TD Signaux électriques n° 5

Filtrage linéaire

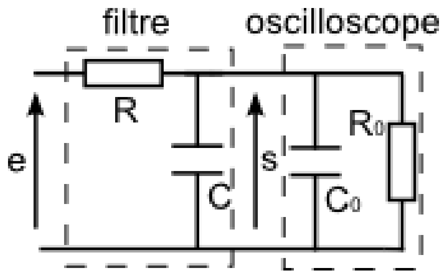
Capacités exigibles :

- Savoir que l'on peut décomposer un signal périodique en une somme de fonctions sinusoïdales ◐.
- Utiliser une fonction de transfert donnée d'ordre 1 ou 2 et ses représentations graphiques pour conduire l'étude de la réponse d'un système linéaire à un signal périodique quelconque ⌑.
- Utiliser les échelles logarithmiques et interpréter les zones rectilignes des diagrammes de Bode d'après l'expression de la fonction de transfert ✠.
- Exploiter un montage présentant un ALI⋈.
- Expliciter les conditions d'utilisation d'un filtre afin de l'utiliser comme moyenneur, intégrateur ou dérivateur ☼.

Exercice 1 Étude d'un filtre passe-bas du premier ordre ✠

On souhaite effectuer l'étude expérimentale d'un filtre passe-bas du premier ordre R,C.

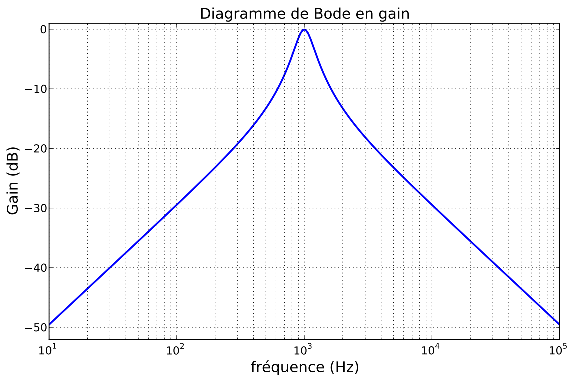
1. Calculer la fréquence de coupure du filtre si on utilise une résistance $R = 680\ k\Omega$ et une capacité $C = 47\ pF$.
2. Lors de l'étude expérimentale, on mesure la tension d'entrée et la tension de sortie du filtre à l'oscilloscope, la liaison entre le circuit et l'entrée de l'oscilloscope est assurée par un câble coaxial. On s'aperçoit que les valeurs mesurées ne correspondent pas aux résultats théoriques. Pour expliquer cet écart, on modélise l'entrée de l'oscilloscope par l'association en parallèle d'une capacité $C_0 = 30\ pF$ et d'une résistance $R_0 = 1\ M\Omega$.



Calculer la nouvelle fonction de transfert $\underline{H_1}(j\omega)$. La nature du filtre est-elle changée ?
3. Déduire du calcul précédent la nouvelle fréquence de coupure à $-3\ dB$, le gain G_{cdB} en dB pour cette fréquence et le gain G_{0dB} en continu. Préciser leurs valeurs numériques.
4. L'expérience donne pour la fréquence précédente $G_{cdB} = -10,2\ dB$ et en continu $G_{0dB=} -4,5\ dB$. Conclure.
5. On modélise le câble coaxial par une capacité en parallèle sur l'entrée de l'oscilloscope. Calculer la valeur de cette capacité.

Exercice 2 Étude d'un diagramme de Bode ⌑☼◐✠***

On considère le diagramme de Bode ci-contre :



1. Quelle est la nature de ce filtre ?
2. À l'aide de composants passifs proposer un circuit simple permettant de réaliser ce filtre.
3. Proposer des valeurs numériques de composants.
4. On met en entrée de ce filtre un signal triangulaire centré sur l'origine de fréquence 50 Hz, quelle sera en sortie l'allure temporelle du signal de sortie ?
5. On considère désormais un signal de la forme $e(t) = E_1 \cos(2\pi f_1 t) + E_2 \cos(2\pi f_2 t)$ avec $E_1 = 3$ V, $E_2 = 5$ V, $f_1 = 600$ Hz et $f_2 = 10$ kHz. En déduire l'expression numérique du signal de sortie du filtre.

