

Durée de l'épreuve : 3h

Les 3 problèmes sont indépendants

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'appréciation **des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Problème 1: Etude d'un microscope et d'un téléobjectif

Les lentilles sphériques minces considérées dans ce problème sont utilisées dans le cadre de l'approximation de Gauss. Chaque lentille L_i est caractérisée par son centre optique O_i et sa distance focale image f'_i . Les foyers objet et image sont notés respectivement F_i et F'_i .

La relation de conjugaison de Descartes (1) précise la position sur l'axe optique des points conjugués A et A' :

$$\frac{1}{\overline{O_i A'}} - \frac{1}{\overline{O_i A}} = \frac{1}{f'_i} \quad (1)$$

La formule de conjugaison de Newton (2) précise la position des points A et A' par rapport aux foyers :

$$\overline{F_i A} \cdot \overline{F'_i A'} = -f_i'^2 \quad (2)$$

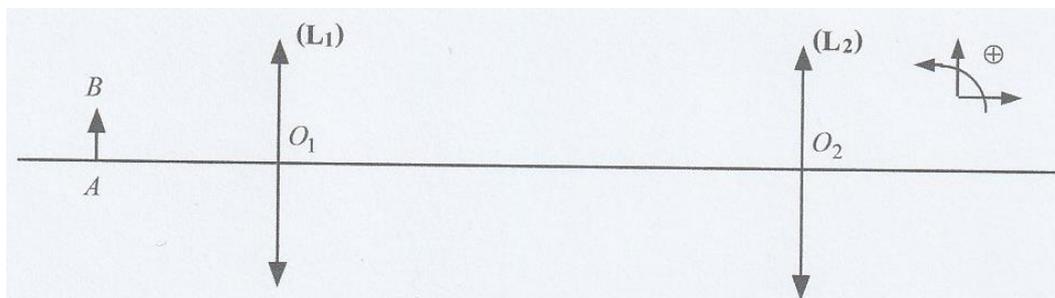
I. Etude de la lentille convergente L_1

On choisit un point A sur l'axe optique d'une lentille convergente L_1 et un objet AB orthogonal à l'axe tels que $0 < \overline{O_1 A} < f'_1$.

- 1) Quelle est la nature (réelle ou virtuelle) de l'objet AB ?
- 2) Présenter une construction géométrique de $A'B'$ image de l'objet AB à travers la lentille L_1 .
- 3) Quelle est la nature (réelle ou virtuelle) de l'image $A'B'$?
- 4) Proposer un moyen physique (par exemple à l'aide d'une deuxième lentille) permettant d'obtenir l'objet AB .
- 5) Application numérique : $f'_1 = 10,0$ cm et $\overline{O_1 A} = 15,0$ cm. Calculer $\overline{O_1 A'}$.

II. Etude d'un microscope

Un montage sur un banc optique permettant d'illustrer le principe du microscope comprend la lentille L_1 précédente et une seconde lentille convergente L_2 . Ce montage est réalisé dans le but d'examiner un objet AB lumineux de petites dimensions. Le point objet réel A est choisi sur l'axe optique commun aux deux lentilles, en avant de l'objectif L_1 et l'objet AB est orthogonal à l'axe optique :



L'appareil permet donc d'observer à la loupe L_2 , l'image agrandie $A_1 B_1$ de l'objet AB donnée par l'objectif, soit :

$$AB \xrightarrow{(L_1)} A_1 B_1 \xrightarrow{(L_2)} A' B'$$

Le système est réglé pour qu'un œil normal (emmétrope) n'ait pas à accommoder lorsqu'il observe à travers l'instrument l'image finale $A'B'$ de AB .

- 1) Exprimer en fonction de f'_1 et $\overline{O_1A}$ le grandissement de l'objectif défini par $\gamma_1 = \overline{A_1B_1}/\overline{AB}$.
- 2) Où l'objet AB doit-il se placer pour que son image A_1B_1 à travers L_1 soit réelle et agrandie ?
- 3) Un expérimentateur peut-il observer une image réelle directement à l'œil nu ?
- 4) Où faut-il placer l'oculaire L_2 pour que l'œil puisse observer l'image $A'B'$ de A_1B_1 à travers L_2 sans accommoder ? Justifier.
- 5) L'oculaire est situé dans la position déterminée à la question II.4. Tracer la marche d'un faisceau lumineux issu du point B qui est reçu par l'œil d'un observateur situé derrière l'oculaire.
- 6) Application numérique : $f'_1 = 10,0 \text{ cm}$; $f'_2 = 40,0 \text{ mm}$; $\overline{O_1A} = -11,0 \text{ cm}$; $\overline{AB} = 1,00 \text{ mm}$

6.1 : Calculer $\overline{O_1O_2}$.

