f'_{2p+1} = (2p + 1)f'_1$.
12. D'après la relation fournie $I_k = I_0 10^{\frac{L_S k}{10}}$ avec k pouvant prendre la valeur 1 ou 2. On obtient $I_1 = 1,6 \times 10^{-5} \text{ W m}^{-2}$ et $I_2 = 3,2 \times 10^{-5} \text{ W m}^{-2}$.
13. On additionne les intensité $I = I_1 + I_2$ et $L_S = 10 \log \frac{I}{I_0}$. L'application numérique donne $L_S = 77 \text{ dB}$.

Exercice 4 Vibrations à la surface d'une cuve à ondes

1. Compte tenu de l'énoncé (existence d'une fourche), on peut dire que les vibrations émises par et sont en phase au moment de l'émission. On observe également sur la figure qu'à une même distance de E_1 et E_2 , on observe les mêmes couleurs (pour des distances de l'ordre de la longueur d'onde).
2. On observe des interférences à la surface de la cuve à ondes (zone uniforme grisée où l'amplitude des oscillations est faible).
3. En R , les signaux sont déphasés parce qu'ils n'ont pas parcouru la même distance. Les vibrations $u_1(R, t)$ et $u_2(R, t)$ sont caractéristiques d'ondes sinusoïdales progressives :

$$u_1(R, t) = A \cos(\omega t - kd_1) \text{ et } u_2(R, t) = A \cos(\omega t - kd_2).$$
 Ainsi $\varphi_1 = -kd_1$ et $\varphi_2 = -kd_2$ avec $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ la norme du vecteur d'onde. Le déphasage entre les deux ondes en R s'écrit : $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = k\delta = \frac{2\pi\delta}{\lambda}$.
4. $u(R, t) = A \cos(\omega t + \varphi_1) + A \cos(\omega t + \varphi_2)$. On utilise la relation $\cos p + \cos q = 2 \cos(\frac{p+q}{2}) \cos(\frac{p-q}{2})$. On a ainsi $u(R, t) = 2A \cos \frac{\varphi}{2} \cos(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2})$. On retrouve ainsi un signal sinusoïdal d'amplitude $A_{\text{res}} = 2A \cos \frac{\varphi}{2}$.
5. L'amplitude de la vibration résultante A_{res} est :
 - maximale pour $\cos \frac{\varphi}{2} = \pm 1$ soit pour $\varphi = 2n\pi$ avec $n \in \mathbb{Z}$. Dans ces conditions $A_{\text{res}} = 2A$: il y a interférence constructive en R .
 - minimale pour $\cos \frac{\varphi}{2} = 0$ soit pour $\varphi = (2n + 1)\pi$. Dans ces conditions, $A_{\text{res}} = 0$ et il y a interférences destructives en R .
6. En reprenant l'expression de $\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda}$, les interférences sont constructives pour $\delta = n\lambda$ et destructives pour $\delta = (n + \frac{1}{2})\lambda$.

7. D'après la relation fournie $\delta = \frac{ax'}{d}$ et pour des interférences constructives d'ordre n , $\delta = n\lambda$. On définit alors les positions consécutives d'interférences constructives $x'_n = n\frac{\lambda d}{a}$ et $x'_{n+1} = (n+1)\frac{\lambda d}{a}$ et l'interfrange i correspond à la distance entre ces deux positions : $i = x'_{n+1} - x'_n = \frac{\lambda d}{a}$.
8. Vérification expérimentale :
- 8.a. Mesures sur la bissectrices des deux pointes E_1 et E_2 : sur 2,4 cm on compte 11λ . En tenant compte de l'échelle : $\lambda = 1,2$ cm et $a = 5,8$ cm. Si on mesure l'interfrange sur la bissectrice à droite de la figure, en tenant compte de l'échelle : $i = 3,8$ cm pour $d = 18,3$ cm. La formule $i = \frac{\lambda d}{a}$ conduit à $i = 3,8$ cm. La formule bien est vérifiée.
- 8.b. Avec $f = \frac{c}{\lambda}$, on peut déterminer la célérité des ondes à la surface de l'eau : $c = \lambda f = 0,24 \text{ m s}^{-1}$.