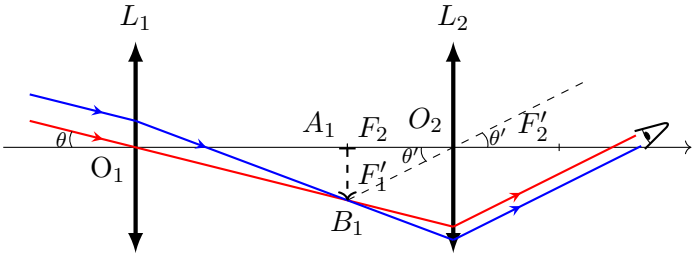
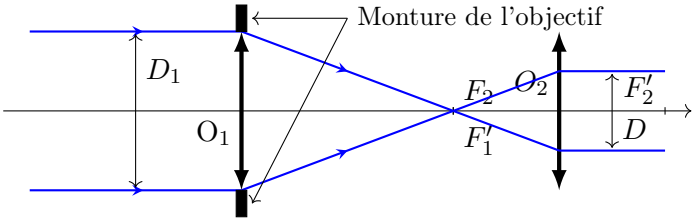
Correction du devoir surveillé n° 2

Problème 1 Lunette astronomique

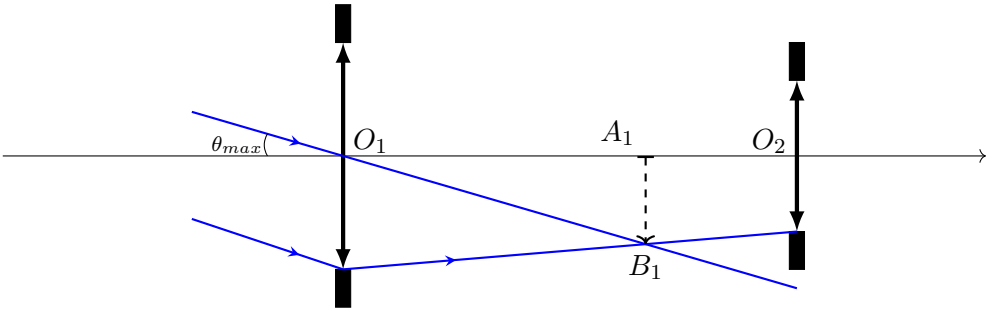
1. Un œil emmétrope n'accommode pas lorsqu'il observe des objets à l'infini (ponctum remotum). La lunette conjugue un objet à l'infini en une image à l'infini : $A_\infty \xrightarrow{L_1} F_1' \equiv F_2 \xrightarrow{L_2} A_\infty'$; le foyer image de l'objectif doit être alors confondu avec le foyer objet de l'oculaire. La distance entre l'objectif et l'oculaire est égal à la somme des distances focales f_1' et f_2'. Ce système est dit afocal et ne possède pas de foyer (objet ou image).
2. construction :



3. D'après la figure ci-dessus : $\theta = \frac{\overline{A_1B_1}}{f_1'}$ ($\theta < 0$) et $\theta' = -\frac{\overline{A_1B_1}}{f_2'}$ ($\theta' > 0$). Le grossissement de la lunette s'écrit alors $\boxed{G = \frac{\theta'}{\theta} = -\frac{f_1'}{f_2'} = -50}$.
4. construction :



5. D'après le théorème de Thales $\frac{D}{D_1} = \frac{f_2'}{f_1'}$. Soit $\boxed{D = D_1\frac{f_2'}{f_1'} = \frac{D_1}{|G|}}$
6. L'application numérique donne $D = 2,0$ mm. Ce diamètre étant inférieur à D_2, le diaphragme d'ouverture limite le faisceau et non l'oculaire de diamètre D_2.
7. construction :



Si les rayons incidents sont trop inclinés, un rayon incident passant par l'objectif ne passe plus par l'oculaire (cf figure). En utilisant la figure on obtient $\theta_{max} = \frac{A_1B_1}{f_1'}$ et $A_1B_1 = \frac{D_2}{2} + \frac{D_1-D_2}{2(f_1'+f_2')}f_2' = \frac{D_2f_1'+D_1f_2'}{2(f_1'+f_2')}$ soit $\boxed{\theta_{max} = \frac{D_2f_1'+D_1f_2'}{2f_1'(f_1'+f_2')}}$. On dit de la monture de l'oculaire qu'elle est le diaphragme de champ de la lunette.

