II Exemples de filtres

II.1 Filtres du premier ordre

II.1.a) Ordre d'un filtre

On considère un filtre de fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ tel que :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}} = \frac{b_0 + b_1 j\omega + b_2(j\omega)^2 + b_3(j\omega)^3 + \cdots + b_m(j\omega)^m}{a_0 + a_1 j\omega + a_2(j\omega)^2 + \cdots + a_n(j\omega)^n}$$

La condition $n \geq m$ doit être vérifiée sinon la fonction de transfert tend vers l'infini en haute fréquence (filtre instable).

En passant de la représentation fréquentielle à la représentation temporelle, on obtient l'équation différentielle suivante :

$$a_0 u_s(t) + a_1 \frac{du_s}{dt} + \cdots + a_n \frac{d^n u_s}{dt^n} = b_0 u_e(t) + b_1 \frac{du_e}{dt} + \cdots + b_m \frac{d^m u_e}{dt^m}$$

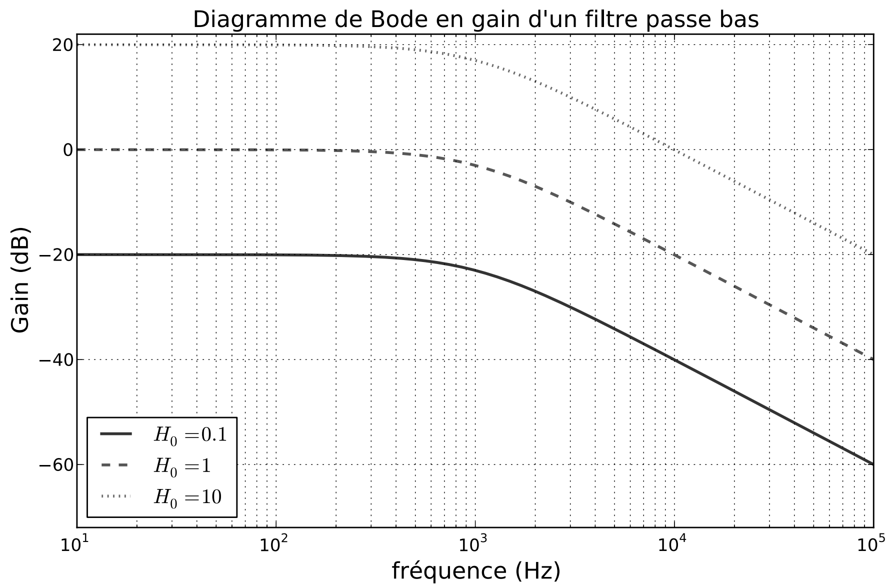
On appelle ordre du circuit, l'ordre de l'équation différentielle linéaire associée (ordre n pour un filtre stable).

II.1.b) Filtre passe-bas du premier ordre

La fonction de transfert d'un filtre passe-bas du premier ordre se met sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

où ω_c est la pulsation de coupure à -3 dB. La bande passante est alors l'intervalle de pulsation $[0, \omega_c]$. Le diagramme de Bode en gain de ce filtre est représenté sur la figure ci-dessous pour différentes valeurs de H_0 avec $f_c = 1$ kHz.