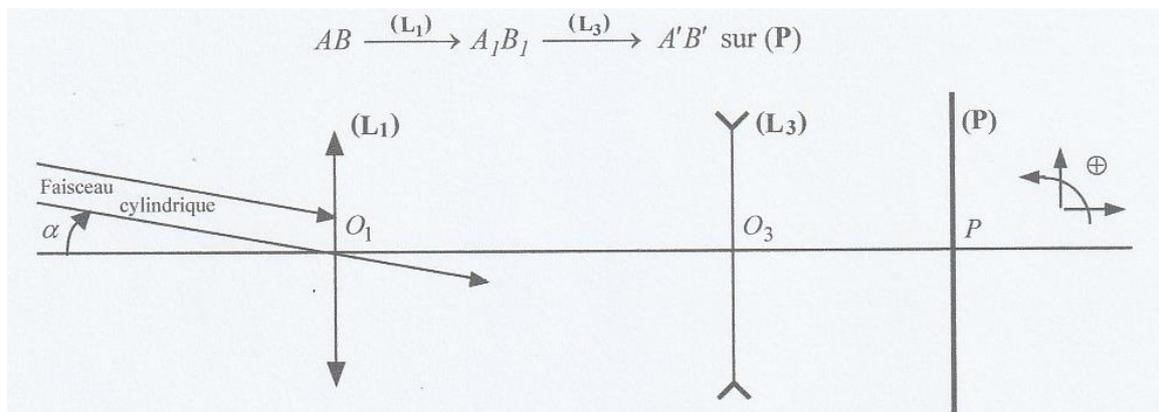
6.2 : Calculer le grandissement γ_1 de l'objectif.

6.3 : Calculer α' l'angle sous lequel l'observateur voit l'image de l'objet à travers le microscope.

6.4 : Comparer cet angle α' à l'angle α_0 sous lequel l'observateur verrait l'objet AB sans instrument à la distance conventionnelle $d_m = 25,0 \text{ cm}$. Calculer le grossissement G du microscope défini par $G = \alpha'/\alpha_0$ et commenter.

III. Principe d'un téléobjectif

La lentille L_1 est maintenant utilisée comme lentille frontale dans un téléobjectif d'appareil photographique. L_1 est associée à une lentille divergente L_3 dans le but de photographier un objet AB lumineux situé à l'infini. Le point objet réel A est choisi sur l'axe optique commun aux deux lentilles. L'objet AB est orthogonal à l'axe optique commun aux deux lentilles. Le système est réglé pour que l'image finale $A'B'$ de AB se forme sur une plaque sensible (P) orthogonale à l'axe et repérée par la position du point P , intersection de l'axe avec la plaque :



Valeurs numériques : $f'_1 = 10,0 \text{ cm}$; $f'_3 = -30,0 \text{ mm}$

- 1) On souhaite que $\overline{O_3P} = 10,0 \text{ cm}$. Déterminer la position de la lentille L_3 par rapport à L_1 en calculant la distance $\overline{O_1O_3}$.
- 2) Représenter le téléobjectif réglé (avec la plaque sensible (P)) en adoptant une échelle adaptée et tracer la marche d'un faisceau incident de lumière parallèle incliné d'un angle α par rapport à l'axe optique. Placer l'image intermédiaire A_1B_1 ainsi que l'image $A'B'$.
- 3) On donne $\alpha = -1,00 \cdot 10^{-1} \text{ rad}$. Calculer la taille de l'image $A'B'$ sur la plaque (P).

Problème 2: Etude et utilisation d'une paire de jumelle

Pour information, les différentes parties de ce sujet sont indépendantes.

Partie A : Etude d'une paire de jumelles

L'examen de la notice d'une paire de jumelles nous permet d'obtenir les informations rassemblées dans le tableau 1, dont certaines seront explicitées si nécessaire.

Grossissement	$\times 7$	Diamètre objectif	50 mm
Angle de visée	$7,3^\circ$	Champ de vision	127 m à 1 000 m
Distance minimale de mise au point	10,6 m	Pupille de sortie	7,14 mm
Dégagement oculaire	12 mm	Longueur	185 mm

TABLEAU 1 – Extraits de données constructeur relatives à la paire de jumelles

Démontée (voir figure 1a), la paire de jumelles se trouve être constituée d'éléments optiques assez simples : des lentilles convergentes et divergentes ainsi que des prismes dans la zone masquée.