8. L'aberration chromatique provient du fait que l'indice du verre (et donc la vitesse de propagation de la lumière dans le verre) dépend de la longueur d'onde. Le foyer image d'un rayonnement bleu est distinct de celui d'un rayonnement rouge. On parle alors de milieu dispersif.

Problème 2 Autour de la météo

A Généralités sur les radars météo

A.1 Une onde correspond à la propagation d'une perturbation transportant de l'énergie sans transport de matière.

A.2 $s(x,t) = f(x-ct)$ expression faisant apparaître un couplage entre les grandeurs spatiales et temporelles et le signe moins décrit une propagation dans le sens des x croissants.

B Utilisation de l'effet Doppler

B.1 $f_e = \frac{c}{\lambda} = 2{,}80\,\text{GHz}$.

B.2 On mesure sur le graphique l'amplitude crête à crête S_{epp} (entre la valeur maximale et minimale du signal) à l'aide du règle graduée. À l'aide de l'échelle fournie, on obtient $S_{em} = S_{epp}/2 = 3{,}2\,\text{u a}$.

B.3 On mesure $s_e(0) = 2{,}7\,\text{u a}$ soit $\varphi_e = \pm\arccos\frac{s_e(0)}{S_{em}}$. Pour déterminer le signe de φ_e, on identifie sur le graphe que $\dfrac{\mathrm{d}s_e}{\mathrm{d}t}(t=0) < 0$ et $\dfrac{\mathrm{d}s_e}{\mathrm{d}t} = -2\pi S_{em}\sin(2\pi f_e t + \varphi_e)$, on a donc à $t=0$ l'équation $\sin\varphi_e > 0$ et $\varphi_e = \arccos\frac{s_e(0)}{S_{em}} = 32\,°$.

B.4 De la même façon $s_r(t) = S_{rm}\cos(2\pi f_r t + \varphi_r)$.

B.5 En utilisant la relation fournie :

$$\begin{aligned} s_{mult} &= s_e(t) \times s_r(t) && (1)\\ &= S_{em}\cos(2\pi f_e \times t + \varphi_e) \times S_{rm}\cos(2\pi f_r \times t + \varphi_r) && (2)\\ &= \frac{S_{em}\times S_{rm}}{2}\left(\cos(2\pi(f_e+f_r)\times t + \varphi_e + \varphi_r) + \cos(2\pi(f_e - f_r)\times t + \varphi_e - \varphi_r)\right) && (3)\end{aligned}$$

Les deux fréquences intervenantes dans les deux composantes de ce signal sont $f_1 = |f_e - f_r|$ et $f_2 = f_e + f_r$.

B.6 $f_1 = \Delta f < f_2$. La composante conservée à une fréquence Δf

B.7 Par lecture graphique on mesure au décimètre gradué en mm la distance associée à 4 périodes au niveau de l'intersection du signal avec l'axe des ordonnées : $4T_\otimes = 10{,}8\,\text{ms}$ soit :

$$\boxed{\Delta f = \frac{1}{T_\otimes} \overset{\text{A.N.}}{=} 3{,}7\times 10^2\,\text{Hz}}$$

B.8 D'après l'énoncé $\Delta f = f_r - f_e = 2f_e\dfrac{v}{c}$ soit $\boxed{v = c\dfrac{\Delta f}{2f_e} = \dfrac{\Delta f\lambda}{2} \overset{\text{A.N.}}{=} 20\,\text{m s}^{-1}}$.

Cette vitesse correspond à $72\,\text{km h}^{-1}$ ce qui semble cohérent. Il s'avère que cette valeur est très faible devant c ce qui satisfait l'hypothèse de travail.

C Radars émettant des trains d'ondes

C.1 La durée Δt de l'aller-retour de cette impulsion s'écrit :

$$\Delta t = \frac{2d}{c}$$

C.2 Pour déterminer une distance sans ambiguïté avec ce radar, il faut être sûr que l'onde rétrodiffusée soit de retour au radar avant qu'il y ait une nouvelle émission. Ainsi, la durée d'un aller-retour ne doit pas excédée T_{RI} soit :

$$\boxed{d_{\max} = \frac{c\times T_{RI}}{2}}$$

D Entre deux averses

D.1 D'après la loi de Snell-Descartes (schéma) :

