## Devoir surveillé n° 7 (Sujet B)

# Thermodynamique

— *La durée de l'épreuve est de 4 heures. Les étudiants ne sont pas autorisés à sortir avant la fin du temps prévu.*
— *L'usage de la calculatrice est autorisé.*
— *Les numéros de questions et les résultats doivent ressortir de votre copie (pas de rédaction monochrome).*
— *Toute application numérique ne comportant pas d'unité sera considérée comme fausse.*
— *Les résultats littéraux non homogènes entraîneront la perte de tous les points de la question.*
— *Si au cours de l'épreuve vous repérez ce qui semble être une erreur d'énoncé, vous le signalerez sur votre copie et poursuivrez votre composition en expliquant les raisons des initiatives que vous avez été amené à prendre.*

## Problème 1 Bilan thermique d'un cycliste d'appartement

La thermorégulation d'un athlète est étudiée sur un vélo d'appartement ce qui permet d'éviter de devoir prendre en compte l'étude de l'influence de la vitesse.

En l'absence de variation d'énergie cinétique macroscopique et d'énergie potentielle, le premier principe de la thermodynamique pour un système fermé relie la variation d'énergie interne de ce système aux échanges avec le milieu extérieur.

### A Quelques généralités

**A.1** Rappeler l'expression du premier principe pour une transformation élémentaire en précisant les noms des différentes grandeurs physiques qui interviennent.

**A.2** Quel sont les différents modes de transfert thermique que le cycliste peut échanger avec l'extérieur. On développera chacun des modes.

**A.3** Définir la capacité thermique à volume constant d'un système (on attend une phrase et une expression). Que devient cette expression pour un gaz parfait ? pour une phase condensée incompressible et indilatable ?

**A.4** Dessiner l'allure du diagramme $(P, T)$ d'équilibre de l'eau. On fera apparaître sur ce diagramme les différentes phases ainsi que les points triple et critique dont on donnera la définition.

**A.5** Qu'est ce qui distingue la vaporisation et l'évaporation ? Quels sont les critères permettant de prédire un phénomène d'évaporation ?

### B Un premier modèle

On suppose que la puissance thermique dégagée par les muscles est égale aux trois quarts de la puissance mécanique algébrique $\mathcal{P}$ fournie par le cycliste. Cette puissance thermique de valeur absolue $\dfrac{3|\mathcal{P}|}{4}$ est reçue par le cycliste.

Nous allons modéliser le corps d'un cycliste par un solide homogène de capacité thermique $C$, de température $\theta$, en contact avec l'atmosphère de température constante $\theta_0 \leq \theta$ (en °C). Nous ne prendrons pas en compte dans un premier temps la transpiration mais les transferts thermiques par conduction et convection entre le cyclisme et l'atmosphère au niveau de la peau ; ces transferts sont proportionnels :

- à l'écart de température entre la surface de la peau et l'air ;
- à la surface de contact $S$ entre le cycliste et l'air ;
- et à la durée considérée.

Cette loi de transfert thermique (dite loi de Newton) est donc de la forme $\delta Q = h(\theta_0 - \theta)S\mathrm{d}t$ où $\delta Q$ représente les échanges thermiques entre le cycliste et l'atmosphère entre $t$ et $t + \mathrm{d}t$, et $h$ un paramètre constant positif.

La capacité thermique totale notée $C$ du cycliste est évaluée à $C = 3{,}0 \times 10^2\,\mathrm{kJ\,K^{-1}}$.

**B.1** Donner l'expression du transfert thermique élémentaire échangé avec les muscles, noté $\delta Q_m$ pendant la durée $\mathrm{d}t$ en fonction de la puissance mécanique $\mathcal{P}$.

**B.2** Dans l'application du premier principe de la thermodynamique au cycliste, seuls les transferts thermiques reçus par le cycliste doivent être pris en compte. Montrer alors que l'équation différentielle vérifiée par la température du solide est de la forme :

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} + a\theta = b$$

où $a = \dfrac{hS}{C}$ et $b = \dfrac{hS\theta_0}{C} - \dfrac{3\mathcal{P}}{4C}$.