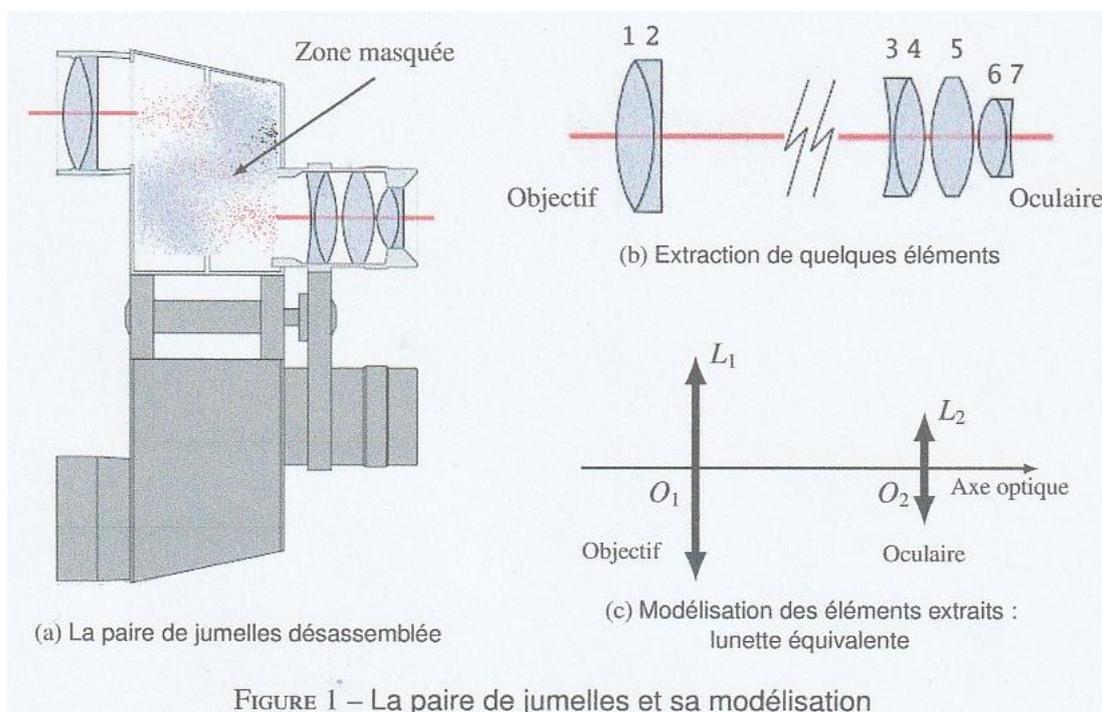


FIGURE 1 – La paire de jumelles et sa modélisation

On s'intéresse, en premier lieu, aux groupes de lentilles (extraites de l'ensemble sur la figure 1b) que nous modéliserons, en entrée et en sortie, par des lentilles minces convergentes. La modélisation est présentée en figure 1c. On note f'_1 et O_1 (respectivement f'_2 et O_2) la distance focale image et le centre de l'objectif (respectivement de l'oculaire). Notre but est de déduire des données constructeur figurant dans le tableau 1, les ordres de grandeur des caractéristiques optiques de ce système.

Dans tout le problème, on suppose que $f'_2 = u$ et $f'_1 = 7 \cdot f'_2 = 7 \cdot u$ où u est une longueur de référence à déterminer, et que le diamètre de l'objectif est le double de celui de l'oculaire. Différents modèles seront proposés et permettront de déterminer trois valeurs différentes de u .

A.I- Les éléments du modèle

A.I.1 Qu'est-ce qu'une *lentille mince* ? Identifier, par leur numéro, les lentilles minces divergentes visibles sur la figure 1b. Définir l'objectif et l'oculaire.

A.I.2 Proposer une méthode de détermination rapide du caractère convergent ou divergent d'une lentille ne portant aucune indication (aucun calcul n'est attendu ici).

A.I.3 Ces lentilles sont utilisées dans les conditions de l'approximation de Gauss. Quelles sont ces conditions ? Quelles conséquences en découlent si elles sont respectées ?

A.I.4 Au sujet de la composition des optiques de la paire de jumelles, la notice précise que « le baryum est la qualité de verre donnant la meilleure réfraction. Grâce à lui, les déformations périphériques et chromatiques de l'image sont limitées ». A quoi sont dues les aberrations chromatiques ?

