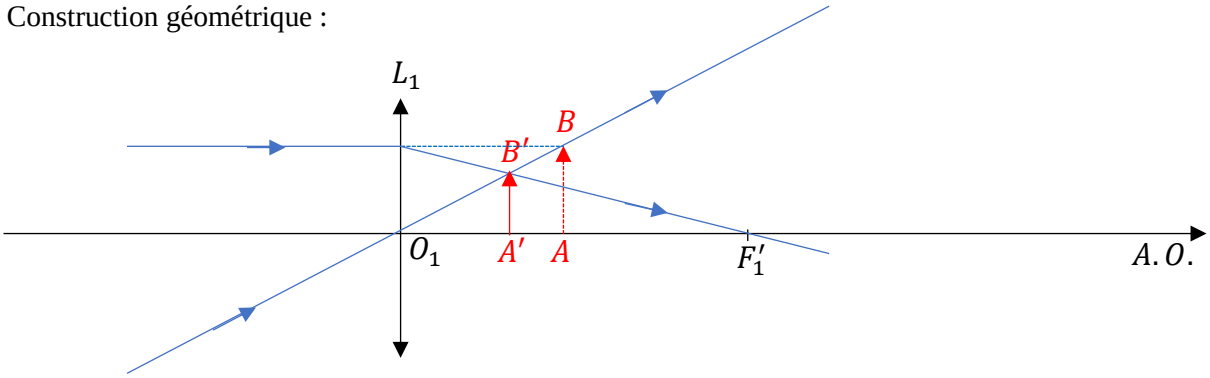
CLASSES DE PCSI 1 et 3 – Corrigé du D.S N° 2 DE PHYSIQUE

Problème 1: Etude d'un microscope et d'un téléobjectif

I. Etude de la lentille convergente L_1

1) Avec $0 < \overline{O_1A} < f_1'$: l'objet A est placé entre le centre optique O et le foyer image F_1', AB est donc un objet virtuel.

2) Construction géométrique :



3) L'image $A'B'$ est réelle.

4) On peut utiliser une première lentille dont l'image se formerait à droite de la lentille L_1. Cette image est un objet virtuel pour L_1.

5) Appliquons la relation de conjugaison de Descartes à L_1 :

$$\frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f_1'}$$

$$\frac{1}{\overline{O_1A'}} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{\overline{O_1A}}$$

A.N. : $\overline{O_1A'} = 6{,}0\ cm$

II. Etude d'un microscope

1) Grandissement de l'objectif : $\gamma_1 = \overline{A_1B_1}/\overline{AB} = \overline{O_1A_1}/\overline{O_1A}$. Appliquons la relation de Descartes à L_1 :

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f_1'}$$

En multipliant par $\overline{O_1A}$:

$$\frac{\overline{O_1A}}{\overline{O_1A_1}} - 1 = \frac{\overline{O_1A}}{f_1'} = \frac{1}{\gamma_1} - 1$$

On établit la relation cherchée :

$$\boxed{\gamma_1 = \frac{f_1'}{f_1' + \overline{O_1A}}}$$

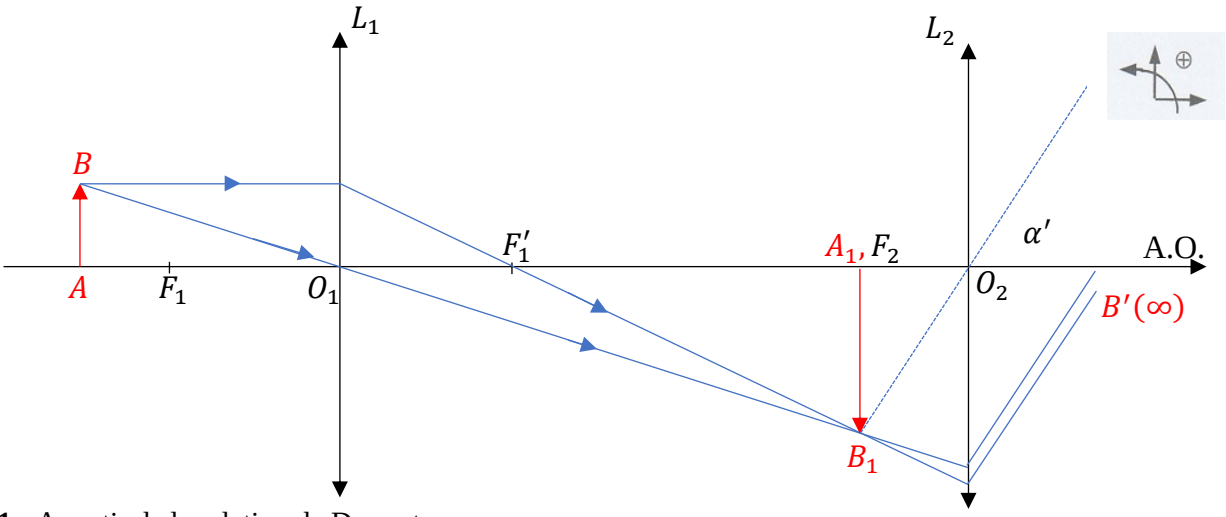
2) A partir de l'expression précédente, on établit l'expression de $\overline{O_1A}$:

