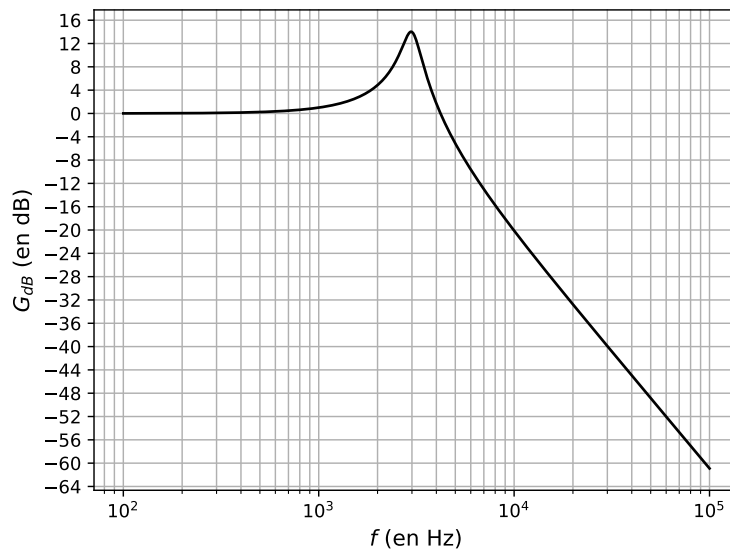


Exercice 1 Pickup de guitare

On étudie le comportement fréquentiel d'un « pickup » de guitare électrique, autrement dit d'un dispositif qui transforme la vibration des cordes métalliques de la guitare électrique en signal électrique.

A Étude générale

On considère un filtre dont le diagramme de Bode du gain en décibel est représenté ci-dessous :



A.1 Déterminer la nature et l'ordre du filtre.

A.2 Déterminer, graphiquement, les équations des asymptotes en haute et basse fréquence. On les donnera en fonction de $\log(f)$.

On donne ci-dessous, les formes canoniques de différentes fonctions de transfert, où $x = \frac{f}{f_0}$ est la pulsation réduite, f_0 la fréquence propre du circuit, Q son facteur de qualité et H_0 un réel positif sans dimension :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)} \quad ; \quad \underline{H} = \frac{H_0}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2} \quad ; \quad \underline{H} = \frac{H_0}{1 + jx}$$

A.3 Déterminer la fonction de transfert pouvant correspondre au diagramme de Bode précédent. Justifier brièvement.

A.4 Déterminer les équations théoriques des asymptotes de $G_{dB} = f(\log(x))$ en haute et basse fréquence pour le filtre étudié. On précisera les coordonnées de leur point d'intersection.

A.5 Déterminer le déphasage $\Delta\varphi$ et le gain G_{dB} en dB pour $f = f_0$ pour le filtre étudié.

A.6 Déterminer les valeurs de f_0 , H_0 et Q le cas échéant, à partir du diagramme de Bode du gain fourni.

