

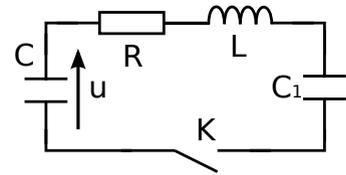


Capacités exigibles :

- Analyser sur des relevés expérimentaux l'évolution de la forme des régimes transitoires en fonction des paramètres caractéristiques \boxtimes .
- Prévoir l'évolution du système à partir de considérations énergétique \boxtimes .
- Déterminer des conditions initiales et finales à partir d'une approche qualitative \bullet .
- Résoudre une équation différentielle du second ordre \star .
- Déterminer la nature du régime libre et connaître les caractéristiques de chacun de ces régimes \boxtimes .

Exercice 1 Décharge d'un condensateur dans un circuit RLC $\bullet\star\boxtimes$

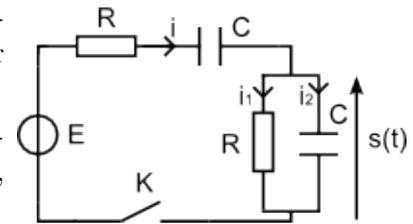
On considère le montage suivant où l'on ferme l'interrupteur K à l'instant $t = 0$. Le condensateur de capacité C est initialement chargé sous une tension u_0 (charge q_0), tandis que le condensateur de capacité C_1 est initialement déchargé.



1. Quelle est l'équation différentielle satisfaite par l'intensité $i(t)$ circulant dans le circuit ?
2. Déterminer l'expression de C_1 en fonction de R , L , C , correspondant à un régime critique de décharge, puis calculer C_1 . AN : $L = 0,10 \text{ H}$, $C = 1,0 \cdot 10^{-7} \text{ F}$, $R = 4 \text{ k}\Omega$ et $u_0 = 10 \text{ V}$.
3. Trouver l'expression du courant $i(t)$ et représenter le graphe de $|i(t)|$.

Exercice 2 Pont de Wien $\bullet\star\boxtimes^{***}$

On considère le circuit représenté sur la figure suivante. Les condensateurs sont initialement déchargés. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K .

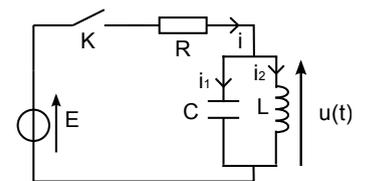


1. Déterminer en vous appuyant sur des arguments physiques les grandeurs suivantes $s(0^+)$, $i(0^+)$, $i_1(0^+)$ et $i_2(0^+)$ puis $s(\infty)$, $i(\infty)$, $i_1(\infty)$ et $i_2(\infty)$.
2. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $s(t)$ est de la forme : $\frac{d^2s}{dt^2} + 3\omega_0 \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0$ où on exprimera ω_0 en fonction de R et C .
3. Résoudre cette équation différentielle. On appellera r_1 et r_2 les deux racines du polynôme caractéristique et on déterminera les constantes d'intégrations en fonction de r_1 et r_2 .

Exercice 3 Circuit RLC quelconque $\bullet\star\boxtimes$

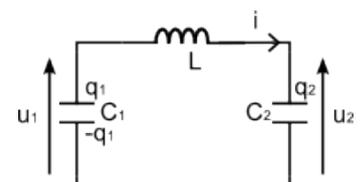
On considère le circuit suivant : L'interrupteur K est fermé à $t = 0$ tandis que le condensateur de capacité C est initialement déchargé. On pose $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = RC\omega_0$.

1. Déterminer les conditions initiales et finales pour i_1 , i_2 et u .
2. Établir l'équation différentielle satisfaite par $u(t)$.
3. On suppose $Q > \frac{1}{2}$, déterminer les expressions de $i_1(t)$ et $i_2(t)$



Exercice 4 Étude d'un circuit oscillant $\boxtimes\star$

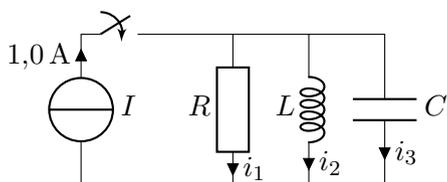
À l'instant $t = 0$, un condensateur de capacité C_1 et de charge initiale Q_0 est connecté à un groupement série L , C_2 . Le condensateur de capacité C_2 est initialement déchargé. On suppose que $C_1 = C_2 = C$ et on note q_1 , q_2 les charges des condensateurs sous les tensions u_1 , u_2 . Le sens positif du courant est indiqué sur la figure. On pose $\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{LC}}$.