**B.3** À partir de cette équation différentielle, justifier qu'il est possible de déterminer un temps caractéristique de l'évolution de la température du cycliste. Donner son expression et sa valeur numérique si $h = 11\,\mathrm{W\,K^{-1}\,m^{-2}}$, $\mathcal{P} = -4{,}0 \times 10^2\,\mathrm{W}$, $S = 0{,}70\,\mathrm{m}^2$ (1,80 m pour 80 kg) et $\theta_0 = 20\,°\mathrm{C}$.

**B.4** Déterminer la température finale du cycliste.

**B.5** Conclure sur la validité du modèle.

## C Prise en compte de la sudation

On envisage désormais un aspect supplémentaire de la régulation thermique avec la sudation et l'évaporation de la sueur tout en conservant la conduction et la convection.

**C.1** À température et pression constantes, la vaporisation d'un liquide en gaz est-elle un changement d'état qui nécessite de recevoir de l'énergie ou qui en cède ?

**C.2** Quel est le nom du changement d'état qui fait passer un corps pur de l'état gazeux à l'état liquide ?

L'enthalpie massique de vaporisation de la sueur, notée $\Delta_{\mathrm{vap}}h(\theta_c)$, vaut $2{,}45 \times 10^3\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}}$ à la température $\theta_c$ considérée dans cette étude. On introduit le débit massique de sueur noté $D_m$ afin d'ajouter un nouveau transfert thermique dans le bilan.

Le régime stationnaire est atteint, il n'y a pas d'accumulation de sueur sur la peau et le débit massique est constant.

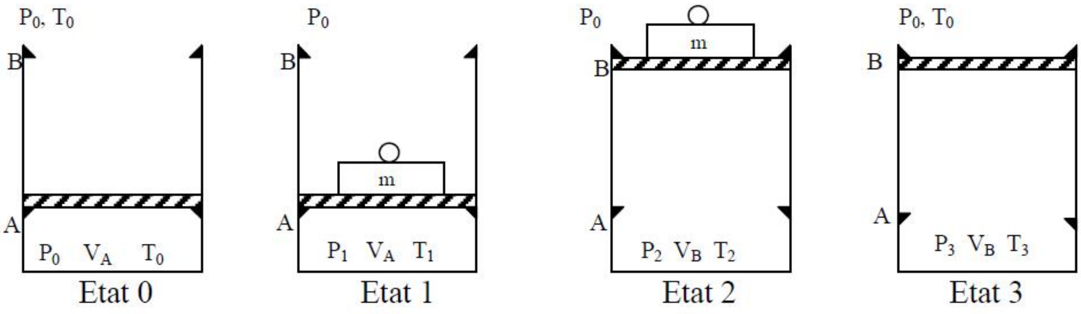
**C.3** Écrire le nouveau bilan d'énergie à partir du premier principe de la thermodynamique. On suppose que la présence de la sueur ne modifie pas les autres termes énergétiques de conduction et de convection. En déduire la nouvelle équation différentielle vérifiée par $\theta_c$.

**C.4** En déduire l'expression du débit massique et calculer sa valeur numérique pour maintenir la température $\theta_c$. On prendra $\theta_c = 37\,°$.

**C.5** On assimile la sueur à de l'eau dont la masse volumique est $\rho = 1{,}0 \times 10^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$. Exprimer puis calculer le volume de sueur nécessaire pour maintenir la température du corps à $\theta_c$ pendant un effort de 4 h. Conclure.

# Problème 2 Étude d'un cycle thermodynamique

**Les différentes transformations seront supposées infiniment lentes.** On imagine un cylindre aux parois diathermanes (perméables au transfert thermique), fermé par un piston. Le piston, de masse négligeable, peut glisser sans frottement entre 2 cales $A$ et $B$, sa section est $S$. Dans l'état initial, le piston est en $A$, le cylindre renferme un volume $V_A$ d'air supposé gaz parfait, de coefficient $\gamma$, à la température de l'extérieur : $T_0$, pression $P_0$, (gaz dans l'état 0 : $P_0, V_A, T_0$).