B Filtrage d'une vibration de corde

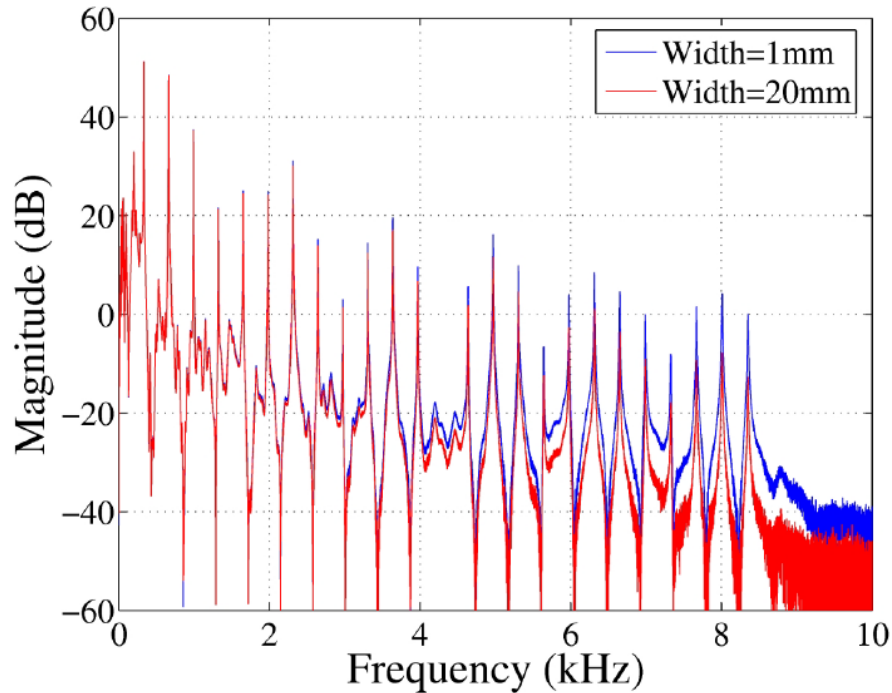
On impose une tension $u_e(t)$ à l'entrée du filtre précédent. On note $u_s(t)$ la tension de sortie. Chaque tension est mesurée sur une voie différente d'un oscilloscope dont le déclenchement est réglé avec une tension seuil à 2 V en front montant sur la voie 1. La vitesse de balayage est réglée à 0,10 ms/div. La sensibilité verticale est de 2 V/div sur la voie 1 et de 10 V/div sur la voie 2.

On impose tout d'abord une tension d'entrée sinusoïdale.

B.1 Représenter l'écran de l'oscilloscope (en complétant l'annexe 1) si on visualise la tension d'entrée sinusoïdale $u_e(t)$ d'amplitude $U_e = 5,0$ V, de composante continue $U_{e0} = 2,0$ V et de fréquence f_0 ainsi que la tension de sortie $u_s(t)$ correspondante. On veillera à faire apparaître l'échelle en tension pour la voie 1 sur la gauche de l'écran et celle pour la voie 2 sur la droite de l'écran.

B.2 Représenter le spectre en amplitude de ces deux tensions avec, en ordonnée, l'amplitude A_{dB} en dB définie par $A_{dB} = 20 \log \left(\frac{U}{U_{ref}} \right)$ où U est l'amplitude d'une composante sinusoïdale et $U_{ref} = 10 \text{ mV}$ une amplitude de référence.

On considère maintenant une tension électrique périodique caractéristique de la vibration d'une corde de guitare. Son spectre est donné sur la figure ci-dessous avec en ordonnée l'amplitude en dB. Les deux courbes correspondant à deux manières différentes de gratter la corde (on n'y prêtera pas attention).



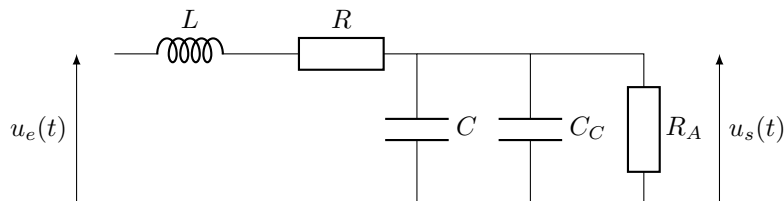
B.3 Déterminer la fréquence du mode fondamental.

Quelle est la corde utilisée : celle du mi aigüe ($f_{mi} = 329,6 \text{ Hz}$), celle du si ($f_{si} = 246,9 \text{ Hz}$), celle du sol ($f_{sol} = 196,0 \text{ Hz}$), celle du ré ($f_{re} = 146,8 \text{ Hz}$), celle du la ($f_{la} = 110,0 \text{ Hz}$) ou celle du mi grave ($f'_{mi} = 82,4 \text{ Hz}$) ?

B.4 Déterminer précisément les amplitudes A_{dB} des harmoniques les plus proches de 3 kHz et de 8 kHz pour la tension à la sortie du filtre.

