

Problème I Étude d’une installation nucléaire REP

La France compte 19 centrales nucléaires en exploitation, dans lesquelles tous les réacteurs (58 au total) sont des réacteurs à eau pressurisée. Actuellement, ces installations produisent près de 80% de l’électricité produite en France. Chaque centrale est soumise à un référentiel de normes de sureté et de sécurité évoluant en fonction des enseignements des incidents passés nationaux ou internationaux.

Le but de ce problème est d’étudier quelques aspects liés au fonctionnement d’une centrale nucléaire REP. Une centrale nucléaire est un site industriel destiné à la production d’électricité, qui utilise comme chaudière

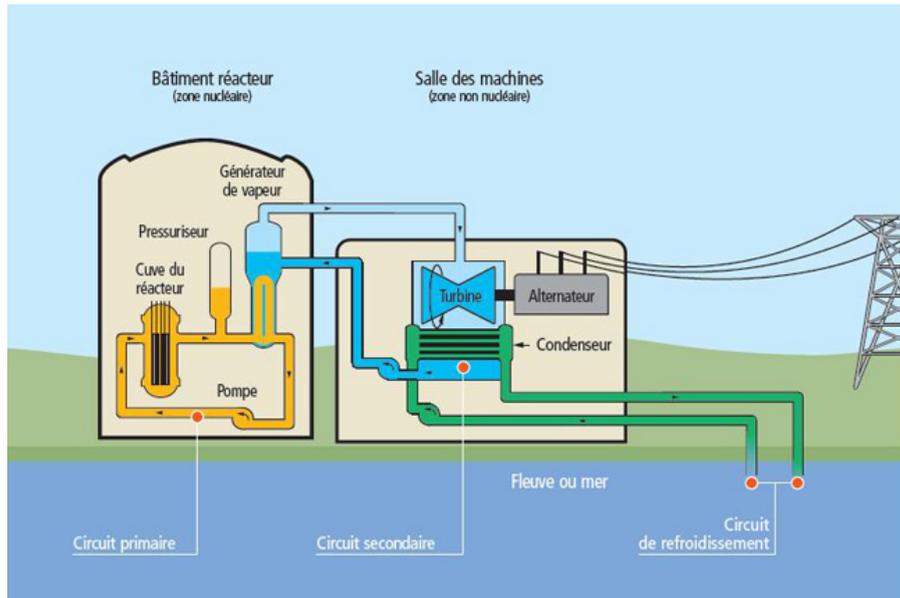


FIGURE 1 – Schéma global d’une centrale nucléaire

un réacteur nucléaire pour produire de la chaleur. Une centrale nucléaire REP (Réacteur à Eau Pressurisée) est constituée de deux grandes zones (voir Figure 1) :

- une zone non nucléaire (salle des machines). Dans cette partie, semblable à celle utilisée dans les centrales thermiques classiques, s’écoule de l’eau dans un circuit secondaire. Cette eau est évaporée dans le Générateur de Vapeur (GV) par absorption de la chaleur produite dans la zone nucléaire, puis elle entraîne une turbine (T) couplée à un alternateur produisant de l’électricité, ensuite elle est condensée au contact d’un refroidisseur (rivière ou mer ou atmosphère via une tour aéroréfrigérante) et enfin, elle est comprimée avant d’être renvoyée vers le générateur de vapeur ;
- une zone nucléaire (dans le bâtiment réacteur), où ont lieu les réactions nucléaires de fission, qui produisent de l’énergie thermique et chauffent ainsi l’eau sous pression circulant dans le circuit primaire. Le transfert d’énergie thermique entre le circuit primaire et le circuit secondaire se fait dans le générateur de vapeur, où la surface d’échange entre les deux fluides peut atteindre près de 5 000 m² (réseau de tubulures).

On considère dans ce problème une centrale nucléaire REP produisant une puissance électrique $P_e = 900$ MW. Le fluide circulant dans le circuit secondaire est de l’eau, dont l’écoulement est supposé stationnaire. Le cycle thermodynamique décrit par l’eau est un cycle ditherme moteur. L’eau liquide sera supposée incompressible et de capacité thermique massique isobare supposée constante. Le tableau ci-dessous donne diverses données thermodynamiques relatives à l’équilibre liquide–vapeur de l’eau.

θ (°C)	P_{sat} (bar)	Liquide saturant			Vapeur saturante sèche		
		v_ℓ (m ³ .kg ⁻¹)	h_ℓ (kJ.kg ⁻¹)	s_ℓ (kJ.K ⁻¹ kg ⁻¹)	v_v (m ³ .kg ⁻¹)	h_v (kJ.kg ⁻¹)	s_v (kJ.K ⁻¹ kg ⁻¹)
30	0,043	1,0047	125,22	0,4348	32,892	2555,92	8,4530
180	10	1,1276	763,18	2,1395	0,119404	2777,84	6,5854
270	55	1,3053	1190,10	2,9853	0,03505	2788,46	5,9226

- θ température
- P_{sat} pression de vapeur saturante
- v_ℓ volume massique du liquide saturant
- h_ℓ enthalpie massique du liquide saturant
- s_ℓ entropie massique du liquide saturant
- v_v volume massique de la vapeur saturante sèche
- h_v enthalpie massique de la vapeur saturante sèche
- s_v entropie massique de la vapeur saturante sèche

Capacité thermique massique isobare de l’eau : $c = 4,18$ kJ.K⁻¹.kg⁻¹

On donne en annexe (document réponse) le diagramme enthalpique (P, h) de l'eau. Sur ce diagramme sont représentées :

- les courbes isotitres (pointillés)
- les isentropiques (traits fins) : s est donné en $\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
- les isothermes (traits gras) : sous la courbe de saturation et dans le domaine du liquide seules les amorces sont représentées. Les températures sont données en $^{\circ}\text{C}$.

