CLASSES DE PCSI 1 et 3 - D.S N° 1 DE PHYSIQUE

Durée de l'épreuve : 1h30
La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, **la clarté** et **la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'appréciation **des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Exercice n°1 : Analyse dimensionnelle

On considère une corde tendue entre deux supports séparés de la distance l (type corde de guitare). La masse m de la corde étant répartie uniformément, on définit la masse linéique $\mu = m/l$. On souhaite déterminer la fréquence f des oscillations de la corde.

1) En quelle unité se mesure une fréquence ?
Donner la dimension de f. Préciser également la dimension de μ.
2) On note F la force de tension qui s'exerce sur la corde. Proposer un raisonnement simple pour déterminer la dimension d'une force.
3) Etablir par analyse dimensionnelle la loi de variation de f en fonction des paramètres l, F et μ. Pour cela, on posera :

$$f = C.\, l^{\alpha}.\, \mu^{\beta}.\, F^{\gamma}$$

où C est une constante sans dimension.
4) On augmente la force F à longueur constante, le son devient-il plus grave ou plus aigu ? Justifier.

Exercice n°2 : Angle limite et réflexion totale

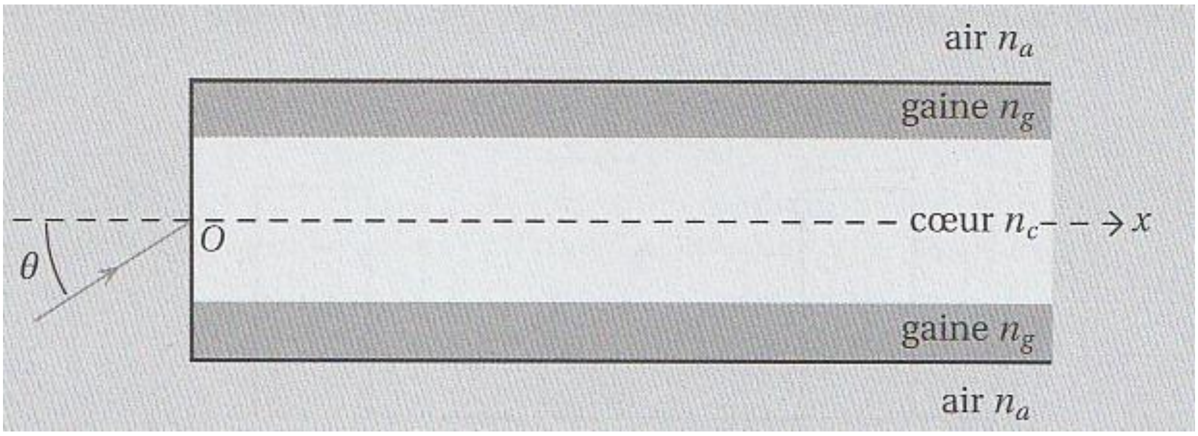
On considère un dioptre séparant deux milieux transparents d'indices n_1 et $n_2 < n_1$. Un rayon lumineux se propageant dans le milieu d'indice n_1 fait un angle i_1 avec la normale au dioptre.
1) On note i_1' et i_2 les angles que font le rayon réfléchi et le rayon réfracté par rapport à la normale. Rappeler les lois de Snell-Descartes relatives à la réflexion et à la réfraction.
2) Faire un schéma représentant les rayons incident, réfléchi et réfracté (pour $n_2 < n_1$). On indiquera clairement sur le schéma la surface du dioptre, la normale au dioptre ainsi que les angles i_1, i_1' et i_2. Est-ce que le rayon réfracté s'approche ou s'écarte de la normale au dioptre ? Justifier.
3) Montrer que le rayon réfracté n'existe que tant que l'angle d'incidence est plus petit qu'un angle limite (noté i_L) dont on donnera l'expression en fonction des indices n_1 et n_2.
4) Que se passe-t-il si l'angle d'incidence $i_1 > i_L$?
5) Calculer l'angle limite dans le cas d'une interface diamant-eau. On donne les indices de l'eau ($n_e = 1{,}33$) et du diamant ($n_d = 2{,}54$).

