# TD THERMODYNAMIQUE n° 2

Descriptions d'un système à l'équilibre

Capacités exigibles :

- Calculer l'ordre de grandeur d'une vitesse quadratique moyenne dans un gaz parfait ✠.
- Connaître et utiliser l'équation d'état des gaz parfaits ◐.
- Exprimer l'énergie interne d'un gaz parfait monoatomique à partir de l'interprétation microscopique de la température♠.
- Comparer le comportement d'un gaz réel au modèle du gaz parfait sur des réseaux d'isothermes en coordonnées de Clapeyron ou d'Amagat ☼.
- Analyser un diagramme de phase expérimental (P,T), et positionner les phases dans ce diagramme ⌑.
- Utiliser le digramme (p,v), positionner les phases et déterminer la composition d'un mélange diphasé ⋈.
- Utiliser la notion de pression partielle pour adapter les connaissances sur l'équilibre liquide-vapeur au cas de l'évaporation en présence d'une atmosphère inerte ◑.

## Exercice 1 Pression exercée par la pluie sur une vitre ✠

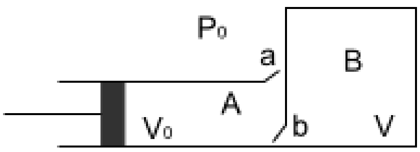
Des gouttes de pluie, de masse $m = 0,1\ g$ et de vitesse $v = 2m.s^{-1}$, frappent la surface d'une vitre verticale de surface $S = 2\ m^2$, en formant un angle $\alpha = 30°$ par rapport à la verticale en arrivant sur la vitre. La densité de gouttes est $n^* = 800\ gouttes.m^{-3}$. On suppose que lors de leur choc sur la vitre, les gouttes rebondissent de manière parfaite.

1. Combien de gouttes $\delta N$ frappent la vitre pendant la durée $\delta t = 1\ s$ ?
2. Exprimer la variation $\delta\vec{p}$ de la quantité de mouvement de ces $\delta N$ gouttes au cours de leur rebond.
3. Déterminer la force $\delta\vec{F}$ exercée sur la vitre pendant $\delta t$.
4. En déduire la pression $P$ exercée par ces gouttes sur la vitre. La calculer.

## Exercice 2 Pompe isotherme*** ◐

On considère une pompe destinée à vider l'air contenu dans le compartiment $B$ de volume $V$ constant égal à $1000\ L$. Le corps de la pompe $A$ a un volume maximal $V_0$ de $10\ L$. Le piston est mobile sans frottement et sa masse est négligeable. Lors de chaque coup de pompe le piston effectue un aller-retour complet : à l'aller le volume du compartiment $A$ passe de $V_0$ à 0, puis au retour, de 0 à $V_0$. La soupape $(a)$ ne laisse passer l'air que du compartiment $A$ vers l'extérieur. La soupape $(b)$ ne laisse passer l'air que du compartiment $B$ vers le compartiment $A$.

L'air est considéré comme un gaz parfait. L'opération de vidange est dans les conditions de l'expérience, isotherme ($T_0 = cte$). Au début de l'opération la température de l'air et sa pression sont égales à $T_0 = 298\ K$ et $P_0 = 1{,}0 \times 10^5$ Pa dans tous les compartiment et à l'extérieur du dispositif. On prendra pour la valeur de la constante des gaz parfaits : $R = 8,31\ J.mol^{-1}.K^{-1}$.




1. Calculer numériquement la pression $P_1$ dans le compartiment $B$ après le premier aller retour du piston.
2. Calculer la variation d'énergie interne du gaz contenu dans le compartiment $B$ au cours du premier aller retour du piston.
3. Établir la relation entre $P_k$, $P_0$, $V$, $V_0$, $k$, $P_k$ étant la pression du gaz restant dans le compartiment $B$ après $k$ coups de pompe.
4. Calculer la valeur numérique de $k$ si $P_k = \frac{P_0}{100}$ ?