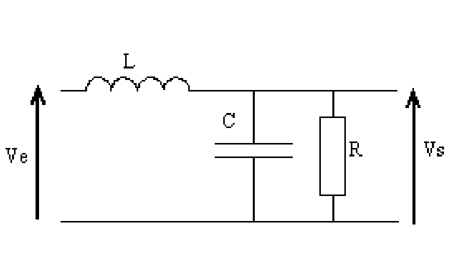
Exercice 3 Action d'un filtre passe-haut sur un signal ☼◐

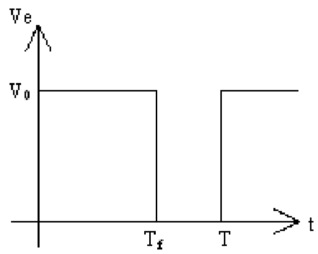
On considère un filtre passe-haut du second ordre dont la fréquence de coupure est 100 Hz. Donner l'allure du signal recueilli en sortie du filtre si on envoie en entrée :

1. Une sinusoïde d'amplitude 4 V centrée autour de 1 V et de fréquence 2 kHz.
2. Une sinusoïde d'amplitude 4 V centrée autour de 0 V et de fréquence 2 kHz.
3. un créneau d'amplitude 4 V centré autour de 1 V et de fréquence 2 kHz.
4. un signal triangulaire d'amplitude 4 V centré autour de 0 V et de fréquence 2 Hz (on considère cette fois un filtre passe-haut du premier ordre).

Exercice 4 Étude du filtre d'une alimentation à découpage ☼◐

On considère le montage suivant avec $L = 0,20\ H$ et $C = 10\ \mu F$.





1. Donner sans calcul, la nature de ce filtre.
2. Montrer que la fonction de transfert de ce filtre peut se mettre sous la forme :

$$\underline{H}(jf) = \frac{1}{1 + j\frac{f}{Qf_0} - \frac{f^2}{f_0^2}}$$

   où on identifiera f_0 et Q. Calculer numériquement f_0.
3. Déterminer la valeur numérique de R pour obtenir une atténuation de 3 dB lorsque $f = f_0$.
4. Le filtre est alimenté par une tension qui à l'allure ci-dessus où $T = 10^{-3}\ s$. Expliquer pourquoi la tension de sortie est sensiblement constante et déterminer cette valeur en fonction de $\alpha = \frac{T_f}{T}$.

Exercice 5 Carré filtré ☼✠

On considère un signal carré parfaitement symétrique, dont l'allure est représentée ci-après ; T représente la période de signal, qu'on pourra faire varier, tout en maintenant l'amplitude constante.

On alimente avec ce signal créneau un filtre, dont on cherche à déterminer la nature et toutes les caractéristiques.

On obtient pour les fréquences $f = 1{,}0 \times 10^2$ Hz et $f = 10\,\text{kHz}$ les oscillogrammes suivants.

1. Quelle opération réalise ce filtre pour $f = 1{,}0 \times 10^2$ Hz ? pour $f = 10\,\text{kHz}$? En déduire sa nature.
2. Parmi les fonctions de transfert suivantes :

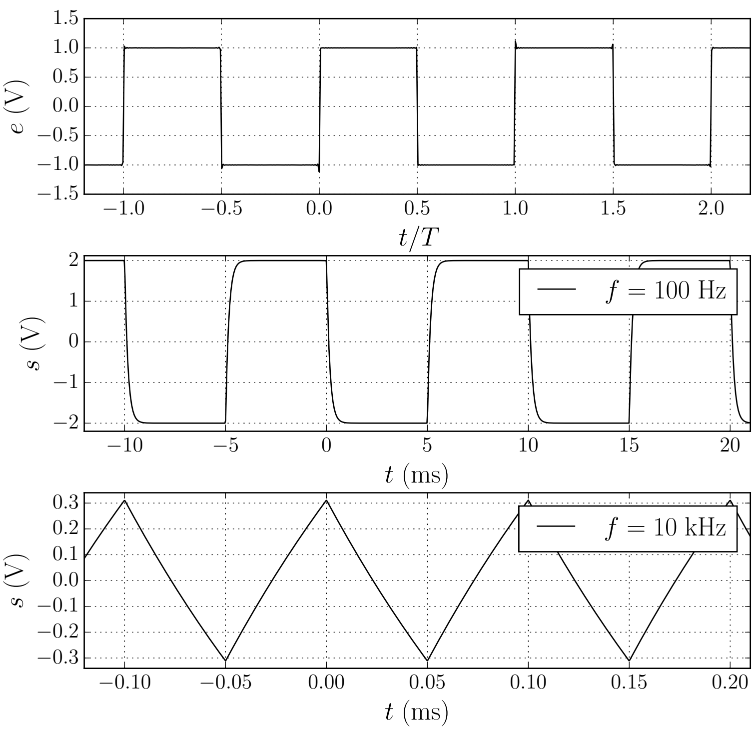
$$\underline{H_1} = \frac{H_0}{1 + j\dfrac{f}{f_c}}$$

$$\underline{H_2} = \frac{H_0 j\dfrac{f}{f_c}}{1 + j\dfrac{f}{f_c}}$$

$$\underline{H_3} = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\dfrac{f}{f_c} - \dfrac{f_c}{f}\right)}$$

$$\underline{H_4} = \frac{H_0}{1 + j\dfrac{1}{Q}\dfrac{f}{f_c} - \left(\dfrac{f}{f_c}\right)^2}$$

