TD Ondes et Signaux n° 4

Superposition d'ondes

Capacités exigibles :

- Déterminer l'amplitude de l'onde résultante en fonction du déphasage et exprimer les conditions d'interférences constructives ou destructives ✠.
- Exploiter la formule de Fresnel pour décrire la répartition d'intensité lumineuse ◐.
- Caractériser une onde stationnaire par l'existence de nœuds et de ventre et exprimer les fréquences des modes propres connaissant la célérité et la longueur de la corde ⌑.

Exercice 1 Propagation d'onde sonore ⌑

On dispose de deux haut-parleurs, pouvant être alimentés par un générateur basses fréquences (GBF) de fréquence $f = 1000\ Hz$, ainsi que de deux microphones. La vitesse du son dans l'air est $c = 340$ m.s^{-1}.

1. Quelle est la longueur d'onde ?
2. Dans un premier temps on n'utilise qu'un seul haut-parleur. Si on dispose seulement d'un microphone, peut-on mettre en évidence la propagation de l'onde et la mesurer en utilisant un oscilloscope ? Si oui proposer un protocole expérimental.

On utilise désormais les deux haut-parleurs, placés face à face à une distance d l'un de l'autre. Le premier haut-parleur est placé au point O et le second au point A tel que OA est orienté suivant l'axe (Ox). Les deux hauts parleurs sont alimentés en parallèle par le GBF. On note $e(t) = e_0 \cos(2\pi f t)$ la tension délivrée par le GBF. On supposera que la présence d'un haut-parleur ne perturbe pas l'onde émise par l'autre haut-parleur, et notamment n'engendre pas d'onde réfléchie. Chaque haut-parleur est supposé émettre une onde acoustique de même phase que la tension d'alimentation et on négligera toute atténuation des ondes sonores émises par les haut-parleurs.

3. Donner la forme générale de l'onde engendrée par le haut-parleur de gauche $p_g(x,t)$.
4. Exprimer l'onde engendrée par le haut-parleur de droite $p_d(x,t)$. On fera particulièrement attention au fait qu'en $x = d$, l'onde p_d doit posséder la même phase que la tension d'alimentation.
5. L'onde entre les deux haut-parleurs est la superposition des deux ondes déterminées ci-dessus. On désire qu'au niveau du haut-parleur de gauche se forme un nœud de vibration. Exprimer les distances d_n que l'on peut alors choisir en fonction de la longueur d'onde λ et d'un entier n.
6. Qu'en est-il au niveau du haut-parleur de droite ? Tracer l'allure des ondes obtenues à un certain temps pour les trois entiers les plus faibles.
7. Reprendre les deux dernières questions si on veut obtenir sur le haut-parleur de gauche un ventre de vibration. Expliquer qualitativement la condition obtenue.

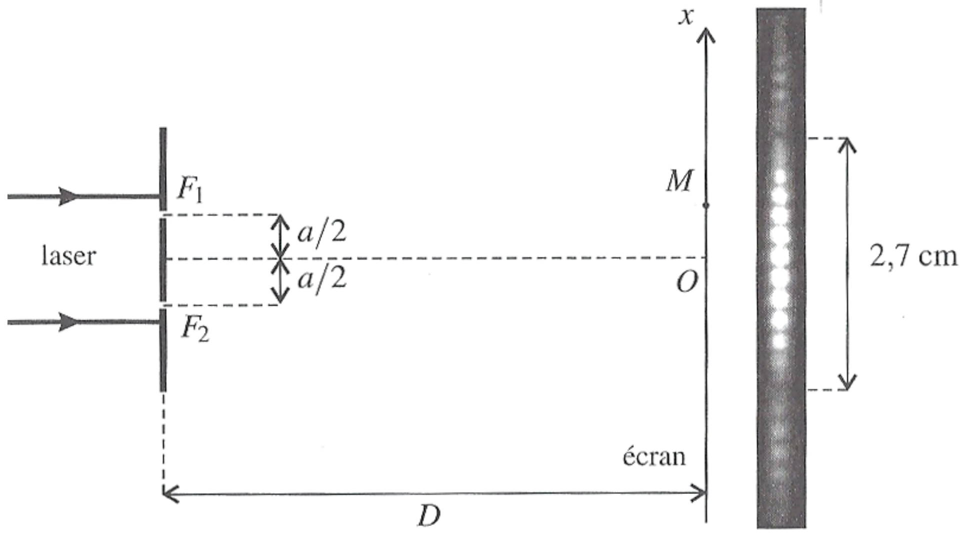
Exercice 2 Superposition de deux signaux de même fréquence ✠***

Deux émetteurs à ultrasons, supposés de petite dimension et notés H_1 et H_2 sont placés côte à côte sur l'axe $O'x'$, séparés par une distance $a = H_1H_2 = 4,0$ cm où O' est le milieu de H_1H_2. On supposera que les deux ondes émises en phase sont de mêmes longueur d'onde $\lambda = 8,5$ mm et de mêmes amplitudes. Un micro est placé en un point M le long d'un axe (Ox) parallèle à l'axe $(O'x')$ et distant de $D = 1,0$ m. M est repéré par son abscisse x. On admettra la relation $MH_1 - MH_2 \approx \frac{ax}{D}$ lorsque $D \gg a$. La célérité des ultrasons est $c = 340$ m.s^{-1}. On négligera toute variation de l'amplitude des signaux.