$$n_{air}\sin i = n\sin r$$

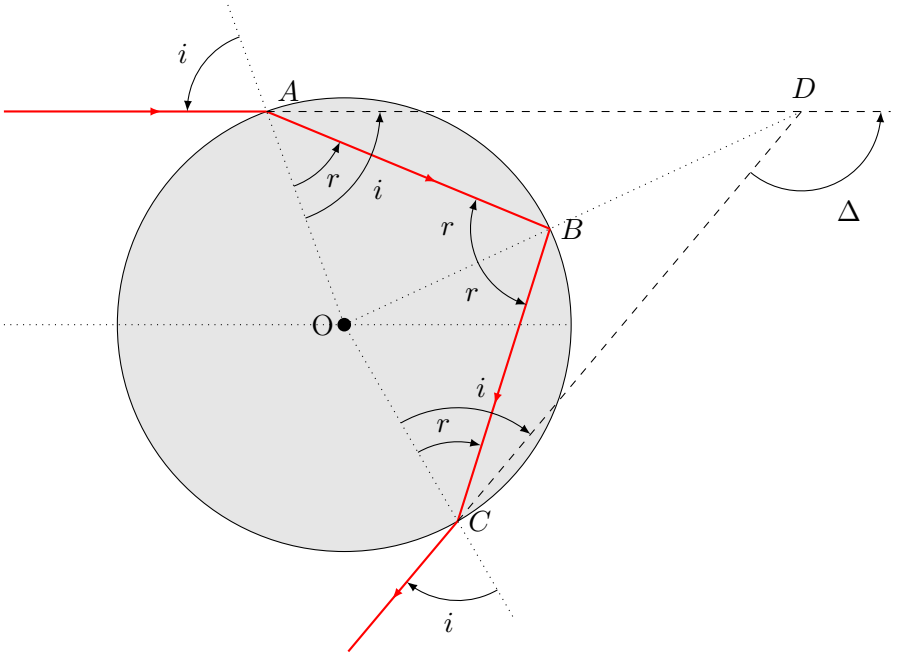
soit

$$\boxed{r = \arcsin\left(\frac{n_{\text{air}}\sin(i)}{n}\right) \overset{\text{A.N.}}{=} 46{,}6°}$$

D.2 L'angle limite de réflexion totale, r_{lim} au niveau de ce dioptre correspond à un angle réfracté dans l'air qui vaut $\dfrac{\pi}{2}$. Ainsi :

$$n\sin(r_{\text{lim}}) = n_{\text{air}}\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \boxed{r_{\text{lim}} = \arcsin\left(\frac{n_{\text{air}}}{n}\right) \overset{\text{A.N.}}{=} 48{,}8°}$$

D.3 Les triangles de sommet OAB et OBC sont isocèles donc les angles inscrits dans le cercle valent r :



D.4 L'angle au sommet est donc : $\widehat{BOA} = \pi - 2r$.
Dans le triangle OAD, on a : $\widehat{DOA} + \widehat{OAD} + \widehat{ADO} = \pi$.
D'où : $\pi - 2r + i + \widehat{ADO} = \pi$. Et donc : $\widehat{ADO} = 2r - i$.
On en déduit enfin : $\boxed{\Delta = \pi - \widehat{ADC} = \pi - 2\widehat{ADO} = \pi - 4r + 2i}$.

D.5 La loi de Snell-Descartes s'écrit :

$$n\sin(r) = n_{\text{air}}\sin(i) = x$$

Ainsi :

$$i = \arcsin(x) \text{ et } r = \arcsin\left(\frac{x}{n}\right)$$

Donc :

$$\boxed{\Delta = \pi - 4\arcsin\left(\frac{x}{n}\right) + 2\arcsin(x)}$$

D.6 On cherche l'extremum de $\Delta(x)$ par la dérivée : $\dfrac{\mathrm{d}\Delta}{\mathrm{d}x}(x_m) = 0$. On a donc :

$$\frac{\mathrm{d}\Delta}{\mathrm{d}x} = -\frac{1}{n}\frac{4}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{n}\right)^2}} + \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} = -\frac{4}{\sqrt{n^2-x^2}} + \frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$$