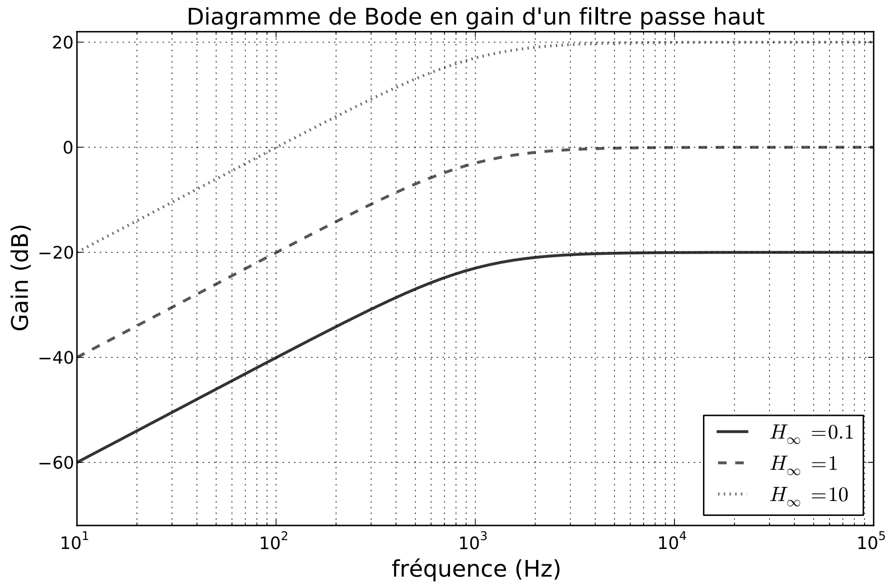
- Les filtres passe-bas conservent la composante continue, on les appelle parfois des filtres moyenneurs ;
- En haute fréquence la fonction de transfert est équivalente à $\underline{H} = \frac{H_0}{j\frac{\omega}{\omega_c}}$. Ce filtre se comporte alors comme un intégrateur.
- L'atténuation pour des fréquences supérieures à la fréquence de coupure est de -20dB/décade ou -6dB/octave.
- Les deux asymptotes se croisent à la fréquence de coupure ;
- Exemples : Filtres RC, LR

II.1.c) Filtre passe-haut du premier ordre

La fonction de transfert d'un filtre passe-haut du premier ordre se met sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_\infty \frac{j\omega}{\omega_c}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

où ω_c est la pulsation de coupure à -3 dB. La bande passante est alors l'intervalle de pulsation $[\omega_c, \infty[$. Le diagramme de Bode en gain de ce filtre est représenté sur la figure ci-dessous pour différentes valeurs de H_∞ avec $f_c = 1$ kHz.



- En basse fréquence la fonction de transfert est équivalente à $\underline{H} = H_\infty j\frac{\omega}{\omega_c}$. Le filtre se comporte donc comme un dérivateur ;
- L'atténuation pour des fréquences inférieures à la fréquence de coupure est de 20dB/décade ou 6dB/octave ;
- Les deux asymptotes se croisent à la fréquence de coupure ;
- Exemples : Filtres CR, RL.

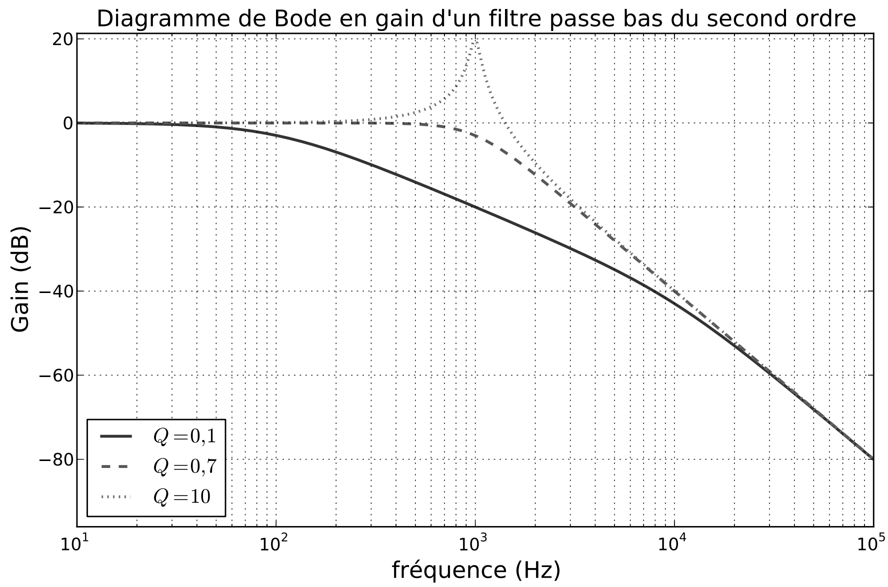
II.2 Filtres du second ordre

II.2.a) Filtres passe-bas

La fonction de transfert d'un filtre passe-bas du second ordre se met sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{j\omega}{Q\omega_0}}$$

où Q est le facteur de qualité et ω_0 est la pulsation propre du circuit. Cette pulsation est a priori différente de la pulsation de coupure à -3dB.
Le diagramme de Bode en gain de ce filtre est représenté sur la figure ci-dessous avec $H_0 = 1$, $f_0 = 1$ kHz et pour différentes valeurs du facteur de qualité.