1. Quelle est la fréquence f des ultrasons produits ? Quelle est la forme de l'onde produite par l'un des deux émetteurs ? On notera P_m son amplitude et on expliquera pourquoi il est possible de choisir une phase nulle à l'origine des temps.
2. Évaluer les durées Δt_1 et Δt_2 mises par l'onde pour se propager respectivement de H_1 à M et H_2 à M. Quelle est la différence Δt de ces durées ?
3. En déduire le déphasage $\varphi(M)$ des deux ondes en M.
4. Qu'observe-t-on sur l'oscilloscope en déplaçant le microphone sur l'axe (Ox) ?
5. Donner l'abscisse x_1 de la première annulation du signal délivré par le microphone.
6. Donner explicitement la forme de $p(M,t)$, pression acoustique en M à t. Retrouver les résultats des questions 3, 4 et 5.

Exercice 3 Fentes de Young ◐✠◐

L'expérience des fentes de Young est une expérience classique permettant d'observer le phénomène d'interférences lumineuses. Le dispositif comprend un écran opaque percé de deux fentes identiques de très petite largeur $\varepsilon = 0,070$ mm, parallèles entre elles et distante de $a = 0,40$ mm. On envoie un faisceau laser de longueur d'onde $\lambda = 633$ nm sur les fentes et on place un écran d'observation à distance $D = 1,5$ m derrière le dispositif.



Sur l'écran on observe une figure symétrique autour d'un point O, la lumière se répartissant le long d'un axe (Ox) perpendiculaires aux fentes. On observe une tache centrale très lumineuse de largeur 2,7 cm dont l'éclairement est modulé et des tâches latérales, deux fois plus étroites et beaucoup moins lumineuse présentant la même modulation de l'éclairement. Le but de l'exercice est d'interpréter ces observations.

1. Exprimer la largeur L de la tâche centrale de la figure de diffraction qu'on observerait sur l'écran s'il n'y avait qu'une seule fente de largeur ε. Montrer que les taches centrales de diffraction des deux fentes sont pratiquement confondues.
2. On appelle champ d'interférence l'intersection des taches centrales de diffraction. Il est centré en un point O situé à égale distance des fentes et peut être considéré d'après la question précédente comme le domaine $-\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2}$ de l'axe (Ox). Montrer que pour un point M du champ d'interférences et d'abscisse x on a $MF_2 - MF_1 \approx \frac{ax}{D}$.
3. Exprimer alors le déphasage entre les deux ondes arrivant en M en fonction de λ, a, D et x. Les deux ondes ont la même phase initiale à leur départ de F_1 et F_2.
4. Trouver les coordonnées des points du champ d'interférences en lesquels il y a interférence constructive. Combien y en a-t-il ? Comparer à la photographie de l'écran.
5. Trouver les coordonnées des points en lesquels il y a interférence destructrice. Quelle est la distance entre deux de ces points consécutifs ?

Exercice 4 Instruments à cordes¤

Une corde tendue est attachée à ses deux extrémités en O $(x = 0)$ et en A $(x = \ell)$. Son mouvement est donné par $y(x,t) = b\sin(\frac{\omega x}{c})\sin\omega t$ avec $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ où T est la tension de la corde et μ sa masse linéïque (masse par unité de longueur).

1. De quel type de solution s'agit-il ? Cette solution vérifie-t-elle les conditions aux limites ? Déterminer les pulsations propres ω_n possibles.
2. La corde est en acier de masse volumique $\rho = 7,87.10^3$ kg.m^{-3}, de diamètre $d = 0,30$ mm, de longueur $L = 64$ cm et tendue avec une tension $T = 100$ N. Calculer la célérité c, la fréquence f_1 du fondamental et la longueur d'onde λ_1 correspondante. Faire un schéma de ce mode d'oscillation et interpréter.
3. Pourquoi un violon joue-t-il plus aigu qu'une contrebasse ?

Exercice 5 Le son, la flûte et le battement ¤

Flûtiste et physicienne, Josiane enregistre le son émis par sa flûte lorsqu'elle joue un La_4 puis en réalise l'analyse spectrale (voir figure ci-dessous).