C Modèle électrocinétique du pickup

On peut modéliser le « pickup » branché sur un amplificateur de guitare par le circuit ci-dessous. La bobine d'inductance $L = 5,0 \text{ H}$, le résistor de résistance $R = 6,0 \text{ k}\Omega$ et le condensateur de capacité $C = 100,0 \text{ pF}$ caractérisent le « pickup » tandis que le condensateur de capacité C_C caractérise la capacité du câble reliant la guitare à l'amplificateur et le résistor R_A caractérise la résistance d'entrée de l'amplificateur.



C.1 Étudier le comportement de ce circuit aux basses fréquences et aux hautes fréquences. Commenter.

C.2 Déterminer l'expression de la fonction de transfert complexe $\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e}$ où $\underline{u}_s$ et $\underline{u}_e$ sont les grandeurs complexes associées aux tensions $u_s(t)$ et $u_e(t)$ de pulsation ω et la mettre sous la forme canonique choisie dans la partie A.

On précisera les expressions du gain H_0 , du facteur de qualité Q et de la pulsation propre ω_0 en fonction des données.

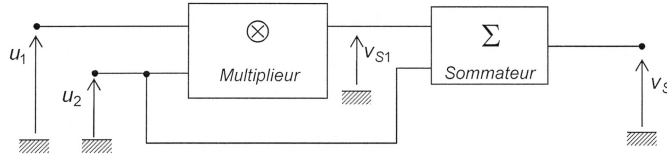
C.3 Simplifier les expressions du facteur de qualité Q et de la pulsation propre ω_0 sachant que $R_A \gg R$.

C.4 Déterminer les valeurs de R_A et C_C pour obtenir une résonance à 3,0 kHz (le son est alors dit « brillant ») et une surtension d'un facteur 5,0 à la résonance.

Exercice 2 De la phase à l'amplitude...

A Modulation d'amplitude

Le montage de la figure ci-dessous représente schématiquement un modulateur d'amplitude ; il comprend un multiplieur, qui délivre une tension de sortie $v_{s1} = k \times u_1 \times u_2$ (k étant une constante) et un sommateur qui délivre en sortie une tension v_s , égale à la somme des tensions d'entrée.



Les tensions sont sinusoïdales : $u_1(t) = U_m \cos(\omega_m t)$ et $u_2(t) = U_0 \cos(\omega_p t)$, avec $\omega_p \gg \omega_m$. $u_1(t)$ est appelé « signal modulant » et $u_2(t)$ « signal de porteuse ».

A.1 Montrer que la tension de sortie $v_s(t)$ peut s'écrire sous la forme $v_s(t) = U_0 \cos(\omega_p t) [1 + m \cos \omega_m t]$, et déterminer m en fonction de k et U_m .

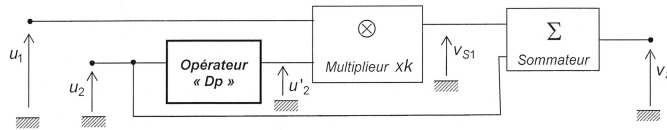
A.2 Représenter graphiquement, de façon schématique, la tension $v_s(t)$ en supposant que $m < 1$.

B Modulation de phase - Méthode d'Armstrong

Pour certaines applications, il est souhaitable de moduler la phase du signal de porteuse, pour obtenir une tension de la forme $v_p(t) = U_0 \cos[\omega_p t + m \cos \omega_m t]$. Une approche, imaginée par l'inventeur E. Armstrong en 1933, permet très simplement d'obtenir un signal de ce type (pour les faibles modulations) en modifiant légèrement le montage de la figure précédente. Dans toute la suite, le taux de modulation m vérifie $m \ll 1$.

B.1 Montrer que le signal de porteuse modulé en phase peut s'écrire : $v_p(t) = U_0 \cos \omega_p t + f(t) \sin \omega_p t$, où $f(t)$ sera exprimée en fonction de m , U_0 , ω_m et t .