$$\overline{O_1A} = f_1'.\left(\frac{1}{\gamma_1} - 1\right)$$

On souhaite que l'image soit réelle et agrandie, donc $\gamma_1 \leq -1$. A la limite : $\overline{O_1A}_{lim} = -2.f_1'$. Si l'objet A était placé entre F_1 et O_1, son image serait virtuelle (cf étude d'une loupe). Il faut donc que :

$$\boxed{-2.f_1' < \overline{O_1A} < -f_1'}$$

3) Une image réelle se forme sur un écran. Elle est observable à l'œil nu.
4) Pour observer $A'B'$ sans accommoder, il faut que l'image soit à l'infini. A partir de la relation de conjugaison (de Descartes ou Newton) on montre que ceci implique que l'image intermédiaire A_1B_1 se forme dans le plan focal objet de L_2 soit : $A_1 \sim F_2$.
5) Construction graphique :



6.1 : A partir de la relation de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f_1'}$$

A.N. : $\overline{O_1A} = -11{,}0$ cm et $f_1' = 10{,}0$ cm on établit que $\overline{O_1A_1} = 110$ cm. Sachant que $f_2' = 40{,}0$ mm : $\overline{O_1O_2} = 114$ cm.
6.2 : Grandissement de l'objectif : $\gamma_1 = \overline{O_1A_1}/\overline{O_1A} = -10{,}0$.
6.3 : A partir de la construction réalisée ci-dessus :

$$\tan\alpha' = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_2F_2}}$$

Sachant que $\gamma_1 = \overline{A_1B_1}/\overline{AB}$ on peut poser que $\overline{A_1B_1} = \gamma_1.\overline{AB}$. Dans l'hypothèse des petits angles :

$$\boxed{\alpha' = \frac{\gamma_1.\overline{AB}}{\overline{O_2F_2}}}$$

A.N. : $\alpha' = 2{,}50.10^{-1}$ rad. $= 14{,}3°$

6.4 : Angle sous lequel l'observateur voit l'objet AB à l'œil nu :

$$\tan\alpha_0 = \frac{AB}{d_m} = \alpha_0$$

Dans l'hypothèse des petits angles :

$$\boxed{\alpha_0 = \frac{AB}{d_m}}$$

A.N. : $\alpha_0 = 4{,}00.10^{-3}\ rad = 0{,}229°$
Le grossissement du microscope est $G = \alpha'/\alpha_0 = 62{,}5$. Pour un banc d'optique, le microscope est très performant…

