CLASSES DE PCSI 1 et 3 – Corrigé du D.L N° 1 DE PHYSIQUE

Problème 1: Analyse dimensionnelle

1) La force de gravitation entre deux corps A et B s'écrit (en norme) :

$$F = \frac{G.m_A.m_B}{r^2}$$

Isolons la constante de gravitation afin de déterminer l'homogénéité :

$$[G] = \left[\frac{F.r^2}{m_A.m_B}\right]$$

L'homogénéité de F est donnée par la deuxième loi de Newton :

$$[F] = [m.a] = M.L.T^{-2}$$

avec M pour masse, L pour longueur et T pour temps.
On établit que :

$$[G] = \frac{(M.L.T^{-2}).(L^2)}{M^2} = M^{-1}.L^3.T^{-2}$$

Soit :

$$\boxed{[G] = M^{-1}.L^3.T^{-2}}$$

L'unité de la constante gravitationnelle dans le système international est le $\mathrm{kg}^{-1}.\mathrm{m}^3.\mathrm{s}^{-2}$.

2) Déterminons l'homogénéité des trois expressions de la période :

- Avec $T_1 = 2.\pi\sqrt{\dfrac{a^3}{G.M}}$

$$[T_1] = \left(\frac{L^3}{(M^{-1}.L^3.T^{-2}).M}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$\boxed{[T_1] = T}$: T_1 est **homogène** à un temps

- Avec $T_2 = 2.\pi\dfrac{a^2}{\sqrt{G.M}}$

$$[T_2] = \frac{L^2}{\left((M^{-1}.L^3.T^{-2}).M\right)^{\frac{1}{2}}} = L^{\frac{1}{2}}.T$$

$\boxed{[T_2] = L^{\frac{1}{2}}.T}$: T_2 n'est **pas homogène** à un temps

- Avec $T_3 = \dfrac{1}{2.\pi}\dfrac{\sqrt{G.M}}{a^2}$

$$[T_3] = \frac{\left((M^{-1}.L^3.T^{-2}).M\right)^{\frac{1}{2}}}{L^2} = L^{-\frac{1}{2}}.T^{-1}$$

$$\boxed{[T_3] = L^{-\frac{1}{2}}.T^{-1}}$$: T_3 n'est **pas homogène** à un temps

Seule l'expression de T_1 est homogène à un temps et donc satisfaisante pour décrire une période.

Problème 2: Détecteur de pluie

1) Dans un milieu transparent d'indice n la longueur d'onde est donnée par $\boxed{\lambda = \lambda_0/n.}$
A.N. : dans le verre du pare-brise $\lambda_v = 467\ nm$, dans l'eau $\lambda_e = 526\ nm$.

2) En appliquant la loi des sinus sur le dioptre verre/air, on définit l'angle limite (dans le verre) :

$$\boxed{\sin i_{Lv} = \frac{n_0}{n_v}}$$

A.N. : angle limite sur le dioptre verre/air (définit dans le verre) $i_{L1} = 41{,}8°$. De la même manière, on calcule l'angle limite sur le dioptre verre/eau (définit dans le verre) : $i_{L2} = 62{,}5°$.

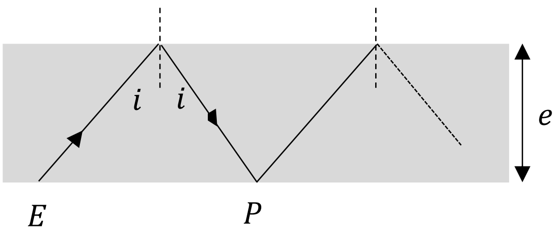
3) Par construction : $i + i_0 = 90°$ donc $i = 90 - i_0 = 50°$. On constate que :

$$\boxed{41{,}8° < i < 62{,}5°}$$

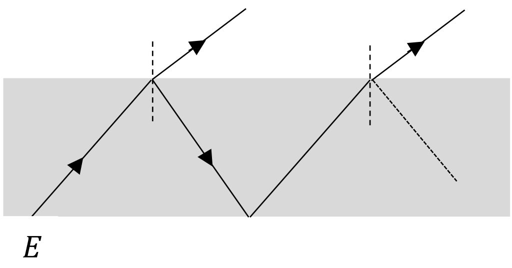
On en déduit que le rayon subit **une réflexion totale** dans le pare-brise tant que la surface extérieure est sèche car l'angle d'incidence sur le dioptre verre/air est supérieur à l'angle limite. Quand la surface extérieure est mouillée (présence de pluie), le rayon subit une réflexion partielle accompagnée d'une réfraction sur la surface extérieure du pare-brise… il perd donc en intensité. L'angle $i_0 = 40{,}0°$ est donc tout à fait adapté pour détecter la présence d'eau sur le pare-brise.