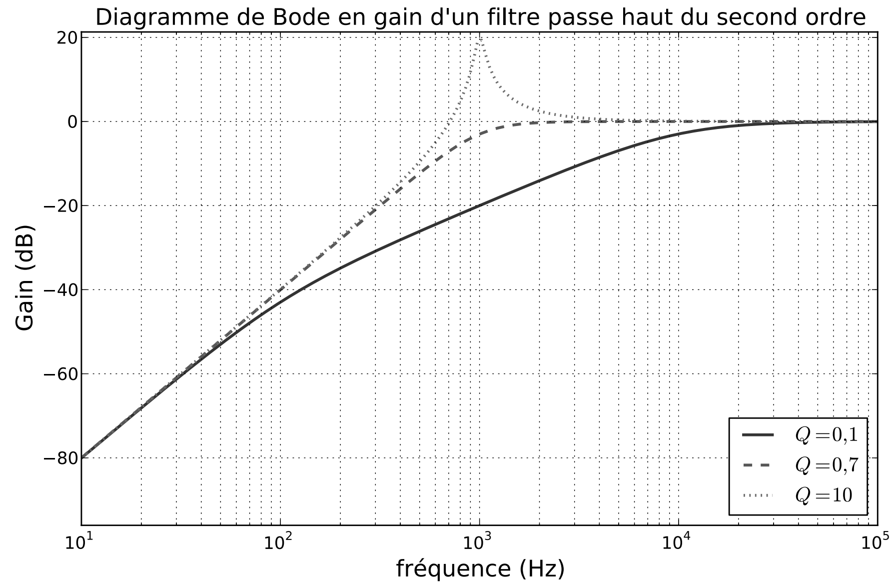
- L'atténuation pour des fréquences grandes par rapport à la fréquence propre est de -40dB/décade ou -12dB/octave ;
- Les deux asymptotes se croisent à la fréquence propre ;
- Pour le filtrage on évite en général les phénomènes de résonance. La valeur $Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ est recherchée pour obtenir un gain constant dans la bande passante
- Exemples : Filtres RLC.

II.2.b) Filtres passe-haut

La fonction de transfert d'un filtre passe-haut du second ordre se met sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = H_\infty \frac{-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2+\frac{j\omega}{Q\omega_0}}$$

où Q est le facteur de qualité et ω_0 est la pulsation propre du circuit. Cette pulsation est a priori différente de la pulsation de coupure à -3dB.
Le diagramme de Bode en gain de ce filtre est représenté sur la figure ci-dessous avec $H_\infty = 1$, $f_0 = 1$ kHz et pour différentes valeurs du facteur de qualité.



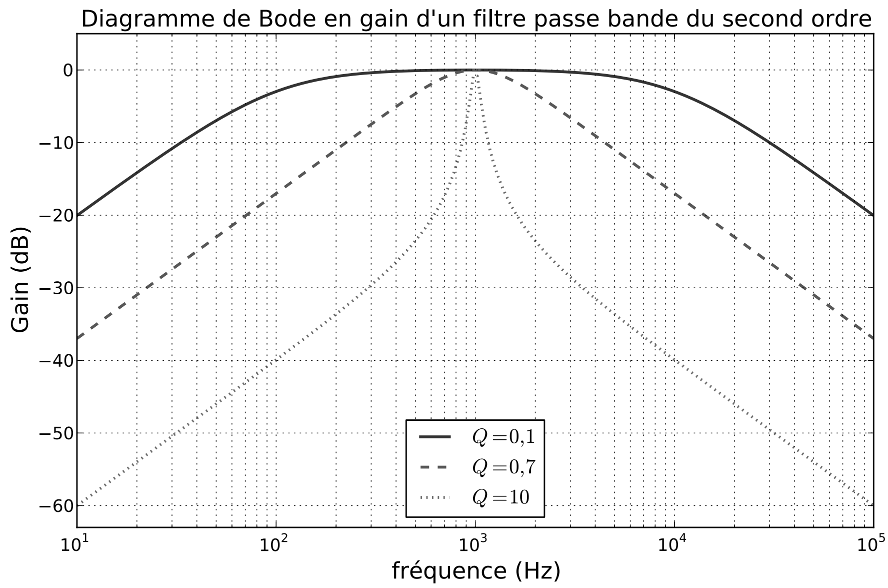
- L'atténuation pour des fréquences petites par rapport à la fréquence propre est de 40dB/décade ou 12dB/octave ;
- Les deux asymptotes se croisent à la fréquence propre ;
- Pour le filtrage on évite en général les phénomènes de résonance. La valeur $Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ est recherché pour obtenir un gain constant dans la bande passante
- Exemples : Filtres RCL.