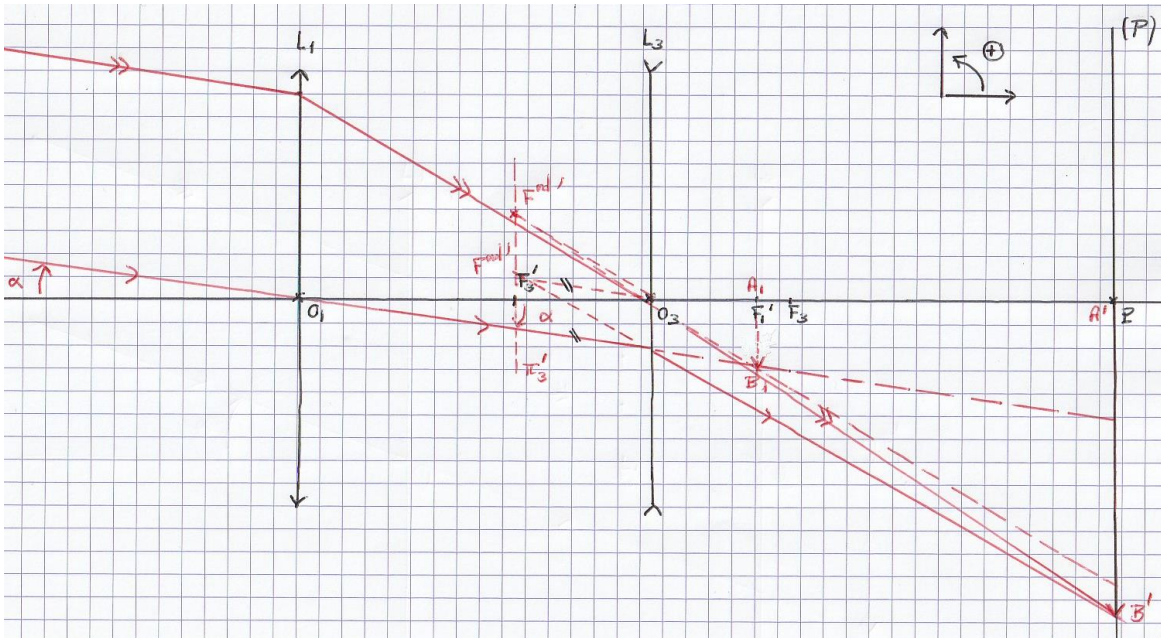
III. Principe d'un téléobjectif
1) L'objet A est à grande distance donc $A_1 \sim F_1'$. Appliquons la relation de conjugaison de Descartes à la lentille L_3 :

$$\frac{1}{\overline{O_3P}} - \frac{1}{\overline{O_3F_1'}} = \frac{1}{f_3'}$$

$$\boxed{\frac{1}{\overline{O_3F_1'}} = \frac{1}{\overline{O_3P}} - \frac{1}{f_3'}}$$

A.N. : $\overline{O_3F_1'} = 2{,}31$ cm. Posons $\overline{O_1O_3} = \overline{O_1F_1'} + \overline{F_1'O_3} = 7{,}69$ cm

2) Construction graphique :



3) A partir de la construction graphique, dans l'hypothèse des petits angles :

$$\tan\alpha = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_1F_1'}} = \alpha(\text{rad})$$

Grandissement de l'oculaire :

$$\gamma_3 = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{O_3P}}{\overline{O_3F_1'}}$$

$$\overline{A'B'} = \left(\frac{\overline{O_3P}}{\overline{O_3F_1'}}\right).\overline{A_1B_1}$$

En explicitant :

$$\boxed{\overline{A'B'} = \alpha.\overline{O_1F_1'}.\left(\frac{\overline{O_3P}}{\overline{O_3F_1'}}\right)}$$

A.N. : $\overline{A'B'} = -4{,}33$ cm

Problème 2: Etude et utilisation d'une paire de jumelle

Partie A : Etude d'une paire de jumelles

A.I- Les éléments du modèle

A.I.1 Une lentille est un milieu transparent composé de deux dioptres sphériques de rayons R_1 et R_2 très grands devant l'épaisseur au centre (notée e) de la lentille : $e \ll R_1$ et R_2.

Une lentille mince divergente est plus large sur le bord qu'au centre, les lentilles 2, 3 et 7 sont divergentes. Par définition, l'objectif est face à l'objet et l'oculaire face à l'œil.