4) Illustration :

Réflexion totale sur la surface extérieure (pare-brise sec)



Réflexion + réfraction sur la surface extérieure (pare-brise mouillé)



5) A partir du schéma, on établit que :

$$\tan i = \frac{EP}{2.e}$$

Posons $d = ER$ avec : $d = p.(EP)$, en explicitant :

$$d = 2.e.p.\tan i$$

On en déduit que :

$$\boxed{p = \frac{d}{2.e.\tan i}}$$

A.N. : $p = 28{,}0$

Quand le pare-brise est sec, le faisceau lumineux subit 28 réflexions sur la surface extérieure du pare-brise. Le fait que le faisceau subisse un grand nombre de réflexions augmente ses capacités à détecter la présence d'eau sur le pare-brise.

6) Dans un milieu transparent, où la vitesse de la lumière est notée v, l'énergie d'un photon est donnée par la relation de Planck :

$$E_{1\,ph} = \frac{h.v}{\lambda}$$

On en déduit l'expression de l'énergie totale transportée par les N photons :

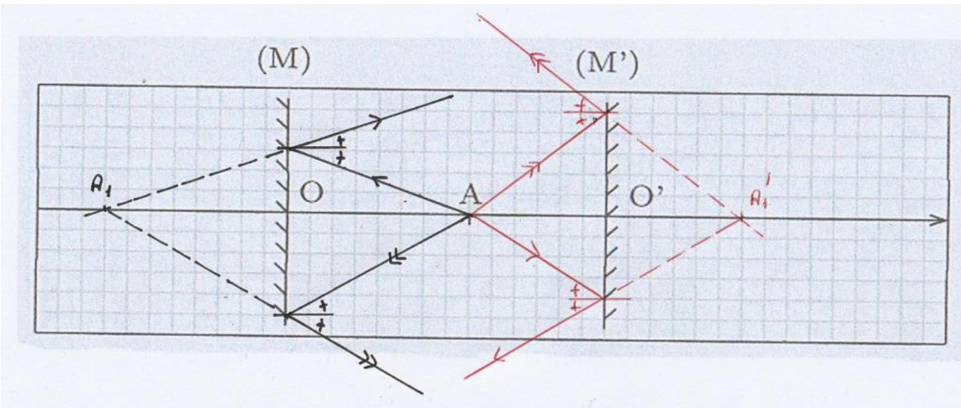
$$\boxed{E_{N\,ph} = N.\left(\frac{h.v}{\lambda}\right)}$$

Sachant que $\lambda = \lambda_0/n$ et que $v = c/n$ (avec c célérité de la lumière dans le vide) on peut également exprimer cette énergie en fonction de la longueur d'onde λ_0 dans le vide et de c :

$$E_{N\,ph} = N.\left(\frac{h.c}{\lambda_0}\right)$$

Problème 3 : Etude d'un « miroir infini… »

1) Un système optique est rigoureusement stigmatique pour un couple de points (A, A') si tout rayon passant par A, passe par A' après traversée du système optique. Le miroir plan est le seul système optique rigoureusement stigmatique pour tout couple de points.
2) Tracés de rayons lumineux :



3) Par construction, nous pouvons poser que : $\overline{OA} = l$, $\overline{OO'} = L$, et $\overline{O'A} = \overline{O'O} + \overline{OA} = -L + l$.
Le point A_1 est le symétrique du point A par rapport à O donc $\overline{OA_1} = -\overline{OA} = -l$. De même, le point A'_1 est le symétrique de A par rapport à O donc $\overline{O'A'_1} = -\overline{O'A} = L - l$.