Ainsi :

$$\sqrt{n^2-x^2} = 2\sqrt{1-x^2} \Leftrightarrow n^2 - x_m^2 = 4(1-x_m^2)$$

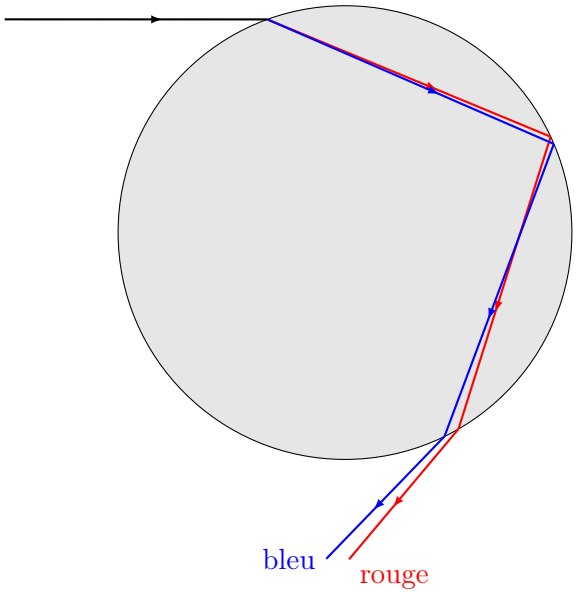
En isolant x_m, on retrouve l'expression demandée : $\boxed{x_m = \sqrt{\dfrac{4-n^2}{3}}}$

D.7 Au niveau du minimum de déviation, la variation de l'angle d'incidence i ne fait que très peu varier la déviation Δ, ce que l'on voit par la présence d'une tangente horizontale. Davantage de rayons se trouvent orientés dans la même direction correspondant au minimum de déviation, d'où davantage de lumière.

D.8 On a : $x_m = \sqrt{\dfrac{4-n^2}{3}}$ et $\Delta = \pi - 4\arcsin\left(\dfrac{x}{n}\right) + 2\arcsin(x)$.

— AN Pour le violet : $x_m = 0,8556$ et $\Delta = 2,432\,\text{rad} = 139,4°$.
— AN Pour le rouge : $x_m = 0,8624$ et $\Delta = 2,400\,\text{rad} = 137,5°$.

D.9 Le bleu est davantage dévié que le rouge, mais après la réflexion à travers la goutte, il est moins dévié que le rouge. Le bleu étant moins dévié il apparaît à l'intérieur et le rouge à l'extérieur :



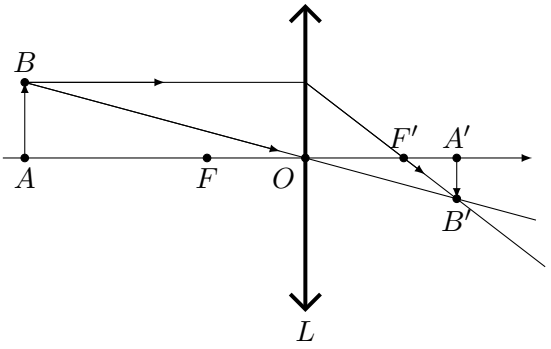
Problème 3 De la photographie dans la baie du Mont Saint-Michel

A Objet et image

A.1 On considère des rayons lumineux peu inclinés et peu écartés de l'axe optique. On se place dans ces conditions pour obtenir un stigmatisme et un aplanétisme approché.

A.2 Le diaphragme (D) permet de se rapprocher des conditions de Gauss.

A.3 Construction ci-dessous :



A.4 D'après la relation de grandissement : $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \dfrac{f'}{f'-L_0}$ soit :

$\boxed{\overline{A'B'} = \dfrac{hf'}{f'-L_0} = -1,3\,\text{mm}}$.

A.5 Lorsque l'objet est à l'infini, l'image se forme dans le plan focal image de la lentille soit $\boxed{d = f' = 50\,\text{mm}}$.

A.6 Partant d'un objet lointain (et donc d'une image réelle dans le plan focal image), plus l'objet se rapproche de l'objectif (L diminue), plus l'image s'en éloigne (d augmente). Comme d est majoré par d_{max}, alors L est minoré par la valeur L_{min} correspondante.

A.7 On utilise la relation de conjugaison de Descartes $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}$ soit $-\overline{OA} = \dfrac{f'\overline{OA'}}{\overline{OA'}-f'}$. On a ainsi $L_{min} = \dfrac{d_{max}f'}{d_{max}-f'} = 0,55\,\text{m}$ (L'objet est réel donc $L_{min} = -\overline{OA}$).

B Influence de la focale

B.1 On reprend la relation précédente : $\boxed{\overline{A'B'} = \dfrac{hf'}{f' - L_0} = -2{,}5\,\text{mm}}$. La taille de l'image à doubler en doublant la focale.

B.2 La taille de l'image est bien inférieure à la taille du capteur, le mouton sera vu en entier en mode portrait ou en mode paysage.