Problème : Fibre optique à saut d'indice et propagation guidée

Une fibre à saut d'indice est composée d'un cœur cylindrique transparent d'indice $n_c = 1{,}62$ entouré d'une gaine elle aussi transparente d'indice $n_g = 1{,}52$. On note (Ox) l'axe de révolution de la fibre optique. On note $n_a = 1{,}00$ l'indice optique de l'air. Dans ce problème, les angles ne sont pas orientés.

A. Angle d'acceptance et ouverture numérique

On considère un rayon lumineux se propageant dans l'air et arrivant au niveau du cœur de la fibre optique en O avec un angle d'incidence θ par rapport à l'axe (Ox) :



A.1) Par quel phénomène le rayon lumineux incident peut-il se propager dans le cœur de la fibre optique ?
A.2) Reproduire et compléter le schéma de la figure ci-dessus en représentant le trajet du rayon lumineux qui se propage dans la fibre optique.
A.3) Par un raisonnement qualitatif, montrer que la propagation dans la fibre n'est possible que si l'angle d'incidence θ est inférieur à un angle θ_a appelé « angle d'acceptance ».
A.4) On note i_L l'angle d'incidence limite du rayon lumineux au niveau de l'interface entre le cœur et la gaine de telle sorte que le rayon se propage dans la fibre optique. Déterminer i_L en fonction de n_c et n_g.
A.5) L'ouverture numérique de la fibre optique est : $\mathrm{O.N.} = n_a . \sin\theta_a$. Montrer que :

$$\mathrm{O.N.} = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$$

Faire l'application numérique.

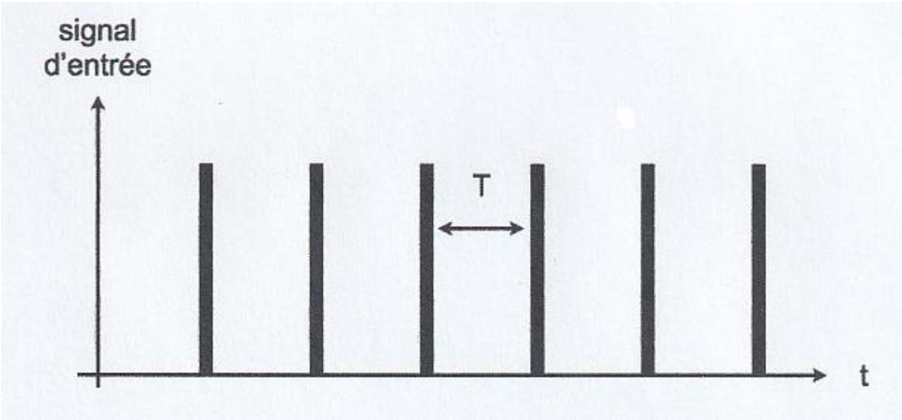
B. Dispersion intermodale

Une fibre optique multimode transporte la lumière le long de plusieurs rayons. Les rayons lumineux d'inclinaisons différentes n'ont pas le même chemin à parcourir dans la fibre, donc leur temps de parcours est variable. Il en résulte un étalement temporel du signal : ce phénomène est appelé dispersion intermodale. Pour étudier ce phénomène, on considère une fibre de longueur $L = 10\ km$ éclairée par un faisceau conique de demi-angle au sommet θ_a composé de rayons lumineux couvrant l'ensemble des valeurs d'angle d'incidence compris entre $\theta = 0$ et $\theta = \theta_a$.
B.1) Quel est le rayon lumineux qui traverse le plus rapidement la fibre ? Déterminer l'expression de la durée de parcours T_1 de ce rayon.
B.2) Quel est le rayon lumineux qui met la durée la plus longue pour traverser la fibre ? Déterminer l'expression de la durée de parcours T_2 de ce rayon.
B.3) Montrer que la différence de temps de parcours entre les deux rayons précédents s'écrit :

$$\delta t_m = T_2 - T_1 = \frac{n_c.(n_c - n_g)}{n_g}\frac{L}{c}$$

où c représente la célérité de la lumière dans le vide.
Faire l'application numérique.