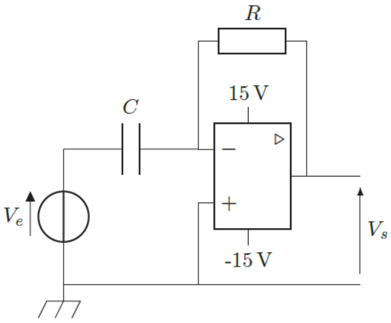
$$\underline{H_5} = \frac{-H_0\left(\dfrac{f}{f_c}\right)^2}{1 + j\dfrac{1}{Q}\dfrac{f}{f_c} - \left(\dfrac{f}{f_c}\right)^2}$$



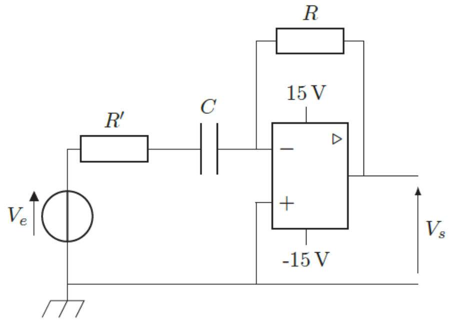
   laquelle choisiriez-vous pour décrire ce filtre ?
3. En vous servant des oscillogrammes fournis, déterminer les paramètres inconnus intervenant dans cette fonction de transfert.

Exercice 6 Dérivateur ⋈☼

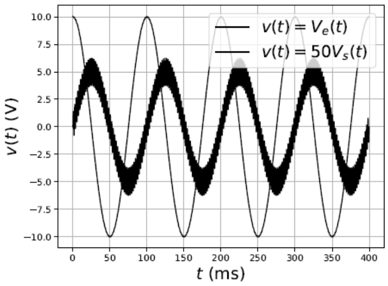
La dérivation par rapport au temps d'un signal $V_e(t)$ est très sensible au bruit présent dans le signal, particulièrement les parties hautes fréquences du bruit. Nous envisageons les montages (a) et (b) présentés sur les figures ci-dessous avec un signal d'entrée $V_e(t) = E\cos(\omega_0 t) + b(t)$ où $E = 10\,\mathrm{V}$, $\omega_0 = 63\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ et $b(t)$ modélise le bruit haute fréquence. Nous prendrons pour simplifier $b(t) = B\cos(\omega_1 t)$ avec $B = 50\,\mathrm{mV}$ et $\omega_1 = 50\omega_0$.



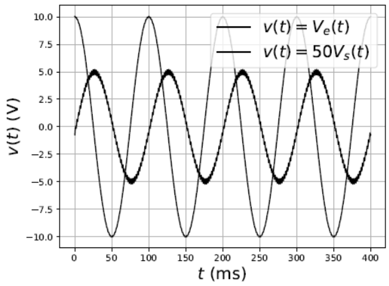
Montage (a)



Montage (b)



Oscillogramme (a)



Oscillogramme (b)

Les oscillogrammes (a) et (b) associés respectivement aux montages (a) et (b) ont été obtenus par simulation numérique.

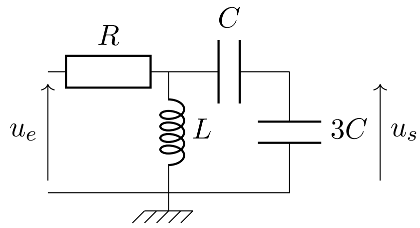
Nous adoptons le modèle de l'ALI idéal en régime linéaire.

Données : $R = 1{,}0\,\mathrm{k\Omega}$, $R' = 10R$, $C = 1{,}6 \times 10^2\,\mathrm{nF}$.

1. Déterminer les fonctions de transfert $\underline{H}_1(\omega)$ et $\underline{H}_2(\omega)$ respectivement des filtres (a) et (b). Montrer que le montage (a) réalise l'opération de dérivation du signal d'entrée.
2. Caractériser le filtre (b). Définir et calculer sa pulsation de coupure à $-3\,\mathrm{dB}$. Dans quel domaine de fréquences le montage est-il dérivateur ?
3. Commenter les oscillogrammes (a) et (b).

Exercice 7 Filtre de Colpitts ¤✠

On considère le quadripôle suivant, où C est une capacité, R une résistance et L une inductance. Il est utilisé en régime sinusoïdal forcé, en sortie ouverte (L'impédance d'entrée de la charge est infinie).