Dans tout le problème on donnera les résultats numériques avec trois chiffres significatifs.

A Cycle de Carnot

Dans une première approche simplifiée, on considère le moteur ditherme de Carnot fonctionnant de manière réversible entre deux sources de température T_{ch} et T_{fr} ($T_{\text{fr}} < T_{\text{ch}}$).

A.1 Donner, en la redémontrant, l'expression du rendement de Carnot associé à ce cycle.

A.2 Donner la valeur numérique de ce rendement en prenant $T_{\text{ch}} = 543 \text{ K}$ et $T_{\text{fr}} = 303 \text{ K}$, les deux températures extrêmes de l'eau dans le circuit secondaire.

A.3 Sachant qu'un réacteur REP fournit à l'eau du circuit secondaire, via le générateur de vapeur, une puissance thermique $P_t = 2\,785 \text{ MW}$, que vaut le rendement thermodynamique réel de l'installation? On supposera que la puissance mécanique transmise à la turbine est intégralement convertie en puissance électrique. Commenter.

B Cycle de Rankine

L'eau du circuit secondaire subit les transformations suivantes (représentées dans la Figure 2)

- de A à B : dans le générateur de vapeur, échauffement isobare du liquide à la pression $P_2 = 55 \text{ bar}$ jusqu'à un état de liquide saturant (état noté A'), puis vaporisation totale isobare jusqu'à un état de vapeur saturante sèche (état B);
- de B à C : détente adiabatique réversible dans la turbine, de la pression P_2 à la pression $P_1 = 43 \text{ mbar}$;
- en C , le fluide est diphasé;
- de C à D : liquéfaction totale isobare dans le condenseur, jusqu'à un état de liquide saturant;
- de D à A : compression adiabatique réversible, dans la pompe d'alimentation, de la pression P_1 à la pression P_2 , du liquide saturant sortant du condenseur. On négligera le travail consommé par cette pompe devant les autres énergies mises en jeu.

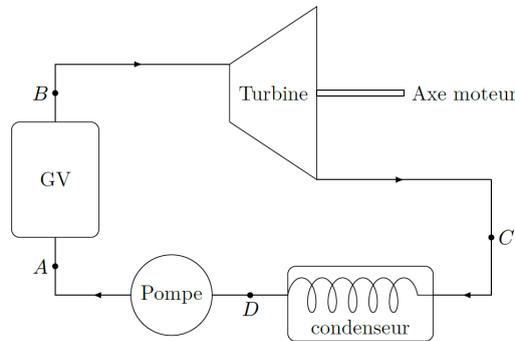


FIGURE 2 – Cycle de Rankine

B.1 Représenter dans le diagramme de Clapeyron (P, v) l'allure de la courbe de saturation de l'eau, ainsi que les isothermes T_B , T_D et T_{critique} , cette dernière température étant celle du point critique de l'eau. Préciser les domaines du liquide, de la vapeur, de la vapeur saturante. Représenter sur ce même diagramme l'allure du cycle décrit par l'eau du circuit secondaire. Indiquer le sens de parcours du cycle et placer les points A , A' , B , C et D .

B.2 D'après l'extrait de table thermodynamique donné en début d'énoncé, quelles sont les valeurs des températures, des enthalpies massiques et des entropies massiques aux points A' , B et D ? On pourra donner les valeurs sous forme de tableau.

B.3 Définir l'enthalpie massique de vaporisation puis la calculer à partir de la table à 270°C . Quelle est la relation entre l'enthalpie massique de vaporisation et l'entropie massique de vaporisation à la température T . Vérifiez cette relation à la température de 270°C .

B.4 Dans le document réponse figure le diagramme enthalpique (P, h) de l'eau. Placer, avec soin et à l'échelle, les points A' , B , C , D du cycle. On explicitera la méthode.

B.5 Dans toute la suite, on négligera les variations d'énergie cinétique et potentielle dans les bilans énergétiques. Exprimer alors, sans démonstration, le premier principe de la thermodynamique pour un fluide en écoulement stationnaire recevant de manière algébrique le travail massique utile w_u et le transfert thermique massique q .