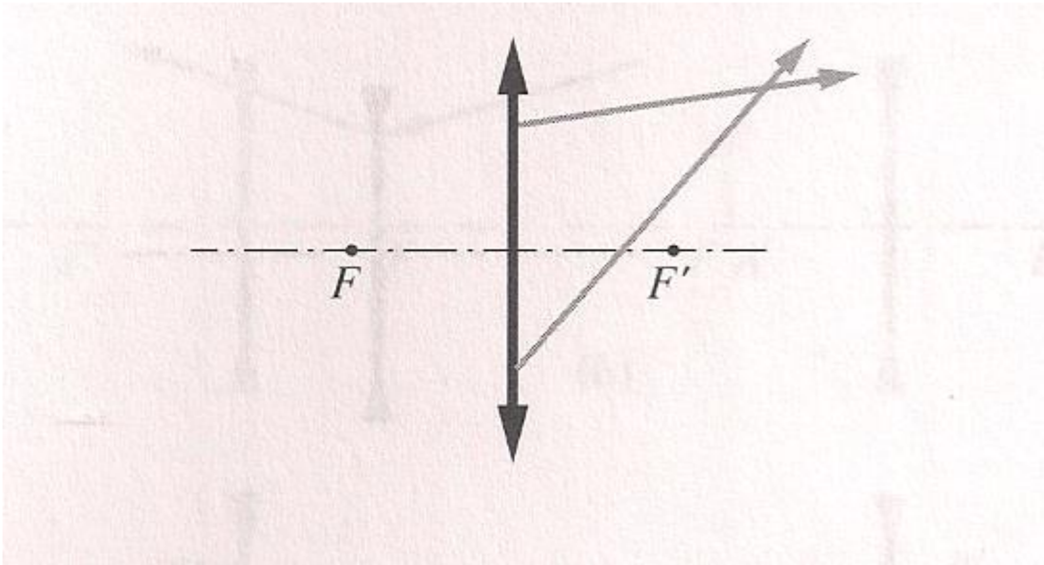
Une série d'impulsions lumineuses ultra-courtes (durée négligeable) est envoyée dans la fibre. On note T l'intervalle de temps séparant deux impulsions successives :



B.4) Représenter l'allure du signal récupéré à la sortie de la fibre dans le cas où $\delta t_m < T$ et dans le cas où $\delta t_m > T$. Commenter.
B.5) On note $\mathrm{BP_m}$ la bande passante de la fibre associée à la dispersion intermodale : $\mathrm{BP_m}$ représente la fréquence maximale des signaux pouvant transiter dans la fibre. Exprimer $\mathrm{BP_m}$ en fonction de n_c, n_g, L et c.
B.6) Calculer la bande passante de la fibre pour $L = 10\,\mathrm{km}$. On rappelle que $c = 3{,}0.10^8\,\mathrm{m.s^{-1}}$.
B.7) Calculer le temps nécessaire à la transmission d'un fichier de 100 Mo (on rappelle que 1 octet = 8 bits). Commenter.
B.8) Pour limiter la dispersion intermodale, on peut aussi utiliser une fibre à *gradient d'indice* : c'est une fibre dont l'indice $n_1(r)$ dépend de la distance r à l'axe. Quel doit-être le sens de variation de $n_1(r)$ pour qu'un rayon lumineux reste confiné dans la fibre ? Représenter qualitativement la trajectoire d'un rayon arrivant dans une fibre à gradient d'indice en formant un angle θ avec l'axe.

Exercice n°3 : tracés de rayons lumineux (document à rendre avec la copie)

1) Tracer les rayons conjugués



2) Déterminer la position des foyers objet et image de la lentille