1. Étudier qualitativement le comportement de ce quadripôle en haute fréquence et en basse fréquence. De quel type de filtre s'agit-il ?
2. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}}$ et la mettre sous la forme suivante : $\underline{H} = \frac{A}{1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)}$ en introduisant des constantes A, ω_0 et Q dont on précisera les expressions en fonction de R, C et L.
3. Le diagramme de Bode de ce quadripôle a été relevé, et on sait que $Q = 10$. Identifier la courbe correspondante sur la Figure **??** puis justifier l'allure des parties rectilignes du diagramme de Bode. Déduire du diagramme la valeur de la fréquence d'accord f_0 ainsi que des fréquences de coupure.

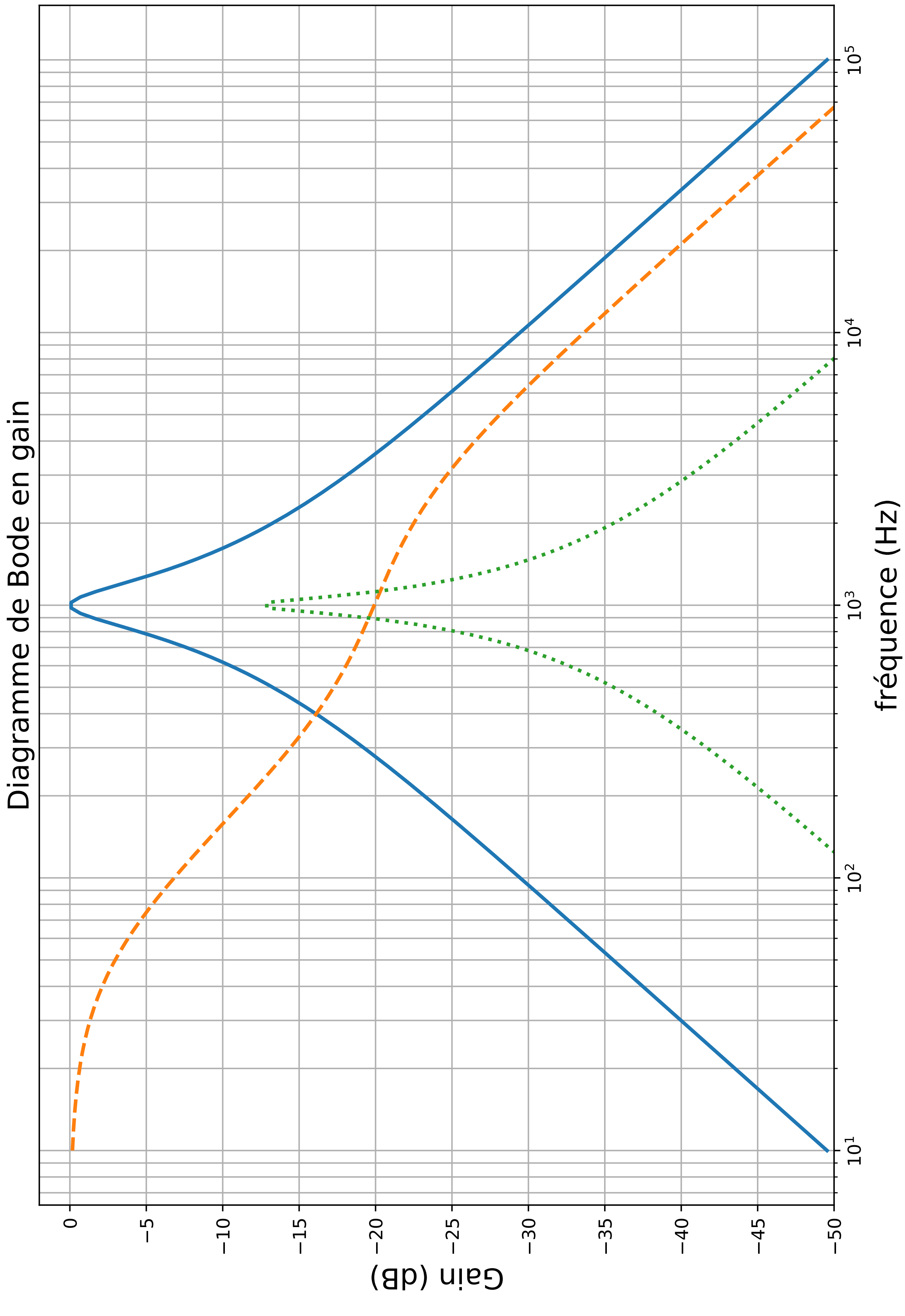


FIGURE 1 – Diagramme de Bode en gain de quelques filtres