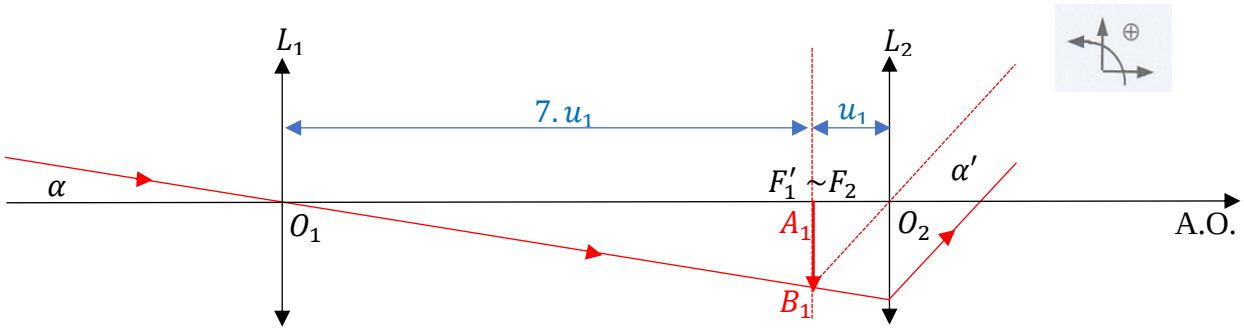
A.I.2 En TP, si on place un objet réel AB à une distance inférieure à la distance focale d'une lentille convergente, on observe « un effet loupe » c.à.d. qu'on observe une image virtuelle non renversée et

agrandie de l'objet. Avec une lentille divergente, on observe une image virtuelle droite mais plus petite quelle que soit la position de l'objet. Ceci permet de distinguer rapidement une lentille convergente d'une lentille divergente.
A.I.3 Dans les conditions de Gauss, les rayons sont peu inclinés et peu écartés par rapport à l'axe optique. Dans les conditions de Gauss, les lentilles minces sont stigmatiques et aplanétiques (au sens approché du terme).
A.I.4 Les lentilles sont dispersives : $n(\lambda)$. Leurs propriétés optiques (notamment leur distance focale f') dépendent de la longueur d'onde…ceci provoque des aberrations chromatiques.
A.I.5 Le fait de conjuguer plusieurs lentilles convergent/divergent de même rayons (comme 1-2 ; 3-4 ou 6-7) limite les phénomènes d'aberrations si les lentilles sont taillées dans des verres différents (l'une en Flint et l'autre en Crown). Ces doublets sont appelés achromats.

A.II Encombrement de la lunette équivalente
A.II.1 Un système optique est afocal si l'image d'un objet situé à l'infini est à l'infini : $A(\infty) \rightarrow A'(\infty)$. Pour un œil « normal » (ou emmétrope), l'observation d'un objet très éloigné se fait sans accommoder, c.à.d. que l'œil est au repos.
A.II.2 Posons : $A(\infty) \rightarrow A_1 \rightarrow A'(\infty)$. En appliquant la relation de conjugaison de Descartes à L_1 puis à L_2 on établit que $A_1 \sim F_1' \sim F_2$. On en déduit que : $\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F_1'} + \overline{F_2O_2}$ avec $\overline{O_1F_1'} = f_1'$ et $\overline{F_2O_2} = -\overline{O_2F_2} = f_2'$, l'encombrement de la lunette équivalente est :

$$\boxed{L = f_1' + f_2'}$$

Il est indiqué dans l'énoncé que $f_1' = 7.u_1$ et $f_2' = u_1$ donc $L = 8.u_1$. La longueur de la paire de jumelle (cf tableau 1) est $L = 185$ mm donc $u_1 = 23{,}1\ mm$.
A.II.3 Construction graphique :



A.II.4 Grossissement de la lunette : $G = \alpha'/\alpha$. Avec les conventions d'orientation indiquées sur le schéma, $\alpha < 0$ et $\alpha' > 0$:

$$\tan\alpha = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_1F_1'}} \ ; \ \tan\alpha' = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_2F_2}}$$

Dans l'hypothèse des petits angles :

$$\alpha = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_1F_1'}} \quad \text{et} \quad \alpha' = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_2F_2}}$$

On établit que :

$$G = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_2F_2}}\frac{\overline{O_1F_1'}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{O_1F_1'}}{\overline{O_2F_2}} = \frac{f_1'}{f_2}$$

$$\boxed{G = -\frac{f_1'}{f_2'}}$$

Avec $f_1' = 7.u$ et $f_2' = u$: $G = -7{,}0$: l'image est renversée car $G < 0$.

A.III Le cercle oculaire

A.III.1 On montre (cf. TP d'optique) que l'éclairement (c.à.d. l'intensité lumineuse par unité de surface) est maximal dans le plan du cercle oculaire. Il est donc intéressant pour l'observateur de placer son œil au niveau du cercle oculaire.