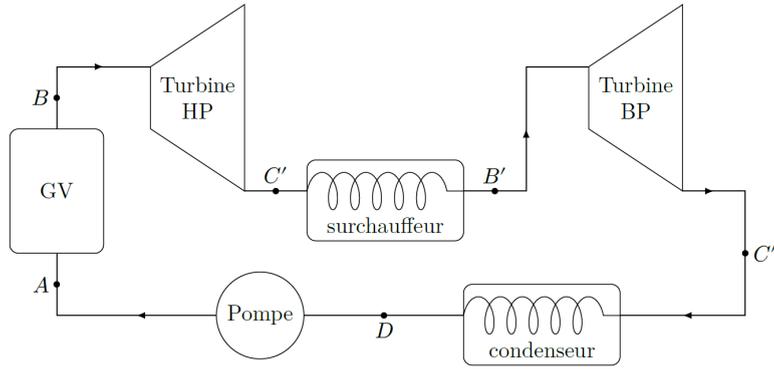


FIGURE 3 – Cycle de Rankine avec une détente étagée

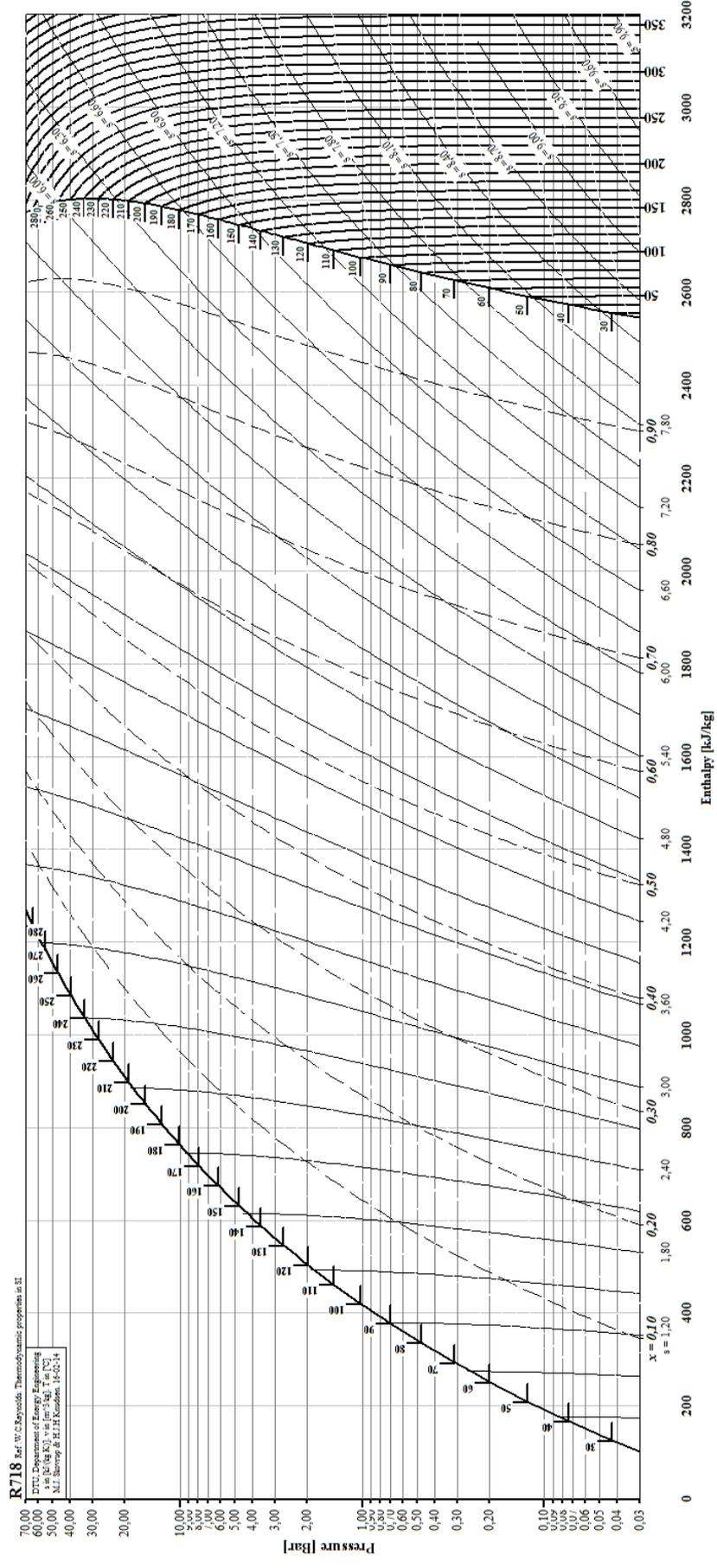
- B.6** Exprimer le travail massique w_{BC} reçu par l'eau dans la turbine. Donner sa valeur numérique, en s'aidant du diagramme enthalpique.
- B.7** A l'aide des données du tableaux, exprimer le transfert thermique massique $q_{AA'}$ reçu par l'eau liquide quand elle passe de manière isobare de la température T_A à la température $T_{A'}$ dans le générateur de vapeur. Donner sa valeur numérique : on considérera $T_A \approx T_D$.
- B.8** Retrouver le résultat précédent à l'aide de la capacité thermique massique de l'eau liquide et des températures. Commenter.
- B.9** Exprimer le transfert thermique massique $q_{A'B}$ reçu par l'eau quand elle se vaporise complètement dans le générateur de vapeur. Donner sa valeur numérique.
- B.10** Calculer alors le rendement de Rankine de l'installation. Comparer au rendement de Carnot et commenter. Comparer au rendement réel et commenter.
- B.11** Dans quel état se trouve l'eau à la fin de la détente de la turbine ? Donner le titre massique en vapeur à l'aide du diagramme enthalpique. En quoi est-ce un inconvénient pour les parties mobiles de la turbine ?