A.I.5 L'objectif et l'oculaire sont réalisés par association de plusieurs lentilles (voir figure 1b). Pour quelle raison ?

A.II- Encombrement de la lunette équivalente

A.II.1 La lunette équivalente est réglée de manière à constituer un système afocal. Préciser ce que cela signifie. Quel avantage présente ce réglage pour un être humain ?

A.II.2 On appelle *longueur* ou *encombrement* de la lunette équivalente la grandeur $L_1 = \overline{O_1 O_2}$ entre les centres optiques des deux lentilles. En déduire L_1 en fonction de f'_1 et f'_2 . Pour quelle valeur u_1 de u y a-t-il accord avec les données constructeur ?

A.II.3 Représenter sur une feuille à l'échelle 1, la lunette équivalente afocale en plaçant l'objectif à gauche de l'oculaire ; on prendra, pour simplifier la construction, $u = 1$ cm. Tous les foyers doivent être positionnés et visibles, les orientations précisées. Dessiner le trajet d'un rayon lumineux arrivant sur l'objectif et incliné d'un angle α par rapport à l'axe optique. On notera α' l'angle par rapport à l'axe optique du rayon correspondant émergent de l'oculaire.

A.II.4 Etablir, à l'aide de cette représentation, l'expression du grossissement $G = \alpha'/\alpha$ en fonction de f'_1 et f'_2 . Evaluer numériquement G . L'image d'un objet AB par cette lunette est-elle droite ou renversée ? Justifier.

A.III Le cercle oculaire

Le cercle délimite une surface particulière située dans un plan transverse de l'espace image. Il s'agit de l'image par l'oculaire de la monture de l'objectif. La lunette équivalente est réglée de manière à constituer un système afocal.

A.III.1 Pourquoi a-t-on intérêt à placer son œil au niveau du cercle oculaire ?

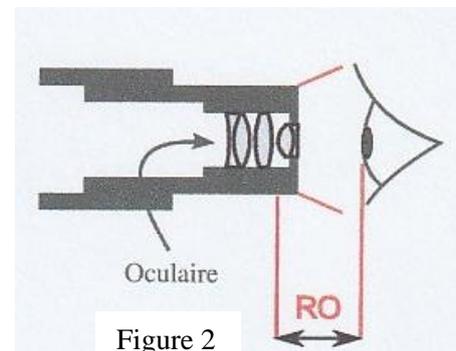
A.III.2 On note C la position du cercle oculaire sur l'axe optique. Déterminer littéralement, en fonction de f'_1 et f'_2 , la grandeur $\overline{O_2 C}$.

A.III.3 Le constructeur appelle *dégagement oculaire* ou *relief de l'œil* (R.O), « la distance entre l'œil et la première lentille » (voir figure 2). En déduire la valeur u_2 de u (différente de u_1) que cette approche permet d'obtenir.

A.III.4 On note D le diamètre de l'objectif et d celui du cercle oculaire. Déterminer d , d'abord littéralement en fonction de f'_1 ; f'_2 et D , puis numériquement à l'aide des données du tableau 1.

A.III.5 Le constructeur précise que « le diamètre du cercle oculaire peut-être obtenu en divisant le diamètre de l'objectif par le grossissement ». En déduire la valeur constructeur correspondante et vérifier sa compatibilité avec le calcul précédent.

A.III.6 Si elle existe, préciser quelle caractéristique de l'œil humain pourrait intervenir dans les choix effectués par le constructeur pour fixer la taille du cercle oculaire. S'agit-il d'une paire de jumelles destinées à être utilisée par grande ou faible luminosité ? Justifier.



Partie B : Utilisation télémétrique de la paire de jumelles

B.I Télémétrie visuelle

Certaines paires de jumelles sont équipées d'un réticule gradué permettant des mesures de distances longitudinales ou transversales (voir figure 5).

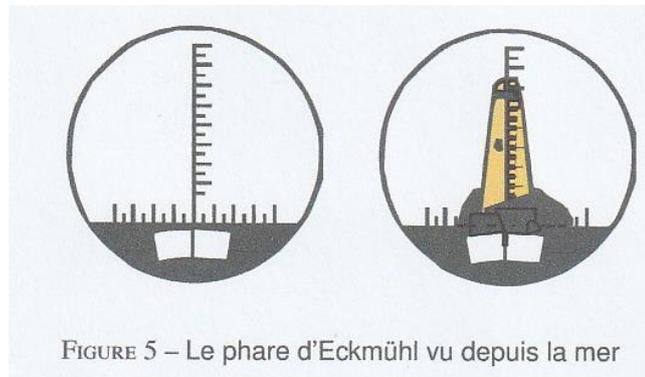


FIGURE 5 – Le phare d'Eckmühl vu depuis la mer

B.I.1 En considérant la paire de jumelles comme une simple lunette astronomique réglée de manière afocale, où doit être placé le réticule ?