On place une masse $m$ sur le piston et on chauffe très doucement le gaz par un moyen approprié, non représenté sur le schéma, jusqu'à ce que le piston décolle juste de la cale A (gaz dans l'état 1 : $P_1, V_A, T_1$). Puis, on maintient le chauffage jusqu'à ce que le piston arrive juste en B (gaz dans l'état 2 : $P_2, V_B, T_2$), le chauffage est alors arrêté.
On ôte m et on laisse refroidir l'ensemble jusqu'à ce que le piston décolle juste de B (gaz dans l'état 3 : $P_3, V_B, T_3$).
On laisse toujours refroidir jusqu'à la température $T_0$, alors, le piston revient en A (gaz dans l'état 0), le cycle est terminé.

**Données :**
$V_B = 1,00\ L, V_A = 330\ mL, T_0 = 300\ K, P_0 = 1,00\ bar, m = 10,0\ kg, S = 100\ cm^2, g = 9,81\ N.kg^{-1}, \gamma = 1,40$.
La constante des gaz parfaits est : $R = 8,31\ J.K^{-1}.mol^{-1}$. Les capacités thermiques du gaz seront supposées indépendantes de la température et $\gamma = \frac{C_{pm}}{C_{vm}}$ avec $C_{pm}$ et $C_{vm}$ : capacités thermiques molaires, respectivement à pression et à volume constants du gaz.

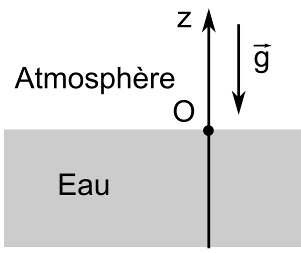
1. Montrer que : $R = C_{pm} - C_{vm}$.
2. On admet que la capacité thermique à volume constant $C_v$ s'écrit $C_v = \dfrac{nR}{\gamma - 1}$ où $n$ est la quantité de matière du gaz enfermé. Exprimer $C_p$ et $C_v$ en fonction de $P_0$, $V_A$, $T_0$ et $\gamma$.
3. Quelle est la nature de la transformation de 0 à 1 subie par le gaz ?
4. Exprimer la pression $P_1$ et la température $T_1$ en fonction de $P_0, T_0, m, g, S$. Faire l'application numérique.
5. Exprimer le transfert thermique $Q_{01}$ reçue par le gaz au cours de cette transformation en fonction des données puis faire l'application numérique.
6. Quelle est la nature de la transformation 1 à 2 subie par le gaz ?
7. Exprimer la température $T_2$ en fonction de $T_1, V_A, V_B$. Faire l'application numérique.
8. Exprimer le transfert thermique $Q_{12}$ reçue par le gaz au cours de cette transformation en fonction des données puis faire l'application numérique.
9. Quelles sont les natures des transformations 2 à 3 et 3 à 0 subies par le gaz ?
10. Exprimer le travail $W$ algébriquement reçu par le gaz de l'extérieur, au cours du cycle, en fonction de $m, g, V_A, V_B, S$. Faire l'application numérique.
11. Justifier que le rendement de ce « moteur » s'écrit $\eta = \frac{-W}{Q_{01}+Q_{12}}$ puis calculer numériquement sa valeur.
12. Tracer l'allure du diagramme de Clapeyron du cycle considéré. Comment peut-on justifier le sens de parcours de ce cycle ?
13. Retrouver, d'après le diagramme, le travail $W$ calculé précédemment.

## Problème 3 La plongée sous marine

Si la plongée sous-marine apporte des joies multiples, elle présente aussi des dangers, liés aux aspects physiologiques et anatomiques du corps humain.

### A Plongée libre (sans bouteille)

L'eau où le plongeur évolue est considérée comme un liquide homogène et incompressible, de masse volumique $\rho = 1{,}0 \times 10^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$, en équilibre dans le champ de pesanteur $\vec{g}$ uniforme avec $g = 9{,}8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$. La surface libre de l'eau (cote $z = 0$) est en contact avec l'atmosphère, de pression constante $P_a = 1{,}0 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$.




**A.1** La pression $P(z)$ de l'eau en un point de cote $z$ s'écrit : $P(z) = P_a - \rho g z$ ; tracer le graphe de $P(z)$.