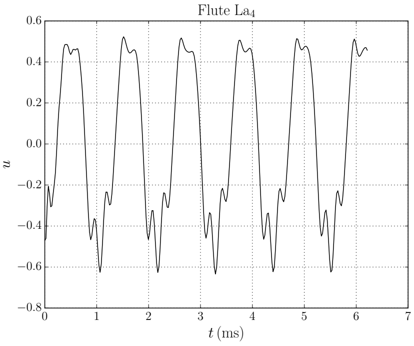


Figure 1

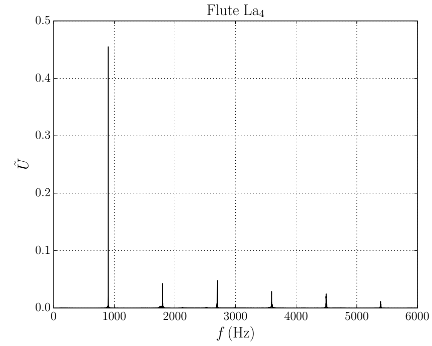


Figure 2

Également clarinettiste, elle souhaite ensuite vérifier l'accord de sa clarinette en jouant un Do_3 (de fréquence théorique 256 Hz) qu'elle superpose avec le son émis par un diapason de fréquence 256 Hz. L'enregistrement du son ainsi que l'analyse spectrale sont proposées sur les figures 3 et 4.

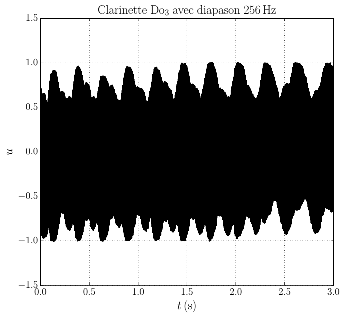


Figure 3

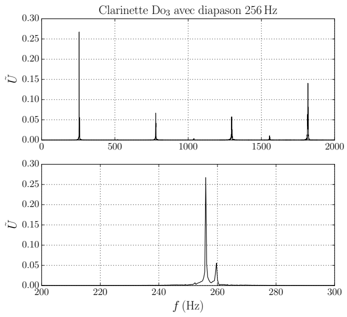


Figure 4

1. À la lumière des figures 1 et 2, peut-on dire que le son émis par la flûte est périodique ? Dans l'affirmative, déterminer sa période T puis sa fréquence f à l'aide de la figure 1. Retrouver le résultat à l'aide de la figure 2.
2. Quel phénomène est mis en évidence sur la figure 3 ? La clarinette est-elle correctement accordée ?
3. Utiliser la figure 3 pour déterminer l'écart de fréquence Δf entre le fondamental joué par Josiane et le diapason. Peut-on connaître le signe de Δf de cette façon ?
4. La figure 4 montre le spectre du signal, sur une large gamme spectrale en haut et au voisinage de la fréquence fondamentale en bas. Quels enseignements pouvez-vous tirer de ce spectre ?

Résolution de problème : Radar de recul ?

On souhaite réaliser un radar de recul permettant de détecter un obstacle à proximité du pare-choc arrière d'une automobile lors d'une marche arrière. Proposer une méthode permettant de mesurer une distance à partir de la propagation d'une onde impulsionnelle ou sinusoïdale. Puis à partir d'applications numériques concernant les ondes sonores, ultrasonores, lumineuses, radiofréquences ($\approx$ 100 kHz) ou micro-ondes ($\approx$ 10 Ghz), évoquer les problématiques associés à chaque type d'onde. Conclusion.

Solutions des exercices

[1] *Réponses : 1)* $\lambda = 34$ *cm ; 4)* $p_d(x,t) = A\cos(\omega t + k(x-d))$ *; 5)* $d_n = \frac{\lambda}{2} + n\lambda$

[2] *Réponses : 1)*$f = 40$ *kHz ; 2)* $\Delta t = \frac{ax}{Dc}$ *; 3)* $\varphi = 2\pi\frac{ax}{\lambda D}$ *5)* $x_1 = 11$ *cm ; 6)* $p(M,t) = 2P_m\cos\frac{\varphi}{2}\cos(2\pi f t - \psi)$

[3] *Réponses : 1) L=2,7 cm ; 3)* $\Delta\varphi = \frac{2\pi a x}{\lambda D}$ *; 4)* $-5,7 \leq n \leq 5,7$ *; 5) 2,5 mm*

[4] *Réponses : 1)*$\omega_n = \frac{n\pi c}{L}$ *2)* $f_1 = 330$ *Hz,* $c = 424$ ms^{-1}