B.I.2 La notice de la paire de jumelles précise son « *champ de vision* » qui est de 127 m à 1000 m. Calculer en degré la largeur angulaire correspondante. Quelle nom la notice donne-t-elle à cette information ? On pourra se référer au tableau 1 de la partie A.

B.I.3 Sur la représentation de la figure 5, le phare d'Eckmühl occupe les deux tiers du champ de vision. Sachant qu'il culmine à 60 m, en déduire la distance qui sépare le bateau du phare.

La numérotation associée aux graduations du réticule est volontairement absente de la représentation. Sa présence facilite évidemment ces mesures qui, sur certains modèles, sont automatiques et affichées numériquement.

B.II Télémétrie automatique

Certaines paires de jumelles sont équipées d'un télémètre. Nous évoquerons ici, pour simplifier, un télémètre à ondes sonores. Toutefois le fonctionnement des télémètres réels est plus élaboré que celui qui est évoqué ici.

Pour réaliser le télémètre, on place un émetteur et un récepteur à ultrason côte à côte. Ce bloc est appelé *télémètre*. A la distance D on place un obstacle réfléchissant les ondes sonores que nous appellerons *cible*. Une onde sinusoïdale, de période T , est émise par l'émetteur du télémètre, elle se réfléchit sur la cible et est détectée par le récepteur du télémètre. Sur l'écran d'un oscilloscope, on visualise simultanément deux signaux : celui capté (par un dispositif non décrit) en sortie de l'émetteur et celui du récepteur.

B.II.1 On appelle *temps de vol*, noté t_v , la durée du trajet aller-retour de l'onde entre le télémètre et la cible. Exprimer t_v en fonction de la distance D séparant le télémètre de la cible et de la célérité c de l'onde.

B.II.2 Pour illustrer le principe de la mesure, on colle la cible au télémètre, puis on l'éloigne lentement en comptant le nombre de coïncidences, c'est-à-dire le nombre de fois où les signaux sont en phase. Pour simplifier, on suppose que lorsque $D = 0$, les signaux sont en phase. On se place dans le cas où l'on a compté exactement un nombre n de coïncidences. Exprimer D en fonction de n et de la longueur d'onde λ des ondes ultrasonores.

B.II.3 Lors du recul de la cible, 50 coïncidences ont été comptées avant d'observer les signaux suivants sur l'écran de l'oscilloscope (voir figure 6). Dans les conditions de l'expérience, la longueur d'onde des ondes ultrasonores valait 8,5 mm. En exploitant les données de l'enregistrement, calculer la distance séparant le télémètre de la cible.

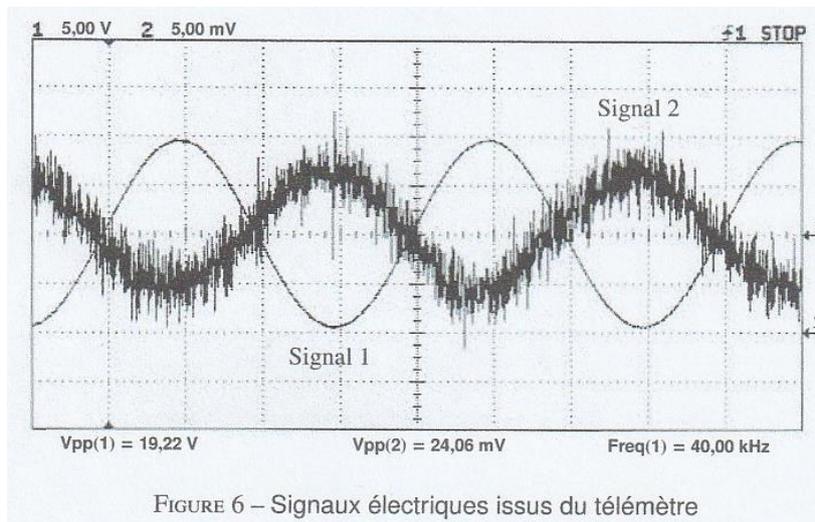


FIGURE 6 – Signaux électriques issus du télémètre

B.II.4 Pourquoi les deux signaux de la figure 6 sont-ils si différents ? Identifier quel est, selon toute vraisemblance, le signal capté en sortie de l'émetteur et celui reçu par le récepteur.