## Exercice 3 Gazoduc ⌑

Le gaz naturel est transporté à haute pression dans un gazoduc avant d'être détendu, souvent en plusieurs étapes, dans la région d'utilisation. On peut lire dans une brochure de Gaz de France (GDF) : « Le gaz naturel est puissant. Son pouvoir calorique est de $10th/m^3$. La thermie $(th)$ est la quantité de chaleur nécessaire pour élever de $1°C$ la température de $1000\ L$ d'eau ». On suppose le gaz uniquement constitué de méthane ($M = 16\ g.mol^{-1}$). La capacité thermique massique de l'eau sera prise égale à $4,18\ kJ.K^{-1}.kg^{-1}$.

1. Calculer le pouvoir calorique volumique $q_v$ du gaz naturel en $kJ.m^{-3}$.
2. En admettant que les données de la brochure font référence au gaz dans les conditions de température (avant combustion) et de pression d'utilisation domestique ($20°C$, soit $293\ K$ et $1\ bar$ soit $10^5\ Pa$) et que le méthane obéit dans ce cas à l'équation d'état des gaz parfait ($R = 8,314\ J.K^{-1}.mol^{-1}$), en déduire le pouvoir calorique massique $q_m$ du gaz naturel en $kJ.kg^{-1}$.
3. Le débit massique du gaz naturel dans le gazoduc est $D = 2,5\ kg.s^{-1}$. Calculer le nombre de foyers alimentés par le gazoduc pour une consommation moyenne de $3\ kW$ par foyer.

## Exercice 4 Diffusion*** ◐

Un récipient est constitué de deux compartiments de même volume $V$, maintenus à la température $T$. À $t = 0$, une mole de gaz parfait remplit le compartiment de gauche noté (1) et le compartiment de droite noté (2) est vide. On perce un petit trou de section $s$ entre les deux. La normale au trou est $\overrightarrow{u_x}$. On note $N_1(t)$ et $N_2(t)$ le nombre de particules dans chaque compartiment. On adopte pour le gaz parfait le modèle suivant : i. la norme des vitesses de toutes les molécules est la même et égale à la vitesse quadratique moyenne $u$ ; ii. chaque molécule a une vitesse dirigée suivant une des directions et un sens suivant : $\overrightarrow{u_x}$, $-\overrightarrow{u_x}$, $\overrightarrow{u_y}$, $-\overrightarrow{u_y}$, $\overrightarrow{u_z}$, $-\overrightarrow{u_z}$.

1. Quel est le nombre de particules $dN_{1\rightarrow 2}$ traversant le trou de 1 vers 2 entre $t$ et $t + dt$ ?
2. En déduire les expressions de $\frac{dN_1}{dt}$ et $\frac{dN_2}{dt}$ en fonction de $N_1$, $N_2$, $s$, $u$ et $V$.
3. En déduire les expressions de $N_1$ et $N_2$ au cours du temps. Faites apparaître la constante de temps $\tau$ caractéristique du phénomène.

## Exercice 5 Expérience du regel ⋈◑

On considère un pain de glace à $-5,0$°C. Posons sur la face supérieure de ce pain de glace un fil métallique lesté par deux masses identiques à ses extrémités. L'ensemble est à la pression atmosphérique. Après quelques heures, on constate que le fil est descendu et qu'il est prisonnier du pain de glace, c'est-à-dire que la glace s'est reformée après le passage du fil. Dans l'état final, le fil a traversé intégralement le pain de glace qui est apparemment intact. On donne les coordonnées du point triple de l'eau : $T_Y = 273,16$ K, $P_Y = 0,6$ kPa et la pression d'équilibre solide-liquide à $-5$°C : $P = 60$ MPa.

1. Quelle propriété de l'eau permet d'envisager une fusion dans cette expérience ?
2. Proposer une méthode pour estimer la pression d'équilibre solide-liquide $P$ à $-5,0$°C.
3. Estimer le diamètre du fil.