C Cycle de Rankine avec détente étagée

Le cycle réel est plus compliqué que celui étudié précédemment (voir Figure 3). En effet, d'une part, la détente est étagée : elle se fait d'abord dans une turbine « haute pression » puis dans une turbine « basse pression ». D'autre part, entre les deux turbines, l'eau passe dans un « surchauffeur ». Les transformations sont maintenant modélisées par :

- de A à B : dans le générateur de vapeur, échauffement isobare du liquide à la pression $P_2 = 55 \text{ bar}$, jusqu'à un état de liquide saturant (état noté A'), puis vaporisation totale isobare jusqu'à un état de vapeur saturante sèche (point B);
- de B à C' : détente adiabatique réversible dans la turbine « haute pression », de la pression P_2 à la pression $P_3 = 10 \text{ bar}$;
- de C' à B' : échauffement isobare à la pression P_3 , dans le surchauffeur, jusqu'à un état de vapeur saturante sèche (point B');
- de B' à C'' : détente adiabatique réversible dans la turbine « basse pression », de la pression P_3 à la pression $P_1 = 43 \text{ mbar}$;
- de C'' à D : liquéfaction totale isobare dans le condenseur, jusqu'à un état de liquide saturant ;
- de D à A : compression adiabatique réversible, dans la pompe d'alimentation, de la pression P_1 à la pression P_2 , du liquide saturant sortant du condenseur. On négligera le travail consommé par cette pompe devant les autres énergies mises en jeu.

- C.1** Placer les nouveaux points C' , B' , C'' sur le diagramme enthalpique du document réponse.
- C.2** Calculer les titres massiques en vapeur des points C' et C'' et comparer les au titre massique en vapeur du point C . Quel est l'intérêt de la surchauffe ?
- C.3** À l'aide du diagramme enthalpique, déterminer le nouveau rendement du cycle. Commenter.



Problème II Conversion d'énergie interne en énergie mécanique

Les installations motrices à vapeur sont des machines à apport de chaleur externe, fournie soit par réaction nucléaire soit par combustion. Au cœur de ces installations se trouve un fluide, de l'eau, auquel on fait subir une succession de transformations formant un cycle. Au cours de ce cycle, l'eau se transforme en vapeur, à haute pression, sa détente met en rotation une turbine qui entraîne un alternateur qui convertit l'énergie mécanique en énergie électrique.

Le cycle de base ou cycle de Rankine, est proche du cycle de Carnot qui fera l'objet de notre étude.

Pour simplifier toutes les transformations envisagées dans cette partie seront supposées réversibles. Les propriétés thermodynamiques de l'eau, dont nous aurons besoin sont fournies dans le tableau suivant :

	$T(^{\circ}\text{C})$	$P(\text{kPa})$	$h_{\ell}(\text{kJ.kg}^{-1})$	$h_v(\text{kJ.kg}^{-1})$	$s_v(\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1})$	$s_{\ell}(\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1})$	$c_{p\ell}(\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1})$	$c_{pv}(\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1})$
(I)	21	2,47	87,5	2540	8,65	?	4,18	1,91
(II)	251	4030	1090	2800	6,07	2,81	4,88	4,03
(III)	374	22100	2080	2080	4,41	4,41
(IV)	477	4030

h_{ℓ} et h_v sont respectivement les enthalpies massiques de l'eau liquide saturant et vapeur saturante ;

s_v et s_{ℓ} sont respectivement les entropies massique de l'eau vapeur saturante et liquide saturant ;

T et P désignent la température et la pression de l'eau ;

$c_{p\ell}$ et c_{pv} sont respectivement les capacités thermiques massiques à pression constante de l'eau sous forme de liquide et de vapeur saturante ;

... signifie que la grandeur de la colonne n'est pas définie dans la ligne correspondante.

A Enthalpie massique d'un corps pur fluide

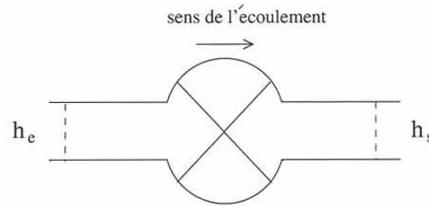
A.1 Exprimer l'enthalpie massique h d'un fluide en fonction de son énergie interne massique u , sa pression P et son volume massique $\frac{1}{\rho}$. Préciser l'unité de h .

A.2 On considère le cas où le fluide est un corps pur diphasé à l'équilibre, à la température T , composé d'une phase liquide et d'une phase vapeur et on note x la fraction massique de vapeur. Exprimer l'enthalpie massique h du système en fonction de x , de l'enthalpie massique de la phase vapeur $h_v(T)$ et de l'enthalpie massique de la phase liquide $h_{\ell}(T)$.

B Premier principe pour les systèmes en écoulement

Un fluide quelconque s'écoule de façon permanente dans une conduite, depuis la section d'entrée où toutes les grandeurs sont indicées d'un "e" jusqu'à la section de sortie où toutes les grandeurs sont indicées "s".