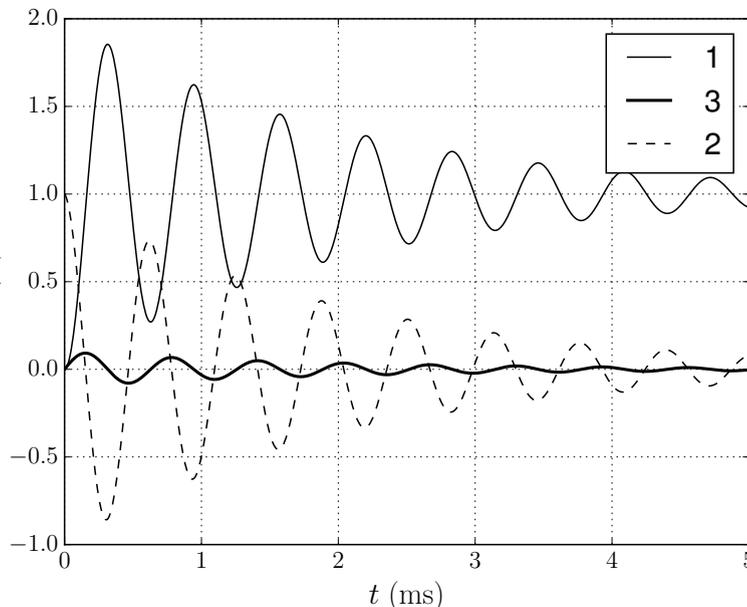
1. Établir les expressions de $u_1(t)$ et $i(t)$, puis représenter l'allure des graphes correspondants.
2. Effectuer un bilan énergétique instantané entre t et $t + dt$, puis sur une période $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$.

Exercice 5 Circuit RLC parallèle ☒☉☉☒

On dispose du circuit RLC parallèle ci-dessous. Le condensateur de capacité C est déchargé pour $t < 0$. À $t = 0$ on ferme l'interrupteur, alimentant ainsi le circuit par un échelon de courant d'intensité $I = 1,0 \text{ A}$. On donne $R = 1,0 \times 10^4 \Omega$ et $L = 0,10 \text{ H}$.



- La figure ci-contre représente l'évolution des trois courants i_1 , i_2 et i_3 en fonction du temps, mais un esprit farceur a mélangé les labels. Pouvez-vous, en justifiant soigneusement les raisonnements menés, associer les trois courbes 1, 2, 3 aux différents courants ?



- Établir l'équation différentielle satisfaite par i_2 .
- À partir des graphes des intensités, estimer la valeur de la capacité C du condensateur.

Exercice 6 Zébulon prend de l'âge ☒☉☉☒

Le petit Jean se désespère : son jouet favori, Zébulon, personnage monté sur ressort, n'oscille plus aussi bien qu'auparavant. Zébulon (masse initiale $m = 0,20 \text{ kg}$) est relié au sol par l'intermédiaire d'un ressort de raideur initiale $k = 15 \text{ N m}^{-1}$ et de longueur à vide l_0 et est soumis à une force de frottement fluide $\vec{F} = -h\vec{v}$. Oz étant un axe vertical ascendant, Zébulon est repéré par sa cote z par rapport au sol horizontal.

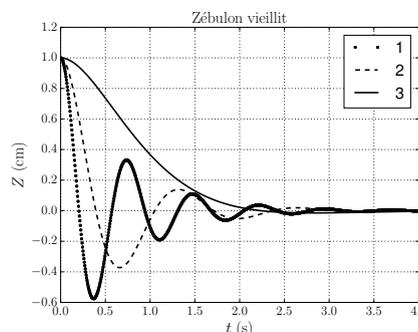
- Quelle est l'unité de h ? Quelles sont les actions auxquelles est soumis Zébulon ? Déterminer l'équation du mouvement de Zébulon et sa position d'équilibre z_{eq} .

- On pose $Z(t) = z(t) - z_{eq}$. Montrer que $Z(t)$ est solution d'une équation d'oscillateur amorti, dont on déterminera la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q .

- Les courbes ci-contre montrent l'évolution des oscillations de Zébulon à mesure qu'il prend de l'âge, la courbe 1 étant celle de sa jeunesse. Déduire de l'examen de ces courbes lequel des deux paramètres m ou k est affecté par le vieillissement de Zébulon. Ce paramètre croît-il ou décroît-il avec l'âge de Zébulon ?

- Pour un régime pseudo-périodique, on définit le décrément logarithmique $\delta = \ln \left(\frac{Z(t)}{Z(t+T)} \right)$ où T est

la pseudo-période des oscillations. En utilisant cette notion et à l'aide des courbes fournies, déterminer la valeur du coefficient de frottement h .



Solutions des exercices

¹Réponses : 1) $\frac{d^2i}{dt^2} + 2z\omega_0 \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0$ avec $z = \frac{R}{2L\omega_0}$ et $\omega_0^2 = \frac{1}{L} \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_1} \right)$; 2) $C_1 = \frac{4LC}{R^2C - 4L}$; 3) $i(t) = -\frac{u_0}{L} te^{-\omega_0 t}$

²Réponses : 3) $s(t) = \frac{E}{\sqrt{5}} (e^{r_1 t} - e^{r_2 t})$

³Réponses : 2) $\ddot{u} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{u} + \omega_0^2 u = 0$

⁴Réponses : 1) $u_1 = \frac{Q_0}{2C} (1 + \cos \omega_0 t)$; $i = \frac{Q_0 \omega_0}{2} \sin \omega_0 t$

⁵Réponses : 2) $\frac{d^2i_2}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{LC} i_2 = \frac{I}{LC}$; 3) $C = \frac{1}{L\omega_0^2} \simeq \frac{T^2}{4\pi^2 L} = 99 \text{ nF}$