

Problème 1: Analyse dimensionnelle

Trois élèves ont effectué le calcul de la période de révolution d'un petit astre autour d'un autre plus massif, comme un satellite autour de la Terre dont la trajectoire sera supposée circulaire. Ils ont trouvé les trois résultats différents suivants :

$$T_1 = 2. \pi \sqrt{\frac{a^3}{G.M}} \qquad T_2 = 2. \pi \frac{a^2}{\sqrt{G.M}} \qquad T_3 = \frac{1}{2. \pi} \frac{\sqrt{G.M}}{a^2}$$

avec a la distance du satellite à la Terre, M la masse de la Terre et G la constante de gravitation. Le professeur affirme qu'une des réponses est juste. Parmi les trois propositions, les autres élèves doivent trouver laquelle est la bonne par analyse dimensionnelle.

1) La force de gravitation entre deux corps A et B s'écrit (en norme) :

$$F = \frac{G. m_A. m_B}{r^2}$$

avec m_A et m_B les masses respectives des objets A et B et r la distance entre les deux corps. Déterminer la dimension de la constante de gravitation G . Préciser l'unité de G dans le système d'unité internationale.

2) En déduire, par analyse dimensionnelle, la bonne expression pour la période de révolution d'un satellite autour de la Terre.

Problème 2: Détecteur de pluie

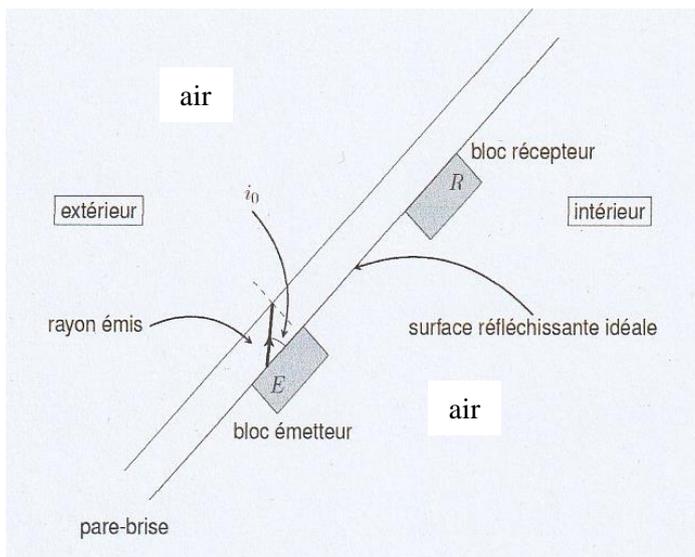
La première voiture française à avoir été vendue avec un détecteur de pluie en série est la Peugeot 406 en 1997.

On recense essentiellement deux technologies de détection de pluie :

- le capteur électro-optique, qui repose sur un phénomène de réflexion totale,
- le capteur capacitif qui repose sur la variation de la capacité d'un condensateur.

Dans ce problème, nous allons étudier le capteur électro-optique.

Le capteur électro-optique contient un émetteur E d'impulsion lumineuse et un récepteur R . Le récepteur reçoit le signal après quelques réflexions. L'intensité lumineuse reçue dépend du nombre de réflexions et de la géométrie du capteur mais aussi de la présence ou non d'eau à l'extérieur du pare-brise (qui est placé dans l'air, d'indice $n_0 = 1,00$).