**A.2** On assimile l'air contenu dans les poumons du plongeur à un gaz parfait ; cet air est caractérisé par une pression $P(z)$ identique à celle de l'eau à la cote $z$, un volume $V(z)$ (capacité pulmonaire) variable (la cage thoracique se déforme sous l'effet de la pression), et enfin par une température $T_i$, constante et indépendante de la profondeur. Calculer la capacité pulmonaire du plongeur à une cote $z$ sachant que celui-ci, avant de plonger, gonfle ses poumons à leur capacité maximale $V_M$ puis bloque sa respiration.

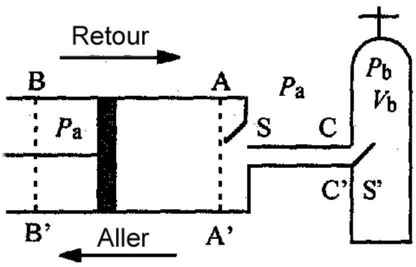
On donne $z = -10\,\mathrm{m}$ et $V_M = 7{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3}$. On définit le poids apparent du plongeur comme la résultante de la poussée d'Archimède et du poids. Comment varie la flottabilité du plongeur lorsque la profondeur augmente ?

**A.3** Afin de faciliter leur descente lors des premiers mètres, les plongeurs utilisent souvent un lest, plaque de plomb de volume négligeable, accrochée à une ceinture et facilement largable. Ce lest ne doit pas être trop lourd car un surlestage peut inciter à descendre à une profondeur excessive. On appelle $m$ la masse du plongeur, $V^*(z)$ le volume de son corps et $V_0$ le volume de son corps sans compter celui de la cage thoracique, de sorte que $V^*(z) = V_0 + V(z)$. Quelle masse $m_1$ de lest choisir si l'on adopte comme règle de sécurité le fait que le plongeur doit avoir une flottabilité nulle à la profondeur de 5,0 mètres ? Application numérique : $V_0 = 0,077\ m^3$ et $m = 80\ kg$.

### B Plongée avec bouteille et détendeur

#### B.1 Remplissage de la bouteille

Afin d'effectuer le remplissage d'une bouteille à parois indéformables, de volume $V_b$, on utilise un compresseur constitué (cf figure ci-contre) d'un cylindre, de deux soupapes $S$ et $S'$ et d'un piston, mobile sans frottement entre les positions extrêmes $AA'$ et $BB'$. Lors de l'aller (phase d'aspiration) la soupape $S$ est ouverte alors que $S'$ est fermée ; on a alors admission de l'air atmosphérique dans le cylindre à la pression $P_a$.




Compresseur

Lors du retour (phase de compression), l'air dans le cylindre est comprimé, de la pression $P_a$ à la pression $P_b$ ; la soupape $S$ est fermée alors que la soupape $S'$ s'ouvre dès que la pression dans le cylindre devient supérieure à celle de la bouteille $P_b$. Quand le piston est en $AA'$, le volume limité par le piston et la section $CC'$ est $V_{min}$ ; quand le piston est en $BB'$, ce volume est égal à $V_{max}$. Les transformations de l'air sont isothermes (les températures dans le cylindre et dans la bouteille sont identiques, égales à la température $T_a$ de l'atmosphère) ; les transformations sont quasi-statiques ; l'air est toujours considéré comme un gaz parfait.

**B.1.1** La pompe n'ayant pas encore fonctionné, l'état initial du système est le suivant :

- Bouteille : pression $P_b = P_a$, température $T_b = T_a$.
- Cylindre : pression $P_a$, température $T_a$, position du piston $AA'$.

Le piston fait un aller et un retour. Déterminer la pression $P_b$ à l'intérieur de la bouteille à la fin de cette transformation ; en déduire, sous l'hypothèse $V_{min} \ll V_b$, la variation $\Delta n$ du nombre de moles d'air contenues dans la bouteille.

Application numérique : $V_b = 5{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3}$, $V_{min} = 2{,}0 \times 10^{-5}\,\mathrm{m^3}$, $V_{max} = 2{,}0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3}$, $T_a = 293\,\mathrm{K}$ et $R = 8{,}31\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$.

**B.1.2** Le compresseur ayant fonctionné, on considère qu'à un instant $t$ donné, la soupape $S$ est ouverte alors que la soupape $S'$ est fermée ; l'état du système est alors le suivant :

- Bouteille : pression $P_b = P$, température $T_b = T_a$
- Cylindre : pression $P_a$, température $T_a$, position du piston $AA'$.