II.2.c) Filtre passe-bande

La fonction de transfert d'un filtre passe-bande du second ordre se met sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{j\frac{\omega}{Q\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{j\omega}{Q\omega_0}} = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

où Q est le facteur de qualité et ω_0 est la pulsation propre du circuit. Cette pulsation est différente de la pulsation de coupure à -3dB.
Le diagramme de Bode en gain de ce filtre est représenté sur la figure ci-dessous avec $H_0 = 1$, $f_0 = 1$ kHz et pour différentes valeurs du facteur de qualité.



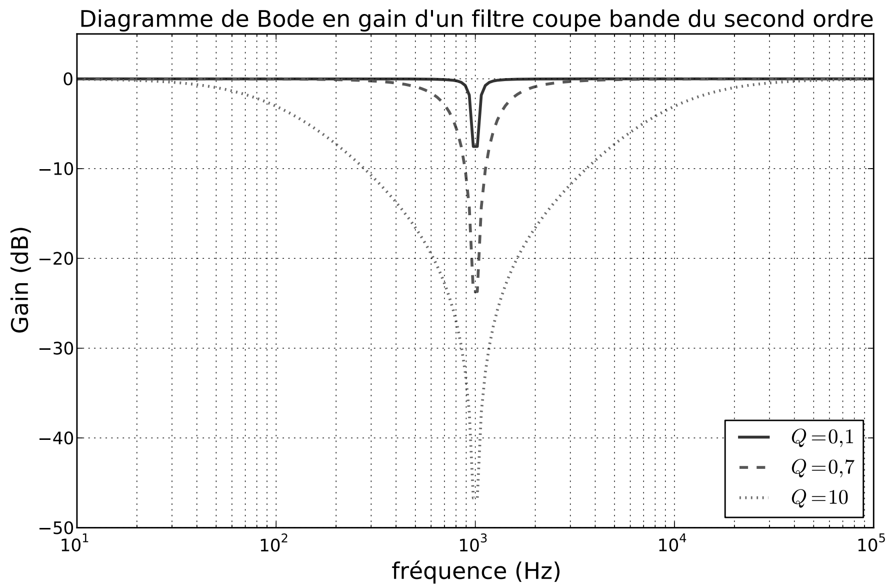
- Plus le facteur de qualité est important plus le filtre est sélectif.
- Les deux asymptotes se croisent à la fréquence propre f_0 et ont des pentes de $+20$ et -20db/décade ; Un filtre passe bande peut se comporter comme un dérivateur en basse fréquence et et comme un intégrateur en haute fréquence.
- Exemples : Filtres CL(R).

II.2.d) Filtre coupe-bande

La fonction de transfert d'un filtre coupe-bande du second ordre se met sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{j\omega}{Q\omega_0}} = \frac{H_0}{1 + j\frac{\frac{\omega}{Q\omega_0}}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

où Q est le facteur de qualité et ω_0 est la pulsation propre du circuit. Cette pulsation est différente de la pulsation de coupure à -3dB.
Le diagramme de Bode en gain de ce filtre est représenté sur la figure ci-dessous avec $H_0 = 1$, $f_0 = 1$ kHz et pour différentes valeur du facteur de qualité.



- Plus le facteur de qualité est important plus la bande rejetée est importante.
- Exemples : Filtres R(CL).