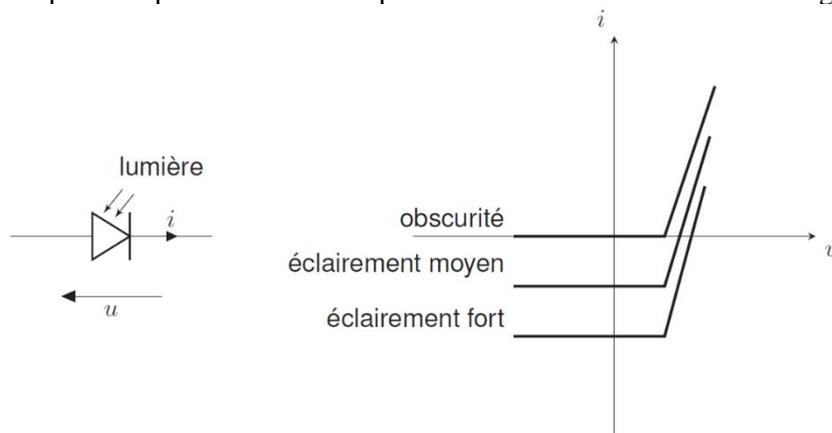


Les indices optiques de quelques milieux transparents à la lumière sont donnés dans le tableau suivant

Milieu	Indice de réfraction
Eau	1,33

Graisse	1,52
Éthanol	1,36
Verre du pare-brise	1,50
Cristal	1,60

- 1) L'émetteur est une diode qui envoie un rayon lumineux de longueur d'onde $\lambda_0 = 700 \text{ nm}$ dans l'air. Quelle est la longueur d'onde de ce rayon dans le verre du pare-brise et dans l'eau ?
- 2) Exprimer puis calculer les angles d'incidence limites de réflexion totale dans le cas d'une interface verre/air et verre/eau.
- 3) Justifier le choix d'un angle $i_0 = 40,0^\circ$ tel que défini sur le schéma.
- 4) Expliquer à l'aide de deux schémas, comment évolue l'intensité lumineuse perçue par le récepteur selon la présence ou l'absence d'eau sur le pare-brise ?
- 5) Le rayon incident est envoyé avec l'angle i_0 défini précédemment. La distance entre l'émetteur et le récepteur (considérés ponctuels) est $ER = 20,0 \text{ cm}$. L'épaisseur du pare-brise est $e = 3,00 \text{ mm}$. Exprimer puis calculer le nombre p de réflexions sur la face externe du pare-brise. Justifier l'intérêt d'un grand nombre de réflexions.
- 6) La caractéristique de la photodiode de réception utilisée est schématisée sur la figure 2.

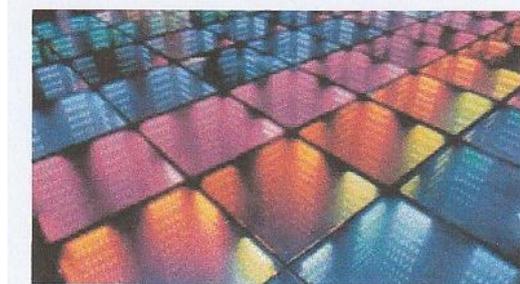


Caractéristique de la photodiode

Le courant qui traverse la jonction de la diode dépend de l'éclairement. Ce dernier doit présenter une énergie suffisante pour qu'un courant soit observable. Quelle est l'énergie d'un photon de longueur d'onde λ . En déduire l'expression de l'énergie totale transportée par un flux de N photons de longueur d'onde λ (on rappelle qu'on note h la constante de Planck).

Problème 3 : Etude d'un « miroir infini... »

Dans ce problème, nous étudions un « miroir infini ». En associant des LED situées sur un pourtour, chaque dalle d'un « miroir infini » est équipée d'une combinaison astucieuse de miroirs dans le but de maximiser leur effet lumineux. Une profondeur virtuelle variable peut être créée en faisant varier l'intensité lumineuse, permettant ainsi de visualiser jusqu'à une vingtaine d'images de chaque LED, comme représenté sur la figure ci-contre.