Pour obtenir la tension $v_p(t)$, un opérateur « Dp » est introduit dans le montage, comme indiqué sur la figure ci-dessous :

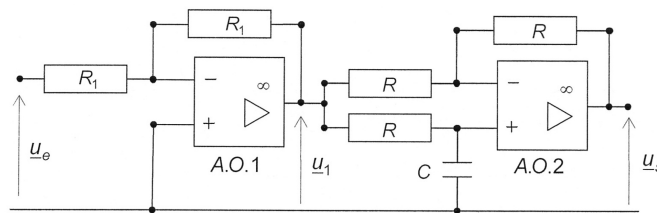


Les tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$ sont inchangées par rapport à la sous partie A.

B.2 Quelle doit être la tension $u'_2(t)$ en sortie de l'opérateur « Dp » pour obtenir $v_s(t) = v_p(t)$, le taux de modulation m restant inchangé par rapport à sa valeur de la question A.1 ? Quelle transformation l'opérateur « Dp » doit-il réaliser sur la tension $u_2(t)$?

C Réalisation de l'opérateur « Dp »

Le montage étudié pour réaliser l'opérateur « Dp » est représenté sur la figure ci-dessous :



Les ALI (A.O.1 et A.O.2) sont idéaux et fonctionnent en régime linéaire. Les tensions sont sinusoïdales de pulsation ω ; les grandeurs soulignées indiquées sur la figure ci-dessus désignent les représentations complexes de ces tensions.

C.1 Exprimer la tension $\underline{u}_1$ en fonction de la tension $\underline{u}_e$. Préciser le rôle de l'ensemble formé par l'ALI A.O.1 et les deux résistances identiques de valeurs R_1 .

C.2 Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}_1(j\omega) = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_1}$, en fonction de R , C et ω . En déduire la fonction de transfert globale du montage $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e}$.

C.3 Montrer que le seul effet de cet opérateur est d'introduire un déphasage φ_D entre la sortie $u_s(t)$ et l'entrée $u_e(t)$. Exprimer φ_D en fonction de R , C et ω .

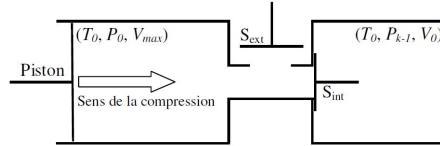
C.4 Comment doit on choisir le produit RC , en fonction de ω_p , pour que l'opérateur « Dp » délivre effectivement le signal modulé en phase $v_p(t)$?

Exercice 3 What else !

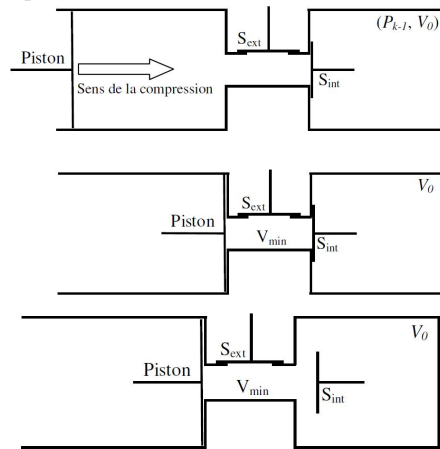
Dans une machine à café expresso, on fait circuler l'eau chaude à travers la poudre de café en jouant sur une différence de pression. La plupart des machines à café de ce type réalisent des pressions de 15 bar. On s'intéresse ici au principe d'une pompe à air permettant de comprimer l'air ambiant. La pompe est constituée de deux compartiments, le corps de la pompe de volume fixe V_0 dans lequel est stocké l'air sous pression et un piston qui, à chaque aller-retour, pousse de l'air issu de l'atmosphère extérieure dans le corps. Toutes les transformations sont réalisées à température constante $\theta_0 = 20^\circ C$, et l'air est assimilé à un gaz parfait de masse molaire $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$ dont la pression dans l'atmosphère est de $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$.