On note T_e , P_e et μ_e respectivement la température, la pression et la masse volumique à l'entrée, et en sortie les grandeurs homologues T_s , P_s et μ_s . Les énergies cinétiques massiques sont supposées négligeables alors que les énergies potentielles massiques macroscopiques d'entrée et de sortie ne varient pas.



Au centre du dispositif de la figure ci-dessus, le renflement marqué d'une grande croix représente le cœur du dispositif, là où le fluide qui passe peut recevoir le travail massique utile w_u , qui représente le travail massique reçu autre que celui des forces de pression à l'entrée et à la sortie, et le transfert thermique massique q_{th} . Ces deux grandeurs w_u et q_{th} sont les énergies reçues par le fluide au passage par le renflement, ramenées à l'unité de masse du fluide.

B.1 Montrer dans ces conditions que le premier principe, ramené à une unité de masse, lors de la transformation depuis l'état initial à l'entrée jusqu'à l'état final en sortie s'écrit :

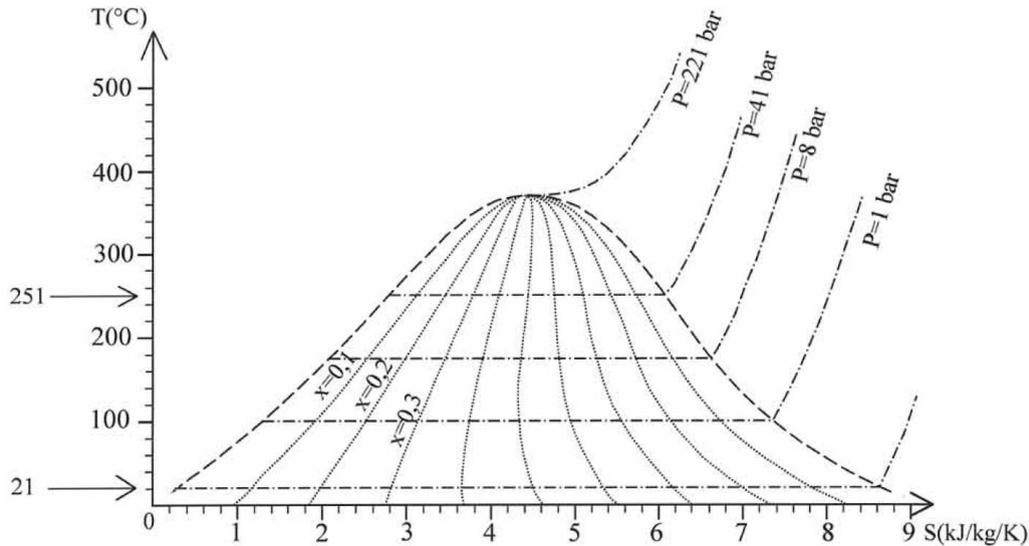
$$h_s - h_e = w_u + q_{th}$$

B.2 Si le fluide évolue de façon adiabatique que représente $h_s - h_e$?

B.3 Si le fluide s'écoule dans un échangeur thermique dans lequel il n'échange aucun travail utile, que représente $h_s - h_e$?

C Lecture du diagramme entropique T(s)

Le diagramme entropique de l'eau ci-dessous, est la représentation de l'évolution de la température, ici en °C, placée en ordonnée en fonction de l'entropie d'un système composé d'une unité de masse d'eau au cours de transformations isobares. En tirets gras est représentée la courbe de saturation qui limite le domaine où existe l'équilibre entre la vapeur et le liquide. Sont représentés en pointillés fins les courbes le long desquelles la fraction massique x de vapeur est constante, pour $x = 0, 1, x = 0, 2, x = 0, 3, \dots$



C.1 Sur un diagramme entropique que vous aurez reproduit schématiquement, placer les domaines de coexistence du liquide et de la vapeur, d'existence de la phase gazeuse, et d'existence de la phase liquide.

C.2 Justifier l'existence d'un palier sur une isobare dans un diagramme entropique.

C.3 Si le fluide est diphasé à la température T , composé d'une phase liquide et d'une phase vapeur, de sorte que la fraction massique de vapeur soit notée x , exprimer l'entropie massique s du système en fonction de x , de l'entropie massique de la phase vapeur $s_v(T)$ et de l'entropie massique de la phase liquide $s_\ell(T)$.

C.4 En considérant la vaporisation complète d'un kilogramme d'eau, dont l'état initial est liquide saturant, isotherme à la température T , établir le lien entre $s_\ell(T)$, $s_v(T)$, $h_\ell(T)$, $h_v(T)$ et T .

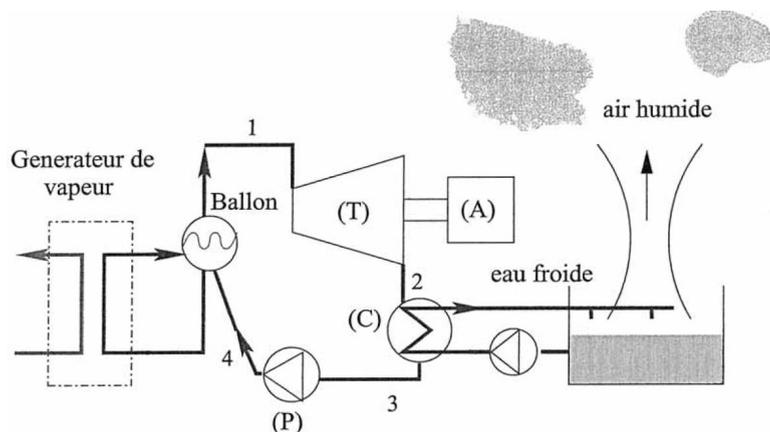
D Utilisation du tableau

D.1 En vous servant des données du tableau, compléter la colonne s_ℓ du tableau pour la ligne (I). Comparer la valeur obtenue à celle lue directement sur le diagramme entropique fourni.