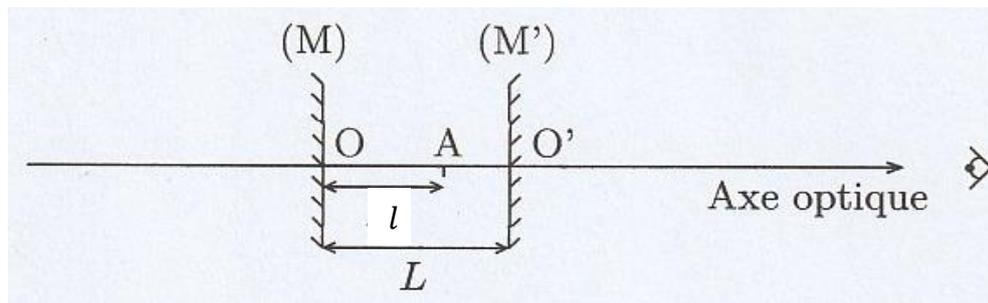


Les « miroirs infinis » sont utilisés dans certaines discothèques pour égayer les pistes de danse.

Le système optique est modélisé par l'association de deux miroirs plans (cf figure ci-dessous) :

- un miroir (M) totalement réfléchissant
- un miroir sans tain (M'), réfléchissant une fraction de l'intensité lumineuse et laissant passer le reste afin de voir de multiples images de chaque LED.

Les miroirs sont disposés parallèlement, la distance L qui les sépare est de l'ordre de quelques centimètres. Une LED, assimilée à une source ponctuelle monochromatique, est disposée entre les deux miroirs à une distance $\overline{OA} = l$ du miroir (M) .

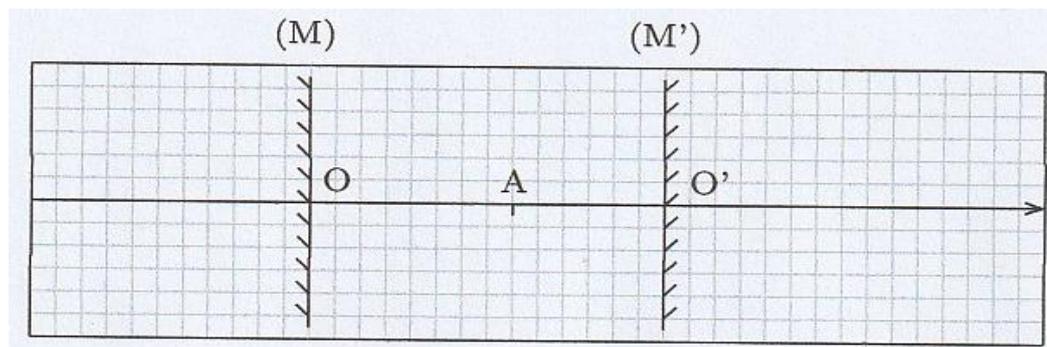


- 1) Le miroir plan est un système optique rigoureusement stigmatique, expliquer ce que cela signifie.
- 2) Tracer soigneusement sur le document réponse (donné page 4) les rayons lumineux (et éventuellement leurs prolongements) vous permettant de placer l'image A_1 de A par le miroir (M) , ainsi que l'image A'_1 de A par le miroir (M') . On choisira deux couleurs différentes pour le tracé des rayons, une pour chaque image.
- 3) Déterminer en fonction de l et L les longueurs algébriques $\overline{OA_1}$ et $\overline{OA'_1}$.
L'image A_1 joue à son tour le rôle d'objet pour le miroir (M') qui donne une image notée A'_2 . De même, l'image A'_1 joue le rôle d'objet pour le miroir (M) qui en donne une image A_2 et ainsi de suite... On admet l'expression généralisée de la position de l'image A_n ($n \in \mathbb{N}^*$) située en amont du miroir (M) sur l'axe optique :

$$\overline{OA_n} = \begin{cases} l - n \cdot L & : \text{si } n \text{ est pair} \\ -l - (n - 1) \cdot L & : \text{si } n \text{ est impair} \end{cases}$$

Pour que l'effet de « miroir infini » soit le plus spectaculaire possible, il faut que les images A_n sous la piste de danse apparaissent équidistantes aux yeux des danseurs, comme le montre la figure précédente.