A.III.2 Posons $O_1 \rightarrow C$ et appliquons la relation de conjugaison de Descartes à L_2 :

$$\frac{1}{\overline{O_2C}} - \frac{1}{\overline{O_2O_1}} = \frac{1}{f_2'}$$

On établit que :

$$\overline{O_2C} = \frac{\overline{O_2O_1}.f_2'}{\overline{O_2O_1} + f_2'}$$

Avec $\overline{O_2O_1} = -L = -\left(f_1' + f_2'\right)$:

$$\boxed{\overline{O_2C} = f_2'.\left(1 + \frac{f_2'}{f_1'}\right)}$$

A.III.3 Dans le tableau 1 on peut lire que $\mathrm{R.O.} = 12$ mm, dans l'hypothèse que l'observateur place son œil au niveau du cercle oculaire :

$$R.O. = \overline{O_2C} = f_2'.\left(1 + \frac{f_2'}{f_1'}\right) \text{ avec } f_1' = 7.u_2 \text{ et } f_2' = u_2$$

On établit que :

$$\boxed{u_2 = \frac{7}{8}R.O.}$$

A.N. : $u_2 = 11$ mm

A.III.4 Grandissement de l'objectif par l'oculaire :

$$\gamma_2 = -\frac{d}{D} = \frac{\overline{O_2C}}{\overline{O_2O_1}}$$

En explicitant :

$$\boxed{d = -D.\left(\frac{\overline{O_2C}}{\overline{O_2O_1}}\right) = D.\left(\frac{f_2'}{f_1'}\right)}$$

A.N. : dans le tableau 1 on peut lire que $D = 50$ mm donc $d = D/7{,}0 = 7{,}1$ mm

A.III.5 Avec $G = -7{,}0$ on vérifie que $d = D/|G| = 7{,}1$ mm on retrouve bien le résultat précédent.

A.III.6 Afin de recueillir un maximum d'information lumineuse il est souhaitable que le diamètre de la pupille de l'œil soit inférieur ou égal à celui du diamètre du cercle oculaire. Dans le tableau 1 on peut lire que le diamètre de la pupille est 7,14 mm donc cette condition est satisfaite. De jour, le diamètre de la pupille de l'œil est de l'ordre de 6 mm donc la paire de jumelle est destinée à des observations par faible luminosité.

Partie B : utilisation télémétrique de la paire de jumelles

B.I Télémétrie visuelle

B.I.1 Il faut placer le réticule dans le plan focal objet de l'oculaire de manière à ce que l'image intermédiaire A_1B_1 soit observée dans le plan du réticule.

B.I.2 Le champ de vision est un angle. Posons $l = 127$ m et $L = 1000\ m$:

$$\boxed{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{l}{2.L}}$$

A.N. : $\alpha = 7{,}3°$: le champ de vision correspond à l'angle de visée dans le tableau 1.

B.I.3 Notons α_{EK} l'angle sous lequel on voit le phare d'Eckmühl à travers la paire de jumelles :

$$\alpha_{EK} = \frac{2}{3}\alpha$$

On note h la hauteur du phare et D la distance, de la même manière que dans la question précédente, posons :

$$\boxed{\tan\left(\frac{\alpha_{EK}}{2}\right) = \frac{h}{2.D}}$$

En faisant l'hypothèse des petits angles : $D = h/\alpha_{EK}$ (avec α_{EK} en radians). A.N. : $D = 7{,}1.10^2$ m.

B.II Télémétrie automatique

B.II.1 Pour un trajet aller-retour : $2.D = c.t_v$ donc : $t_v = 2.D/c$

B.II.2 Sachant que les signaux sont en phase lorsque $D = 0$, pour n coïncidences : $2.D = n.\lambda$ (avec $n \in \mathbb{N}$).

B.II.3 Sur la figure 6, les signaux sont en opposition de phase donc pour 50 coïncidences :

$$\boxed{2.D = \left(n + \frac{1}{2}\right).\lambda \quad \text{avec } n = 50}$$

A.N. : $D = 22$ cm.

