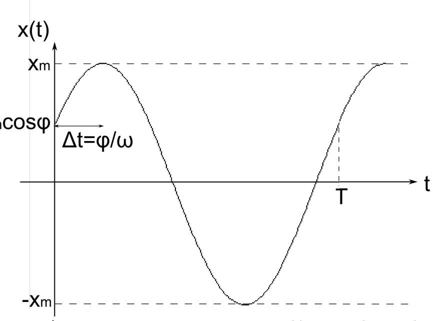
II.1 Notation complexe

II.1.a) Caractéristiques d'un signal sinusoïdal

Définitions

- Un signal est périodique de période T si $f(t) = f(t+T) = f(t+nT)$ avec $n \in \mathbb{Z}$.
- Un signal est alternatif si $f(t) = -f(t - \frac{T}{2})$. La valeur moyenne d'un signal alternatif est donc nulle.
- Un signal est sinusoïdal si $f(t) = x_m \cos(\omega t + \varphi)$.

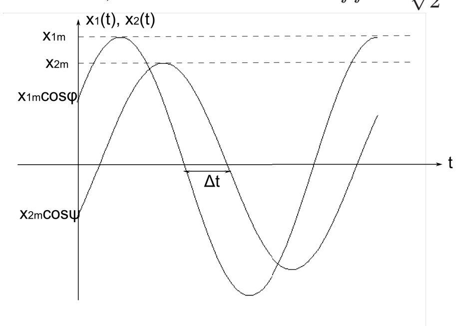
- x_m est l'amplitude
- ω est la pulsation ($rad.s^{-1}$)
- f est la fréquence, $f = \frac{\omega}{2\pi}$ (Hz ou s^{-1})
- T est la période $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$ (s)
- φ est la phase à l'origine et $(\omega t + \varphi)$ la phase instantanée



Un signal sinusoïdal peut également être donné sous la forme : $x(t) = A\cos\omega t + B\sin\omega t$, l'amplitude est alors $x_m = \sqrt{A^2+B^2}$ et sa phase à l'origine vérifie $\cos\varphi = \frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}$ et $\sin\varphi = \frac{-B}{\sqrt{A^2+B^2}}$.

La valeur efficace d'un signal sinusoïdal centré (de valeur moyenne nulle) est donnée par $x_{eff} = \frac{x_m}{\sqrt{2}}$.

On considère deux signaux sinusoïdaux de même pulsation ω : $x_1(t) = x_{m1}\cos(\omega t + \varphi)$ et $x_2(t) = x_{m2}\cos(\omega t + \psi)$. Le déphasage de $x_2(t)$ par rapport à $x_1(t)$ est égal à $\Delta\varphi = \varphi - \psi = \omega \Delta t = \frac{2\pi \Delta t}{T}$.



II.1.b) Représentation complexe de grandeurs sinusoïdales

Rappels mathématiques sur les complexes

- En physique on note le nombre complexe avec j tel que $j^2 = -1$
- Un nombre complexe peut se mettre sous diverses formes :

$$z = a + jb = r(\cos\theta + j\sin\theta) = re^{j\theta}$$

où a est la partie réelle, b la partie imaginaire, r le module $r = \sqrt{a^2+b^2}$ et θ l'argument ($arg(z) = \theta$) et $\tan\theta = \frac{b}{a}$.