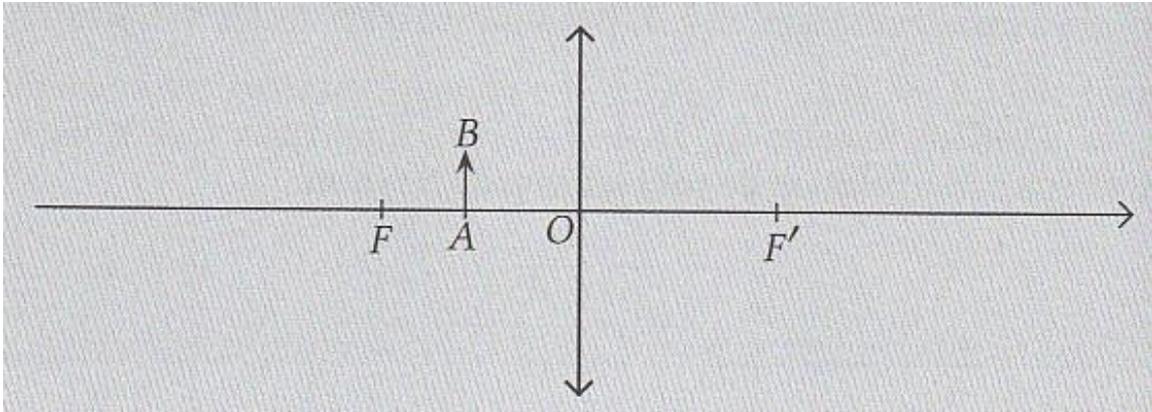
- 4) Déterminer la relation que doivent vérifier l et L pour que la condition énoncée soit réalisée. Exprimer la distance $\overline{A_{n+1}A_n}$ entre deux images successives en fonction de L .
- 5) En pratique, les images A_n de chaque LED n'apparaissent pas toutes aussi lumineuses. Expliquer qualitativement pourquoi. Comment évolue la luminosité des images quand n augmente ?



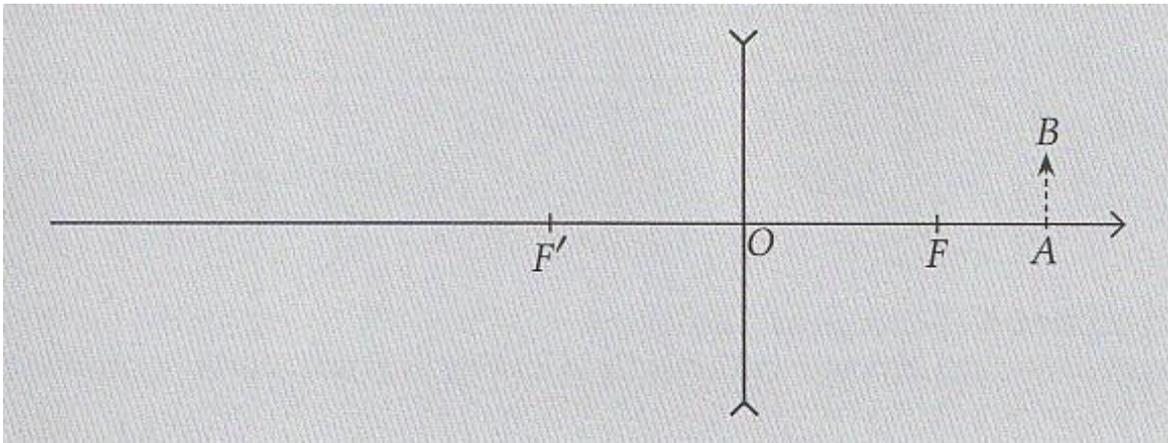
Problème 4 : Tracés de rayons lumineux...

Déterminer graphiquement la position des images pour chacune des lentilles. Préciser la nature (réelle ou virtuelle) des couples objet-image pour chaque lentille (on distinguera les rayons réels représentés en traits continus des supports de rayons représentés en pointillés).

1)



2)



3) Dans cette question, nous représenterons le cheminement de 2 rayons issus du point B pour déterminer la position de l'image intermédiaire (notée A_1B_1) et de l'image finale (notée $A'B'$).