On peut décomposer le fonctionnement de la pompe selon une séquence de trois étapes :

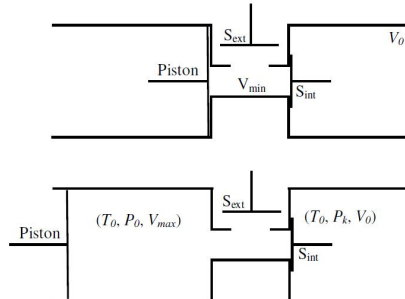
- La soupape interne S_{int} est fermée, la soupape externe S_{ext} est ouverte. La pression dans le corps de pompe, à l'issue du $(k-1)$ ème coup de piston, est P_{k-1} , le volume V_{max} délimité par le piston est rempli d'air pris dans les conditions de pression de l'atmosphère extérieure.



- On ferme la soupape externe S_{ext} , le piston avance alors jusqu'à délimiter le volume minimal V_{min} indispensable au jeu des soupapes. On ouvre finalement la soupape interne S_{int} pour faire entrer l'air comprimé dans le corps de la pompe.



- On ferme la soupape interne S_{int} puis on ouvre la soupape externe S_{ext} , la pression dans le corps de pompe est maintenant P_k . Il reste à ramener le piston dans sa position initiale et le k ième coup de piston est terminé.

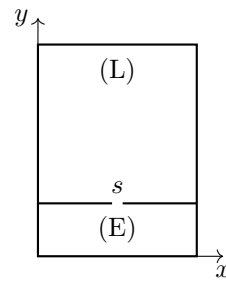


On désire analyser la mise en pression du corps de pompe.

1. Quelles sont les hypothèses vérifiées par un gaz parfait ? Comment peut-on savoir qu'un gaz se comporte comme un gaz parfait ?
2. Comment peut-on justifier que la masse molaire de l'air soit égale à 29 g.mol^{-1} ?
3. Déterminer la quantité de matière n_{k-1} présente dans le corps de pompe quand la soupape interne est encore fermée, c'est-à-dire au début de la séquence. On donnera le résultat en fonction de P_{k-1} , R , T_0 et V_0 le volume du corps de la pompe.
4. Déterminer la quantité de matière n_0 présente dans le volume délimité par le piston après avoir fermé la soupape externe et avant d'ouvrir la soupape interne.
5. En déduire la quantité d'air n_k dans le corps de la pompe à la fin de la séquence en fonction de n_0 , n_{k-1} , V_0 et V_{min} .
6. Montrer que la pression obéit à une relation de récurrence de la forme $P_k = \alpha P_{k-1} + \beta$. On déterminera α et β en fonction de P_0 , V_0 , V_{min} et V_{max} .
7. Exprimer la pression limite P_∞ que l'air peut atteindre dans le corps de pompe.
8. En déduire la valeur du rapport $\frac{V_{max}}{V_{min}}$ pour obtenir $P_\infty = 15 \text{ bar}$.

Exercice 4 La brèche de Roland

Roland est un physicien chevronné, spécialisé dans la fabrication de dépôts ultraminces par épitaxie par jets moléculaires (EJM). Il dispose d'une enceinte dans laquelle règne un vide poussé (10^{-8} Pa). Au cours de la préparation d'une de ses expériences, il s'aperçoit qu'au lieu de rester stable, la pression de son enceinte ultravide (E) de volume $V_e = 40 \text{ cm}^3$ augmente progressivement. Il décide de suivre l'évolution temporelle de cette pression et constate qu'elle suit la loi $P_e(t) \approx P_{e,f}(1 - \exp(-t/\tau))$ avec $\tau = 4,5 \times 10^2 \text{ s}$. Pour lui, cela ne fait alors plus aucun doute : il y a une brèche d'aire s dans son dispositif, par laquelle des échanges d'air ont lieu entre l'enceinte et la pièce du laboratoire, notée (L).



On considère qu'au cours de cette expérience, la température de l'air intérieur à (E) est la même que celle de (L), soit $T = 298 \text{ K}$. Le volume de (L) est $V_\ell = 80 \text{ m}^3$ et sa pression initiale $P_{\ell 0} = 1,0 \text{ bar}$. Le schéma ci-dessus (échelles non respectées) modélise la situation à l'instant t .