Le piston fait un aller-retour ; déterminer le volume d'air $V'$ dans le cylindre lorsque la soupape $S'$ s'ouvre, puis, en fonction de $P$, $V_b$, $P_a$, $V_{min}$ et $V_{max}$, la pression $P'$ dans la bouteille à la fin de cette opération. En déduire, en fonction des mêmes grandeurs, la variation $\Delta P$ de la pression à l'intérieur de la bouteille. Déterminer la pression maximale $P_{max}$ que l'on peut obtenir par ce procédé et interpréter le résultat obtenu.

**B.1.3** Calculer $\Delta P$ et $P_{max}$ pour $P = 0{,}20 \times 10^7\,\text{Pa}$, et en conservant les données numériques antérieures.

**B.1.4** On considère l'instant $t$ de la question B.1.2, l'état du système étant identique. Le piston fait $\alpha$ allers-retours par seconde, la durée de chaque aller-retour est notée $\Delta t$ ($\Delta t = \frac{1}{\alpha}$). Établir l'équation différentielle liant $P$ et $\frac{dP}{dt}$ (on assimilera $\frac{\Delta P}{\Delta t}$ à $\frac{dP}{dt}$).

**B.1.5** Le compresseur ayant démarré à l'instant $t = 0$, les conditions initiales étant celles qui ont été définies à la question B.1.1, déterminer la pression $P(t)$ à un instant $t$ quelconque.

Compte tenu de l'inégalité $V_{min} \ll V_b$, on pourra poser $\tau = \frac{Vb}{\alpha V_{min}}$. Pour $\alpha = 4$ allers et retours par seconde, calculer le temps $T$ au bout duquel la pression $P$ dans la bouteille est égale à $0{,}50 \times 10^7\,\text{Pa}$.

### B.2 Utilité du détendeur

La pression dans la bouteille peut varier de 100 à 200 bars en début de plongée jusqu'à 30 à 50 bars en fin de plongée : la réserve de sécurité est caractérisée par la pression de seuil $P_s$.

Il faut ramener la pression de l'air sortant de la bouteille à la pression ambiante, pression de l'air respiré par le plongeur. Le détendeur assure cette fonction. Ce dispositif, inséré entre la bouteille d'air et la bouche du plongeur, fournit de l'air à la demande de ce dernier. Le détendeur possède ainsi plusieurs fonctions :

- il réduit la pression de l'air issu de la bouteille à la pression $P(z)$ de l'endroit où se trouve le plongeur,
- il fournit la quantité d'air nécessaire à la respiration du plongeur à la pression $P(z)$,
- il se bloque lorsque la pression $P_b$ de l'air dans la bouteille devient de l'ordre de la pression seuil $P_s$. Le plongeur est alors averti qu'il doit passer sur la réserve et remonter.

**B.2.1** Au début de la plongée, la bouteille, de volume $V_b$, est remplie d'air à la température $T_b = T_a$ sous une pression $P$ ; en profondeur ou en surface, la bouteille et son contenu prennent instantanément la température $T_e$, constante, de l'eau environnante. Calculer le nombre de moles d'air contenues dans la bouteille, d'une part au début de la plongée ($n_i$), d'autre part au moment où le détendeur se bloque ($n_s$).

Application numérique : $P = 1{,}0 \times 10^7\,\text{Pa}$, $P_s = 4{,}0 \times 10^5\,\text{Pa}$, $V_b = 5{,}0 \times 10^{-3}\,\text{m}^3$, $T_a = 293\,\text{K}$ et $T_e = 288\,\text{K}$.

**B.2.2** La respiration du plongeur est périodique, de fréquence $f$. Sous la pression locale $P(z)$ et à la température $T_e$, le volume moyen de l'air inspiré au cours de chaque cycle (avant d'être ensuite rejeté à l'extérieur) est $\Omega_0$ ; calculer le temps $\Delta t_s(z)$ au bout duquel le détendeur se bloque ; pour simplifier les calculs on admettra que le temps de descente du plongeur à la profondeur $z$ est négligeable, que ce dernier se maintient tout le temps $\Delta t_s(z)$ à la profondeur $z$ et que le volume $\Omega_0$ ne dépend pas de la profondeur.