D.2 Commenter les données numériques fournies dans les lignes (III) et (IV) du tableau des données thermodynamiques de l'eau.

E Étude d'une Installation Motrice à Vapeur : IMV

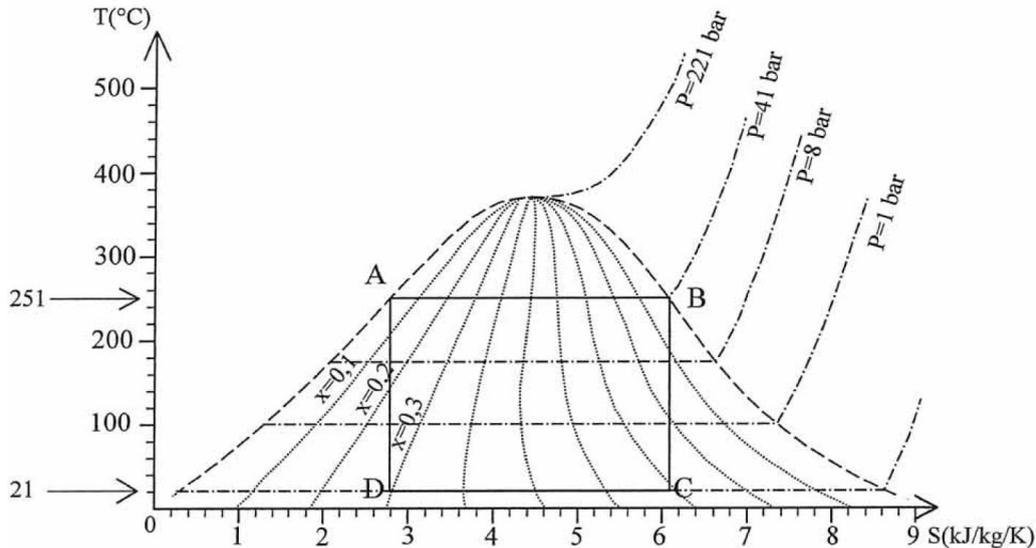
Le schéma ci-dessous d'une IMV fait apparaître différents éléments :



- Le générateur de vapeur (G.V), dans lequel le fluide, ici de l'eau, est transformé en vapeur. Les tubes vaporisateurs traversent l'échangeur thermique dans lequel passe aussi le fluide caloporteur issu du cœur du réacteur. L'eau diphasique n'est pas totalement vaporisée dans les tubes, mais les phases vapeurs et liquides sont séparées par gravité dans le ballon de sorte que le fluide en 1 soit bien de la vapeur saturante. La transformation de l'eau de 4 à 1 dans le générateur de vapeur et le ballon est isobare.

- La turbine (T) dans laquelle la vapeur se détend de la haute pression à la basse pression. La transformation dans la turbine de 1 à 2 est adiabatique.
- Un condenseur (C) où l'eau se condense par échange de chaleur avec un fluide froid provenant d'un fleuve par exemple. La transformation dans le condenseur de 2 à 3 est isobare.
- Une pompe (P) remet alors le fluide à la pression du fluide qui traverse le générateur de vapeur. La transformation dans la pompe de 3 à 4 est adiabatique. La puissance nécessaire au fonctionnement de la pompe est prélevée sur l'arbre de la turbine.
- Par ailleurs, la transformation d'énergie mécanique en énergie électrique est effectuée par un alternateur (A), et une alimentation en eau froide provenant d'une rivière assure le refroidissement et la condensation de l'eau après passage par la turbine.

La figure ci-dessous est la représentation du cycle de Carnot sur le diagramme entropique de l'eau.



E.1 Quel est l'état du fluide aux points A,B, C et D? (On précisera dans chaque cas l'état physique, la température, la pression et la fraction massique de vapeur, en utilisant les données du tableau pour obtenir un résultat précis.

E.2 Reproduire le cycle de Carnot dans un diagramme entropique avec la température exprimée en kelvin, et placer les numéros 1, 2, 3 et 4 des états successifs de l'eau définis dans la description du fonctionnement de la machine sur le cycle.

E.3 Quelle est la phase motrice? Quelle est la phase pendant laquelle le système reçoit de la chaleur?

E.4 Montrer que l'aire du rectangle ABCD dans le diagramme entropique, affectée du signe correct, peut être interprétée comme le travail utile reçu au cours du cycle, ramené à l'unité de masse de fluide.

E.5 Sur le diagramme reproduit à la question **E.2**, identifier de même l'aire correspondant au transfert thermique reçu, ramené à l'unité de masse, au cours de l'échange thermique dans le générateur de vapeur pendant un cycle.