On utilise le modèle suivant :

- l'air est considéré comme un gaz parfait ;
- toutes les particules d'air ont la même vitesse, égale en norme à la vitesse quadratique moyenne v^* à la température T ;
- les particules peuvent se déplacer selon les 6 sens $(\pm \vec{u}_x, \pm \vec{u}_y, \pm \vec{u}_z)$, avec la même probabilité $1/6$ pour chacun des sens ;
- on considère que $P_{e0} = P_e(t=0) \approx 0 \text{ bar}$;
- l'ensemble (E)+(L) forme un système fermé.

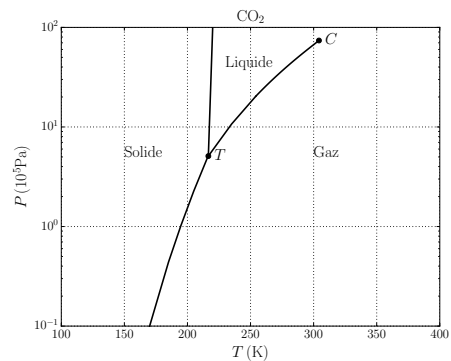
1. Donner l'expression de v^* à la température de l'expérience et calculer sa valeur numérique.
2. On note $N_\ell(t)$ et $N_e(t)$ le nombre de particules d'air présentes à l'instant t dans (L) et dans (E). Quelle relation relie ces deux grandeurs aux pressions $P_\ell(t)$ et $P_e(t)$ régnant à l'instant t dans (L) et dans (E) ? Quelles sont les densités de particules $n_\ell^*(t)$ et $n_e^*(t)$ correspondantes ? Que penser de la somme $N_\ell(t) + N_e(t)$?
3. On raisonne sur l'intervalle de temps $[t, t + dt]$. Déterminer le nombre de particules d'air $dN_{L \rightarrow E}$ qui traverseront la brèche pour pénétrer dans (E) pendant dt , puis le nombre de particules d'air $dN_{E \rightarrow L}$ qui traverseront la brèche pour sortir de (E) pendant dt .
4. En déduire la variation $dN_e(t)$ du nombre de particules d'air présentes dans (E) entre t et $t + dt$, en fonction de $N_e(t)$ et des données de l'énoncé puis la loi de variation de $P_e(t)$. Est-elle conforme aux observations de Roland ?
5. Déduire de ces résultats les valeurs numériques de s et de $P_{e,f}$.

On donne la constante des gaz parfaits $R = 8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ ainsi que le nombre d'Avogadro $\mathcal{N}_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ et la masse molaire de l'air $M = 29 \text{ g mol}^{-1}$.

Exercice 5 Utiliser un diagramme (P, T)

La figure ci-contre montre le diagramme (P, T) du dioxyde de carbone.

1. On se place dans les conditions initiales suivantes : $T_i = 250 \text{ K}$, $P_i = 10 \text{ bar}$. Placer ce point dans le diagramme (P, T) , et en déduire dans quelle phase se trouve le dioxyde de carbone dans l'état initial.
2. Partant de cet état, on comprime lentement le dioxyde de carbone à température constante, pour terminer à la température $T_f = 250 \text{ K}$ et la pression $P_f = 50 \text{ bar}$. Placer le point final sur le graphe, en déduire dans quelle phase se trouve le dioxyde de carbone dans l'état final. Décrire alors les différentes étapes de cette compression.



3. Tracer l'allure du graphe qui représente la pression du CO_2 en fonction du temps.
4. Faire la même analyse si à la place d'une compression isotherme, on réalise un refroidissement lent à pression constante, amenant le CO_2 dans l'état final $T'_f = 200 \text{ K}$, $P'_f = 10 \text{ bar}$. On tracera cette fois l'évolution de la température avec le temps.

Annexe 1

Nom Prénom :

Figure pour la question B.1 de la partie B de l'exercice 1.