Application numérique : $z = -20\,\text{m}$, $\Omega_0 = 2{,}0 \times 10^{-3}\,\text{m}^3$, $f = 0{,}20\,\text{s}^{-1}$ et $T = 288\,\text{K}$.

**B.2.3** Comparer $\Delta t_s(z)$ au temps $\Delta t_s(0)$ mis par le détendeur pour se bloquer si le plongeur reste en surface, où $z = 0$ et $T = T_a$.

## Problème 4 Navigation d'une planche à voile par vent arrière

Ce problème porte sur l'étude de la propulsion des planches à voile, dans un modèle simplifié. Afin de comprendre les différents phénomènes physiques responsables du déplacement de la planche à voile sur un plan d'eau ainsi que des changements de directions de la planche, nous allons nous intéresser tout d'abord à la force propulsive associée au vent.

## A Une première approche : collisions des molécules d'air sur la voile

Dans un premier temps, on considère une planche à voile qui se déplace dans la même direction que le vent. La vitesse du vent est supposée constante, elle est caractérisée par le vecteur $\vec{v}_v = v_v \vec{e}_x$.

La vitesse de la planche à voile est caractérisée par le vecteur $\vec{v}_p = v_p \vec{e}_x$, colinéaire à $\vec{v}_v$, et telle que $\vec{v}_v \cdot \vec{v}_p > 0$.

La voile est assimilée à un triangle isocèle plein de surface $S$, dont l'un des deux côtés de longueur identique $a$ constitue le mât de la voile. L'angle au sommet symétrique du triangle isocèle est appelé $\alpha$. Le mât de la voile fait un angle $\theta$ avec la verticale. Le poids du mât sera négligé dans cette partie. Le point d'attache du mât sur la planche est noté $O$.

Dans cette sous-partie, nous supposerons que le plan de la voile est orthogonal à la fois à la direction du vent et au plan contenant la planche. Le plan de la planche est supposé horizontal. Ces différentes informations sont récapitulées sur la figure 1 ci-dessous.

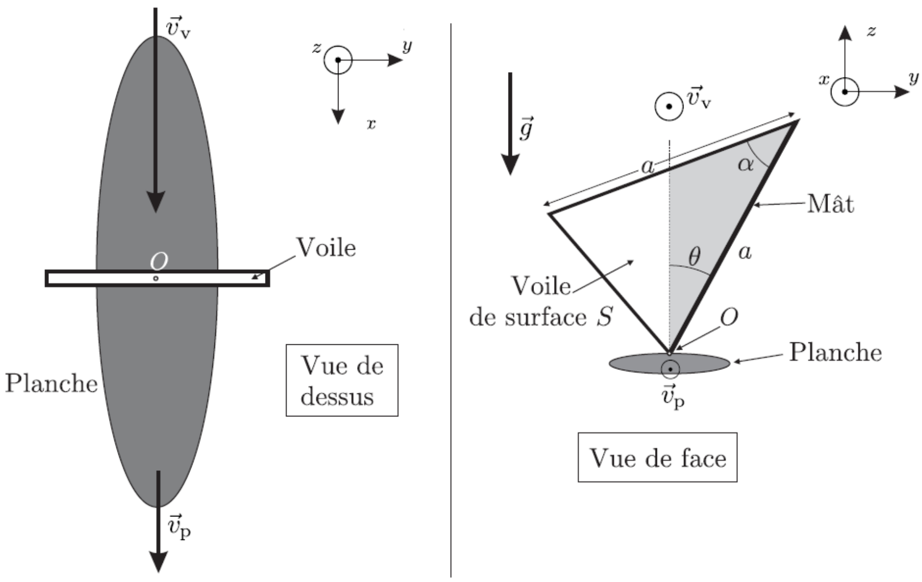



FIGURE 1 – Représentation schématisée de la planche et de sa voile.

Afin d'estimer la force propulsive du vent dans la voile dans cette configuration particulière, le modèle le plus simple consiste à supposer que l'air est un gaz homogène composé de particules de masse $m$ se déplaçant à une vitesse $\vec{v}_v$. Lors du choc avec la voile, ces particules cèdent intégralement leur quantité de mouvement à la voile. On admet que le temps caractéristique $\tau$ associé à la collision d'une particule d'air avec la voile correspond à celui du transfert de sa quantité de mouvement. On négligera les effets de bord dans ce modèle.