E.6 Définir, puis calculer le rendement du cycle en fonction des températures extrêmes atteintes par le fluide T_{max} et T_{min} . Commenter le résultat obtenu.

Le cycle de Carnot n'est pas réalisé en pratique, à cause de la phase de compression qui aurait lieu sur un système diphasique.

Problème III Moteur de Stirling

Le moteur de Stirling est constitué de deux chambres, une chaude, une froide, reliées par un régénérateur de volume constant pouvant être constitué de fils de cuivre tressés. Le gaz, en circuit fermé, reçoit un transfert thermique d'une source chaude et cède un transfert thermique à la source froide. Le rôle du régénérateur, base de l'invention de Stirling, est fondamental pour obtenir une bonne efficacité. Dans son brevet original de 1816, Stirling explique que le gaz chaud entre dans la partie chaude du régénérateur et est progressivement refroidi durant son parcours pour ressortir par l'autre extrémité à une température presque identique à la température de la source froide. Dans le parcours inverse, le gaz est progressivement réchauffé. Cette astuce technologique permet d'avoir une partie des échanges thermiques internes au moteur. Ce problème comporte 2 parties. La première partie permet de comprendre l'intérêt du régénérateur dans le calcul de l'efficacité. La seconde partie analyse le rôle du volume et des pertes thermiques dans un régénérateur réel.

Constantes du problème :

Constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1}.K^{-1}$

Données sur le dihydrogène (H_2) :

Masse molaire : $M_{H_2} = 2,00.10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$

Rapport des capacités thermiques : $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,40$

Description du cycle de Stirling

Le cycle associé à un moteur de Stirling est constitué de 2 isothermes et de 2 isochores. Il est décrit comme suit :

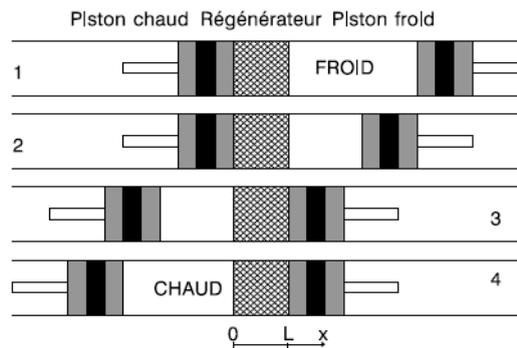
1 \rightarrow 2 compression isotherme à $T_f = 313\text{ K}$

2 \rightarrow 3 transformation isochore de la température $T_f = 313\text{ K}$ à la température $T_C = 1173\text{ K}$

3 \rightarrow 4 détente isotherme à $T_C = 1173\text{ K}$

4 \rightarrow 1 transformation isochore de la température $T_C = 1173\text{ K}$ à la température $T_f = 313\text{ K}$

Ce cycle est représenté sur la figure 1.



Déplacement des pistons

Caractéristiques du moteur de Stirling retenu

Température de la source chaude : 1173 K

Température de la source froide : 313 K

Volume minimum du gaz libre (uniquement chambre chaude et/ou froide) : $V_m = 1,0\text{ L}$

Volume maximum du gaz libre (uniquement chambre chaude et/ou froide) : $V_M = 2,0\text{ L}$

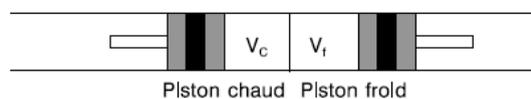
Volume du régénérateur accessible au gaz quand il est pris en compte : $V_r = 0,2\text{ L}$

Volume du régénérateur occupé par du cuivre : $0,6\text{ L}$

Masse de dihydrogène, traitée comme un gaz parfait, contenue dans le moteur : $0,01\text{ kg}$.

A Moteur de Stirling avec un régénérateur parfait

Les questions 1 à 9 de cette partie ne tiennent pas compte de la présence du régénérateur. Dans toutes les questions de cette partie 1, le volume du régénérateur est nul ($V_r = 0$), comme indiqué sur la figure 2.



Volumes à considérer pour le régénérateur parfait

A.1 A partir des caractéristiques du moteur de Stirling, déterminer numériquement le nombre de moles n de gaz et les pressions p_1 , p_2 , p_3 et p_4 .

A.2 Représenter le cycle moteur de Stirling sur un diagramme $p(V)$.

A.3 Exprimer algébriquement la variation d'énergie interne ΔU_{ab} et les transferts énergétiques, W_{ab} et Q_{ab} , entre un état a et un état b pour une transformation isotherme.

A.4 Exprimer algébriquement la variation d'énergie interne ΔU_{cd} et les transferts énergétiques, W_{cd} et Q_{cd} , entre un état c et un état d pour une transformation isochore.

A.5 Calculer numériquement les travaux $W_{1\rightarrow 2}$, $W_{2\rightarrow 3}$, $W_{3\rightarrow 4}$, $W_{4\rightarrow 1}$.

A.6 Calculer numériquement les transferts thermiques $Q_{1\rightarrow 2}$, $Q_{2\rightarrow 3}$, $Q_{3\rightarrow 4}$, $Q_{4\rightarrow 1}$.