B.3 L'image obtenue avec un téléobjectif de focale $f_1' = 2f'$ fait la même taille que celle obtenue avec f' pour une distance $L_1 = L/2$. En effet, tant que $L \gg f'$, on peut écrire :

$$\overline{A'B'} = \frac{hf_1'}{f_1' - L} \approx \frac{hf_1'}{-L} = \frac{hf'}{-L/2}$$

C'est en ce sens qu'on peut dire incorrectement qu'un téléobjectif rapproche les objets. La limite de cette affirmation est $f' \ll L$.

B.4 $AB \xrightarrow{(L_1)} A_1B_1 \xrightarrow{(L_2)} A'B'$. La distance entre le mouton et l'objectif est toujours très grande devant f_1' donc on peut supposer que l'image intermédiaire se forme dans le plan focal image de la lentille (L_1). On a alors $\boxed{\overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} = -e + f_1'}$.

B.5 Une lentille divergente donne une image réelle (c'est-à-dire $\overline{O_2A'} > 0$) si et seulement si l'objet est situé entre le centre optique et le foyer objet. En effet, la relation de conjugaison de Descartes pour (L_2) donne :

$$\overline{O_2A'} = \frac{\overline{O_2A_1}f_2'}{\overline{O_2A_1} + f_2'}.$$

Une première possibilité pour $\overline{O_2A'} > 0$ si $\overline{O_2A_1}f_2' > 0$ (soit $\overline{O_2A_1} < 0$ car $f_2' < 0$) et $\overline{O_2A_1} + f_2' > 0$ ce qui est impossible puisque $f_2' < 0$.

Une deuxième possibilité serait de vérifier $\overline{O_2A_1}f_2' < 0$ (soit $\overline{O_2A_1} > 0$ car $f_2' < 0$) et $\overline{O_2A_1} + f_2' < 0$ ce qui conduit à un image réelle si $\boxed{A_1 \text{ entre } O \text{ et } F_2}$.

En conservant l'hypothèse de la question précédente : $L_0 \gg f_1'$ et $\overline{O_2A_1} = -e + f_1'$, on en déduit que $f_1' + f_2' < e < f_1'$

B.6 On a bien $f_1' + f_2' = 5{,}0\,\text{cm} < e = 8{,}0\,\text{cm} < f_1' = 10\,\text{cm}$.

B.7 La distance $d = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A'}$ avec $\overline{O_2A'} = \dfrac{\overline{O_2F_1'}f_2'}{f_2' + \overline{O_2F_1'}}$ d'après la relation de conjugaison de Descartes. $\overline{O_2F_1'} = -e + f_1'$ soit $\boxed{d = e + \dfrac{f_2'(-e + f_1')}{-e + f_1' + f_2'} = 11\,\text{cm}}$ (2CS)

On utilise la relation de grandissement pour la lentille (L_2), $\gamma_2 = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \dfrac{f_2'}{\overline{F_2F_1'}} = \dfrac{f_2'}{f_2' - e + f_1'}$ et $\overline{A_1B_1} = \dfrac{hf_1'}{-L_0}$ soit $\boxed{\overline{A'B'} = -4{,}2\,\text{mm}}$ On a augmenter d'un facteur 5/3 la taille du mouton sur la photo.

Le téléobjectif constitué d'une lentille convergente et d'une lentille divergente produit ainsi une image de taille supérieure à celle produite par une simple lentille convergente pour un encombrement presque identique.

C Exploitation d'une photo

C.1 D'après le document 1, le capteur utilisé (Canon G10) a une petite dimension verticale de 5,7 mm ; et on voit que l'image du Mont Saint-Michel occupe environ le tiers de cette dimension, plus précisément 3,55 cm sur une image de 10,15 cm de haut (mesuré à la règle graduée en mm) soit 35% de la hauteur du capteur. La taille de l'image est donc $A'B' = 2{,}0\,\text{mm}$.

Le document 2 indique que l'objectif est constitué d'une seule lentille convergente, de focale $f' = 18\,\text{mm}$. Enfin d'après le document 3 on a $L = 1{,}46\,\text{km}$. On en déduit $A'B' = \dfrac{hf'}{L}$ soit :

$\boxed{h = \dfrac{A'B'L}{f'} = 1{,}6 \times 10^2\,\text{m}}$. (la vraie hauteur du Mont Saint-Michel est de 157,10 m ce qui est cohérent avec le nombre de chiffres significatifs utilisé).