**A.1** Exprimer le nombre $N$ de particules d'air qui entrent en collision avec la voile pendant un temps $\tau$ en fonction de $m$, $S$, $v_v$ et $\tau$ et de la masse volumique de l'air notée $\rho_a$.

**A.2** En précisant les hypothèses nécessaires, déterminer l'expression de la force $\vec{f}$ associée à l'impact d'une molécule.

**A.3** En déduire l'expression de la force propulsive $\vec{F}$ exercée dans la voile par le vent en fonction de $\rho_a$, $v_v$ et $S$.

Il existe une valeur d'angle $\theta = \theta_d$ pour laquelle le mode de propulsion envisagé permet un déplacement en ligne droite dans la direction du vent, sans dérive ou changement de direction. Dans cette configuration, notée $\mathcal{S}$, la force propulsive se répartit symétriquement sur les deux parties de la voile séparées par l'axe $(O, \vec{e}_z)$.

**A.4** Établir l'expression de $S$ en fonction de $a$ et de $\alpha$.

Établir l'expression de la surface $S'$ de la voile située à la droite de la verticale et représentée en grisé sur la vue de face de la figure 1. On exprimera $S'$ en fonction de $a$, $\alpha$ et $\theta$. En déduire que la configuration $\mathcal{S}$ est caractérisée par la relation : $\tan\theta_d = \dfrac{\sin\alpha}{2-\cos\alpha}$. Déterminer la valeur numérique de $\theta_d$ pour une voile dont l'angle au sommet est $\alpha = 60\,^\circ$.

## B Prise en compte d'éléments de mécanique des fluides

Le modèle simple de collisions entre les molécules d'air et la voile ne donne qu'une estimation de l'ordre de grandeur de la force propulsive sur la voile. En effet, ce modèle néglige complètement la mécanique des fluides autour de la voile. En particulier, les écoulements de l'air autour de la voile ne sont pas pris en compte. Lors de la mesure de ces écoulements en soufflerie avec une voile fixe, rigide et perpendiculaire au vent, on trouve une force propulsive phénoménologique colinéaire à la direction du vent de la forme :

$$\vec{F}_{\text{pro}} = \frac{1}{2}\rho_a C_v S v_c^2 \vec{e}_x \qquad (1)$$

Dans cette relation, le coefficient sans dimension $C_v$, dépend de plusieurs facteurs dont la courbure de la voile, son orientation par rapport à l'écoulement moyen mais aussi et dans une moindre mesure de la vitesse du vent. Nous supposerons par la suite que la force propulsive est donnée par la relation (1), avec un coefficient $C_v$ indépendant de la vitesse du vent.

Par ailleurs, le déplacement de la planche à la surface de l'eau engendre une force résistante entre la planche et l'eau, qui dépend de la vitesse de la planche par rapport à l'eau. Nous supposerons pour simplifier que cette force est de direction opposée à la force propulsive, et que son intensité est donnée par une relation inspirée de la relation (1), soit

$$\vec{F}_{res} = -\frac{1}{2}\rho_e C_p S_p v_p^2 \vec{e}_x \qquad (2)$$

dans laquelle on a utilisé maintenant la masse volumique $\rho_e$ de l'eau, la surface de frottement effective entre la planche et l'eau $S_p$ et le coefficient sans dimension $C_p$.

**B.1** Lorsque la planche à voile se déplace à une vitesse $\vec{v}_p$, quelle est l'expression de la vitesse du vent qui souffle dans la voile relativement au référentiel entrainé avec la planche ? Ce vent s'appelle le vent apparent, sa vitesse est notée $\vec{v}_{va}$ **c'est elle qu'il faut prendre en compte dans l'expression (1) de la force propulsive**.

**B.2** En supposant un mouvement uniforme de la planche à voile à la vitesse $\vec{v}_p$, exprimer la norme de cette vitesse en fonction de $v_v$ et de la quantité $\sigma = \sqrt{\dfrac{\rho_e C_p S_p}{\rho_a C_v S}}$. Est-il possible pour la planche à voile d'aller plus vite que le vent ?