Problème 3: Vibrations d'une corde de piano fixée à ses deux extrémités

Lorsque l'instrumentiste frappe une touche du clavier, celle-ci actionne un mécanisme qui actionne à son tour un marteau qui vient frapper une corde. Celle-ci entre alors en vibration libre (tant que la touche est enfoncée). On s'intéresse aux vibrations libres d'une corde de piano. La corde de **masse linéique** μ est tendue avec une tension (ou force) T_0 . Au repos, la corde est rectiligne et parallèle à l'axe horizontal (Ox). On étudie les mouvements de la corde autour de sa position d'équilibre. On note $y(x, t)$ le déplacement du point de la corde à l'abscisse x à l'instant t . L'axe (Oy) est l'axe vertical ascendant.

1) On note c la célérité de l'onde sur la corde. On montre que la célérité est donnée par la relation :

$$c = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$$

Vérifier que cette expression est homogène.

2) On peut lire dans une documentation technique que « une corde de piano est tendue à 85 kg ». On donne l'intensité du champ de pesanteur $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Déterminer la tension (ou force) T_0 . Pour une corde en acier donnant la note « La 4 », le diamètre de la corde est de $d_1 = 1,1 \text{ mm}$. La masse volumique de l'acier valant $\rho_a = 7,8 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, calculer la célérité c des ondes sur la corde.

3) La corde est fixée à ses deux extrémités, en $x = 0$ et en $x = L$, ce qui impose les conditions aux limites : $y(0, t) = 0$ et $y(L, t) = 0$. La fonction $y(x, t)$ est du type :

$$y(x, t) = y_0 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) \cdot \cos(k \cdot x + \psi)$$

Que peut-on dire de l'onde (stationnaire ou progressive) ? Comment nomme-t-on ω et k ? Quelle relation existe-t-il entre ces deux grandeurs ?

4) A partir des conditions aux limites, déterminer ψ et montrer qu'il existe des modes propres et des fréquences propres de vibration de la corde ? Exprimer les fréquences propres f_n de la corde en fonction de c et L . Montrer que $y_n(x, t)$ correspondant au mode propre numéro n est :

$$y_n(x, t) = y_{0,n} \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L}\right) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot c \cdot t}{L} + \varphi\right)$$

Que représente $y_{0,n}$ dans cette expression ?

5) Dessiner l'aspect de la corde à différents instants pour $n = 1$, $n = 2$ et $n = 3$.

6) La hauteur du son produit par une corde est fixée par la fréquence f de son mode fondamental $n = 1$. Les 88 notes d'un piano moderne s'échelonnent du « La 0 » (fréquence fondamentale $f = 28 \text{ Hz}$) au

« Do 8 » (fréquence fondamentale $f = 4,2$ kHz). Rappeler la relation liant la longueur L d'une corde à la fréquence fondamentale f . Sachant que pour la fréquence $f = 262$ Hz la longueur de corde est $L = 65$ cm, en supposant que la célérité de l'onde soit constante, quelles sont les valeurs extrêmes des longueurs de corde prévues dans l'extrême grave et dans l'extrême aigu pour un piano ?

7) Les longueurs calculées ci-dessus sont excessives dans le grave (problèmes d'encombrement et de fragilisation de la structure à cette échelle). En pratique, la longueur d'un piano à queue de concert moderne n'excède pas 3 m (la longueur la plus courante étant autour de 2,75 m). La longueur des cordes obéit assez bien à la loi donnée en 6) pour les notes au-delà du « Do 4 ». Pour les notes plus graves, on utilise des cordes filées : il s'agit de cordes d'acier, autour desquelles on a enroulé un fil de cuivre. La longueur de corde variant peu dans ce domaine du clavier, expliquer l'intérêt de ce procédé.

8) On donne la masse volumique du cuivre : $\rho_{Cu} = 9,0 \cdot 10^3$ kg. m⁻³. En assimilant l'enroulement de cuivre à une couche homogène d'épaisseur $e = 1,0$ mm recouvrant le cœur d'acier de diamètre $d_2 = 1,6$ mm, et pour la tension $T_0 = 850$ N, calculer la longueur de la corde du « La 0 » (note la plus grave du piano, de fréquence fondamentale $f = 28$ Hz).