A.7 Que valent les transferts thermiques Q_C et Q_f provenant des thermostats chaud et froid si aucun dispositif supplémentaire n'intervient (pas de régénérateur) en fonction des transferts thermiques $Q_{1\rightarrow 2}$, $Q_{2\rightarrow 3}$, $Q_{3\rightarrow 4}$, $Q_{4\rightarrow 1}$? Effectuer l'application numérique.

A.8 Que vaut le travail W sur le cycle? Effectuer l'application numérique.

A.9 En déduire numériquement l'efficacité sans régénérateur (e_{sr}).

En présence d'un régénérateur parfait (volume négligeable, transfert parfait), les transferts thermiques $Q_{2\rightarrow 3}$ et $Q_{4\rightarrow 1}$ sont internes.

A.10 Vérifier que les transferts thermiques $Q_{2 \rightarrow 3}$ et $Q_{4 \rightarrow 1}$ se compensent.

L'efficacité est alors calculée à partir de $e = -\frac{W_{1 \rightarrow 2} + W_{3 \rightarrow 4}}{Q_{3 \rightarrow 4}}$.

A.11 Justifier cette expression.

A.12 Calculer algébriquement et numériquement l'efficacité (e).

A.13 Comparer l'efficacité (e) à l'efficacité de Carnot (e_C).

B Régénérateur non idéal

Le régénérateur peut être constitué d'un empilement de disques de fils de cuivre tressés. On suppose que la température dans le régénérateur varie linéairement avec l'abscisse selon la loi : $T(x) = T_C + \frac{x}{L}(T_f - T_C)$. On prendra pour origine des abscisses la frontière chambre chaude/régénérateur. L représente la longueur du régénérateur. On ne tiendra nullement compte des aspects dynamiques. Il n'y a pas d'échange thermique entre les tranches élémentaires de fluide. Le volume accessible au gaz dans le régénérateur V_r est aussi appelé volume mort.

B.1 Influence du volume mort du régénérateur

Dans le régénérateur, le gradient de température conduit à une distribution de densité moléculaire en fonction des abscisses. Il est donc intéressant de remplacer cette distribution liée au gradient de température par un système équivalent d'un point de vue mécanique : le régénérateur sera alors supposé occupé par n_r moles de dihydrogène à la température effective T_r , quelle que soit l'abscisse. Le volume mort du régénérateur vaut $V_r = 0,2 L$.

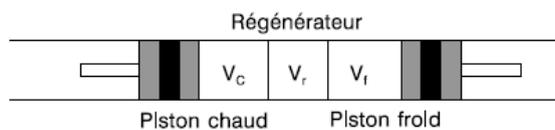
1. Dans le régénérateur, en considérant que la pression est homogène, montrer que la température effective moyenne T_r s'exprime selon :

$$T_r = \frac{T_C - T_f}{\ln \frac{T_C}{T_f}}$$

2. Calculer numériquement T_r .

On suppose que toutes les molécules présentes dans le régénérateur sont à la température T_r .

3. À partir d'un bilan de matière, exprimer la pression p en fonction de n , R , des températures T_r , T_C , T_f et des volumes V_r , V_C et V_f , volumes associés au régénérateur, au piston chaud et au piston froid (voir figure 3). On considérera la pression identique dans le régénérateur et les deux chambres.



Différents volumes pris en compte

4. Exprimer littéralement le travail $W_{1 \rightarrow 2}$ puis effectuer l'application numérique.
5. Exprimer littéralement le travail $W_{3 \rightarrow 4}$ puis effectuer l'application numérique.
6. Comparer la valeur numérique du travail sur le cycle avec un volume mort de régénérateur de $V_r = 0,2 L$ ($W_{V_r \neq 0}$) à sa valeur obtenue sans volume mort ($W_{V_r = 0}$). Commenter.
Pour les transferts thermiques, il est impératif de considérer le gradient de température dans le régénérateur.
7. En discrétisant l'ensemble du système en fines tranches, chaque tranche de gaz est toujours à la température du thermostat local aussi bien dans les chambres que dans le régénérateur. Y a-t-il création d'entropie au cours d'un cycle ? En déduire sans calcul l'efficacité.

B.2 Perte thermique dans le régénérateur

Soit x la fraction de chaleur non échangée dans le régénérateur par le gaz lors de la transformation isochore (x varie de 0 à 1). Cette fraction est supposée identique dans les 2 sens de passage. Dans cette partie, le volume mort est supposé nul ($V_r = 0$).

1. Donner une raison qui pourrait expliquer que le transfert thermique n'est pas idéal.
2. Exprimer l'efficacité sous la forme :

$$e = \frac{1 - \frac{T_f}{T_C}}{1 + C_2 \left(1 - \frac{T_f}{T_C}\right)}$$

C_2 étant une constante à exprimer en fonction de x , γ , V_M et V_m .

3. Calculer numériquement C_2 et l'efficacité qui en résulte, en considérant un transfert non idéal correspondant à $x = 0,1$. AN : $\rho_{Cu} = 8913 \text{ kg.m}^{-3}$, capacité thermique massique du cuivre : $c = 387 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$.
4. Le volume de cuivre nécessaire à la construction du régénérateur vaut $0,6 L$. Estimer la variation de température du cuivre induite par le passage du gaz du piston froid au piston chaud ($2 \rightarrow 3$) dans le cas non idéal $x = 0,1$.