## Exercice 6 Comment bien faire sécher son linge ¤⋈◑

On introduit une masse $m = 100$ g d'eau liquide dans une enceinte indéformable de volume $V = 2,00$ m$^3$ maintenue à la température constante $T_0 = 303$ K (30°C). La pression de l'air est égale à $P_{air} = 1,00$ bar. La pression de vapeur saturante de l'eau à la température $T$ est donnée avec une bonne précision pour des températures d'ébullition comprises entre 0°C et 100°C par la formule de Rankine : $\ln(\frac{P_{sat}(T)}{P_0}) = A - \frac{B}{T}$ avec $A = 13,7$, $B = 5,12.10^3$ K et $P_0 = 1,00$ bar. La vapeur d'eau et l'air sont assimilés à des gaz parfaits, et leur mélange est supposé idéal. On donne $R = 8,31$ J.K$^{-1}$.mol$^{-1}$ la constante des gaz parfaits, $M = 18,0$ g.mol$^{-1}$ la masse molaire de l'eau et $\rho = 1,00$ kg.L$^{-1}$ la masse volumique de l'eau liquide.

1. Que se passe-t-il dans l'enceinte après introduction de l'eau liquide ? Montrer qu'il reste de l'eau liquide dans l'enceinte à l'état final.
2. Calculer à l'équilibre : la pression partielle $P_{air}$ de l'air, la pression partielle $P_{eau}$ de l'eau vaporisée et la pression totale $P$.
3. Déterminer la composition exacte du système à l'équilibre. Montrer qu'on peut se contenter d'un calcul approché en utilisant des hypothèses simplificatrices dont on commentera la légitimité.
4. Ces 100 g sont en fait initialement « emprisonnés » dans les fibres du linge mis à sécher dans un placard. Comment optimiser le séchage du linge ?

## Exercice 7 Cocotte minute ¤

Au voisinage de $100°C$, la pression de vapeur saturante de l'eau vaut : $P_s = P_0(\frac{t}{100})^4$, où $P_0 = 1\ bar$ et $t$ la température en $°C$. On considère une cocotte-minute dont la soupape a une masse de $40\ g$ et le tuyau de soupape une section de $4\ mm^2$. On met de l'eau dans la cocotte-minute et on ferme hermétiquement le couvercle. L'ensemble est ensuite placé sur un brûleur de cuisinière. Au bout d'un certain temps, la soupape se met en rotation. Quelle est la température à l'intérieur de la cocotte-minute ?

### Solutions des exercices

[1] *Réponses : 1)* 1600 *gouttes ; 2)* $\delta\overrightarrow{p} = -2mn^*v^2\sin^2\alpha S\delta t\overrightarrow{u_x}$ *; 3)* $\delta\overrightarrow{F} = 2mn^*v^2\sin^2\alpha S\overrightarrow{u_x}$ *; 4)* $P = 0,16\ Pa$

[2] *Réponses : 1)* $P_1 = 9,9.10^4\ Pa$ *; 2)* $\Delta U = 0$ *; 3)* $P_k = P_0(\frac{V}{V+V_0})^k$ *; 4)* $k = 463$

[3] *Réponses : 1)* $q_v = 41,8.10^3\ kJ.m^{-3}$ *; 2)* $q_m = 63,6.10^3 kJ.kg^{-1}$ *; 3)* $N = 53000$

[4] *Réponses : 1)* $dN_{1\rightarrow 2} = \frac{1}{6}sudt\frac{N_1}{V}$ *; 2)* $\frac{dN_1}{dt} = \frac{us}{6V}(N_2 - N_1) = -\frac{dN_2}{dt}$ *; 3)* $N_1 = \frac{N_0}{2}(1 + e^{-\frac{t}{\tau}})$, $N_2 = \frac{N_0}{2}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

[6] *Réponses 2)* $P_{air} = 1,00\ bar$, $P_{eau} = 4,09.10^{-2}\ bar$ *et* $P = 1,04\ bar$ *; 3)* $m_g = 58,5\ g$

[7] *Réponse* $t = 119\,°C$