Avec $\overline{OA'_1} = \overline{OO'} + \overline{O'A'_1} = L + L - l = 2.L - l$ soit :

$$\boxed{\begin{array}{l}\overline{OA_1} = -l \\ \overline{OA'_1} = 2.L - l\end{array}}$$

4) A partir des expressions fournies, on vérifie que pour $n = 1$: $\overline{OA_1} = -l - (1-1).L = -l$ en accord avec l'expression proposée en 3). Pour $n = 2$, $\overline{OA_2} = l - 2.L\ldots$

On souhaite que les images A_n sous la piste de danse apparaissent équidistantes aux yeux des danseurs ceci implique que :

$$\boxed{\overline{A_{n+1}A_n} = \text{cte}}$$

Relation de Chasles : $\overline{A_{n+1}A_n} = \overline{OA_n} - \overline{OA_{n+1}} = \text{cte}$

Sachant que :

$$\overline{OA_n} = \begin{cases} l - n.L & : \quad \text{si n est pair} \\ -l - (n-1).L & : \quad \text{si n est impair} \end{cases}$$

Explicitons cette constante en tenant compte du fait que si n est pair, alors $n+1$ est impair :

$$\overline{A_{n+1}A_n} = l - n.L - (-l - (n+1-1).L) = 2.l$$

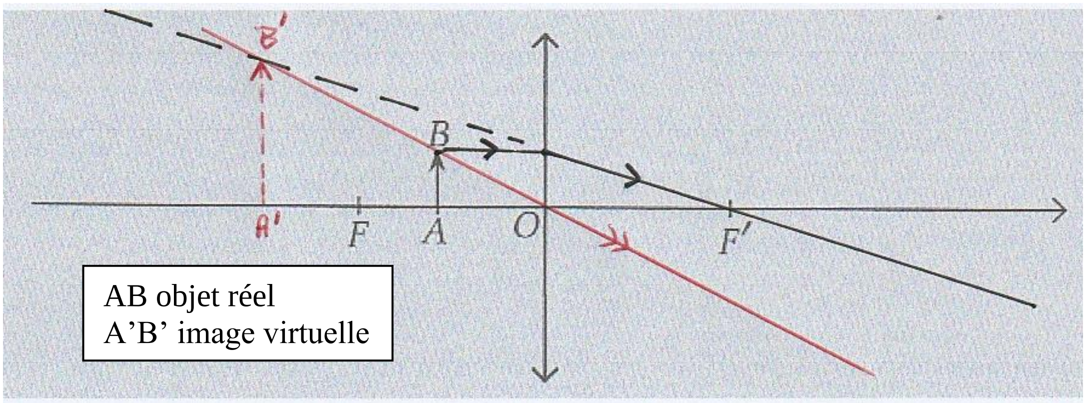
Relation entre l et L : $\overline{OA_1} = -l$ et $\overline{OA_2} = l - 2.L$ donc $\overline{A_2A_1} = \overline{OA_1} - \overline{OA_2} = -2.l + 2.L = 2.l$
On en déduit que $L = 2.l$ et :

$$\boxed{\overline{A_{n+1}A_n} = 2.l = L}$$

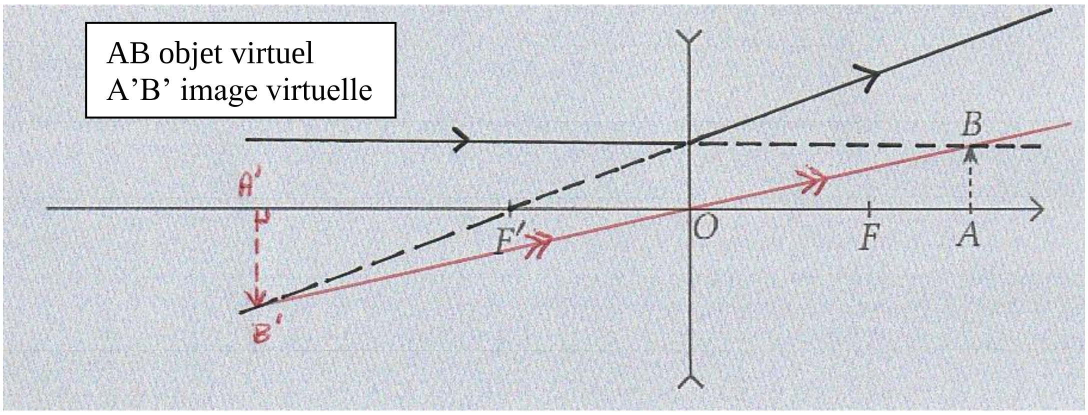
5) Les miroirs ne sont pas parfaits. A chaque réflexion, une partie du faisceau est absorbée par le miroir. La luminosité diminue quand n augmente.

Problème 4 : Tracés de rayons lumineux…

1)



2)



3)