B.II.4 Le signal de la voie 2 n'est pas à la même échelle que celui de la voie 1 (5 mV/div contre 5 V/div) : le signal de la voie 2 est donc très atténué par rapport à celui de la voie 1. On en déduit que le signal reçu par le récepteur est celui de la voie 2… la perte d'intensité du signal reçu par le récepteur peut avoir différentes origines : absorption du signal dans le milieu de propagation, ondes sphériques…

Problème 3: Vibrations d'une corde de piano fixée à ses deux extrémités

1) La tension T_0 est homogène à une force : $[T_0] = M.L.T^{-2}$. Par définition, μ est une masse linéique : $[\mu] = M.L^{-1}$. Avec $[C] = L.T^{-1}$:

$$\boxed{\left[\sqrt{\frac{T_0}{\mu}}\right] = L.T^{-1}}$$

On vérifie que l'expression proposée est homogène.

2) A.N. : $T_0 = 8{,}5.10^2\ N$

Si on assimile la corde à un cylindre de diamètre d_1 et de longueur l la masse de la corde est :

$$m = \rho_a.\pi.\left(\frac{d_1}{2}\right)^2.l = \mu.l$$

On en établit l'expression de la masse linéique de la corde :

$$\mu = \rho_a.\pi.\left(\frac{d_1}{2}\right)^2$$

Avec :

$$c = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$$

$$\boxed{c = \sqrt{\frac{T_0}{\rho_a.\pi.\left(\frac{d_1}{2}\right)^2}}}$$

A.N. : $c = 3{,}4.10^2\ \mathrm{m.s^{-1}}$

3) La fonction $y(x,t) = y_0.\cos(\omega.t + \varphi).\cos(k.x + \psi)$ est caractéristique d'une onde stationnaire, ω est la pulsation et k la norme du vecteur d'onde. Nous savons (cf cours) que : $\omega = k.c$.
4) La corde est pincée en $x = 0$: $y(0,t) = y_0.\cos(\omega.t + \varphi).\cos(\psi) = 0$. Ceci implique que $\cos(\psi) = 0$. On en déduit que : $\psi = \pi/2 \mod.\pi$.
Dans la suite de cet exercice, nous poserons $\psi = -\pi/2$, soit :

$$\cos(k.x + \psi) = \cos\left(k.x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin(k.x)$$

On peut donc écrire $y(x,t)$ sous la forme :

$$y(x,t) = y_0.\cos(\omega.t + \varphi).\sin(k.x)$$

La corde est également pincée en $x = L$ donc :

$$y(L,t) = y_0.\cos(\omega.t + \varphi).\sin(k.L) = 0$$

Ce qui implique que :

$$\sin(k.L) = 0$$

On en déduit que :

$$\boxed{k_n.L = n.\pi \quad \text{avec } n \in \mathbb{N}^*}$$

Il existe bien des modes propres de pulsations et de fréquences :

$$\boxed{\omega_n = \frac{n.\pi.c}{L} \quad \text{et} \quad f_n = \frac{n.c}{2.L}}$$

En explicitant, on vérifie que :

$$\boxed{y_n(x,t) = y_{0,n}.\sin\left(\frac{n.\pi.x}{L}\right).\cos\left(\frac{n.\pi.c.t}{L} + \varphi\right)}$$

5) Cf cours
6) Pour $n = 1$, $f_1 = c/2.L$. La fréquence du son étant égale à la fréquence du fondamental :

$$f = \frac{c}{2.L}$$

En supposant que la célérité du son est constante :

- Pour $f = 4{,}2$ kHz, $L_{min} = 4{,}1$ cm
- Pour $f = 28$ Hz, $L_{max} = 6{,}1$ m

7) Le fait d'enrouler un fil de cuivre autour de la corde en acier contribue à augmenter sa masse linéique. Sachant que :

$$L = \frac{c}{2.f} \quad \text{et} \quad c = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$$

Pour une fréquence f et une tension T_0 données, si la masse linéique augmente, la célérité c diminue donc la longueur de corde diminue également.
8) On note μ' la masse linéique de la corde avec l'enroulement de fil de cuivre. Par analogie avec l'expression établie à la question 2) on peut poser que :

$$\boxed{\mu' = \rho_a.\pi.\left(\frac{d_2}{2}\right)^2 + \rho_{Cu}.\pi.\left[\left(\frac{d_2}{2} + e\right)^2 - \left(\frac{d_2}{2}\right)^2\right]}$$

A.N. : pour la fréquence $f = 28$ Hz, $L = 1{,}7$ m.