

### Exercice I Voile Solaire

- Après projections des vecteurs  $\vec{p}_i$  et  $\vec{p}_r$  dans la base  $(\vec{u}, \vec{n})$ , on obtient  $\boxed{d\vec{p} = \vec{p}_r - \vec{p}_i = -2p \cos \alpha \vec{n}}$   
 $\vec{n} = \cos \alpha \vec{e}_r + \sin \alpha \vec{e}_\theta$  donc  $d\vec{p} = \vec{p}_r - \vec{p}_i = -2p \cos \alpha (\cos \alpha \vec{e}_r + \sin \alpha \vec{e}_\theta)$
- Le nombre de particules frappant la surface S par unité de temps correspond à celui traversant la surface  $S \cos \alpha$  perpendiculaire à la direction du faisceau incident par unité de temps. On a donc  $N_i = \phi_i S \cos \alpha$  (schéma indispensable).
- L'application du principe fondamental de la dynamique aux  $N_i dt$  particules (attention aux notations de l'énoncé) frappant la paroi pendant l'intervalle de temps  $dt$  dans le référentiel lié à la voile que l'on supposera galiléen permet d'écrire :  $N_i dt \frac{d\vec{p}}{dt} = -\vec{F}$ .  
 On a donc  $\vec{F} = 2N_i p \cos \alpha \vec{n}$  soit  $\vec{F} = 2N_i p \cos \alpha (\cos \alpha \vec{e}_r + \sin \alpha \vec{e}_\theta)$ .
- $\vec{F} = 2N_i \frac{E}{c} \cos \alpha \vec{n} = 2\phi_i S \cos \alpha \frac{\Phi}{c \phi_i} \cos \alpha \vec{n}$ . On obtient  $\boxed{\vec{F} = \frac{2S\Phi \cos^2 \alpha}{c} \vec{n}}$ .
- $F_\theta = \vec{F} \cdot \vec{e}_\theta = \frac{2S\Phi \cos^2 \alpha \sin \alpha}{c}$   
 Cette composante est maximale pour  $\frac{dF_\theta}{d\theta} = 0$ . C'est le cas pour  $\cos \alpha = 0$  ou pour  $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .  
 La première solution annule la force  $\vec{F}$ , on retient donc la seconde et on obtient  $\alpha_m = 35,3^\circ$ .
- $a = \frac{2S\Phi \cos^2 \alpha_m \sin \alpha_m}{mc} = 3,46 \times 10^{-5} \text{ m s}^{-2}$

### Exercice II Étude d'une Locomotive Diesel

#### A Transformations d'un gaz parfait

- A.1**  $W_{isoV} = 0$  (pas de variation de volume)  
**A.2**  $W_{isoP} = -P(V_f - V_i)$ .  
**A.3**  $Q_{isoV} = \Delta U = \frac{nR}{\gamma-1}(T_f - T_i) = \frac{P_f V_f - P_i V_i}{\gamma-1}$ .  
**A.4**  $Q_{isoP} = \Delta H = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}(T_f - T_i) = \gamma \frac{P_f V_f - P_i V_i}{\gamma-1}$ .  
**A.5**  $Q_{isoS} = 0$  (adiabatique)

Si on souhaite ne pas admettre la loi de Laplace...Premier principe :  $dU = C_v dT = \delta Q + \delta W = -PdV$  (car  $\delta Q = 0$ ) soit  $\frac{nR}{\gamma-1}dT + nRT \frac{dV}{V} = 0$ . En divisant par  $\frac{nR}{\gamma-1}$ , on obtient  $\frac{1}{\gamma-1} \frac{dT}{T} + \frac{dV}{V} = 0$  soit en intégrant  $TV^{\gamma-1} = cste$  d'où  $PV^\gamma = cste$ . On applique sinon le second principe de la thermodynamique :  $\Delta S = S_e + S_c$ .  $S_e = 0$  car la transformation est adiabatique et  $S_c = 0$  car la transformation est réversible. En prenant (expression non exigible pris dans le cours)  $\Delta S_{if}(T, V) = \frac{nR}{\gamma-1} \ln \frac{T_f}{T_i} + nR \ln \frac{V_f}{V_i} = 0$ . En simplifiant cette expression on obtient  $T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1}$  et en utilisant la loi des gaz parfait on obtient  $P_i V_i^\gamma = P_f V_f^\gamma$ .

#### B États thermodynamiques successifs lors du cycle diesel :

- B.1**  $V_A = 4,00 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ ,  $P_A = 1,00 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,  $T_A = 300 \text{ K}$   
**B.2**  $V_B = 1,50 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ ,  $P_B = P_A (\frac{V_A}{V_B})^\gamma = 3,95 \times 10^5 \text{ Pa}$  et  $T_B = T_A (\frac{V_A}{V_B})^{\gamma-1} = 444 \text{ K}$   
**B.3**  $V_C = 2,50 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ ,  $P_C = P_B = 3,95 \times 10^5 \text{ Pa}$  et l'évolution étant isobare on a d'après l'équation des gaz parfait :  $T_C = T_B \frac{V_C}{V_B} = 740 \text{ K}$   
**B.4**  $V_D = 4,00 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ ,  $P_D = P_C (\frac{V_C}{V_D})^\gamma = 2,04 \times 10^5 \text{ Pa}$  et  $T_D = T_C (\frac{V_C}{V_D})^{\gamma-1} = 613 \text{ K}$ .  
 Résumé :

	A	B	C	D
$P$ ( $10^5 \text{ Pa}$ )	1,0	3,95	3,95	2,04
$V$ ( $10^{-6} \text{ m}^3$ )	400	150	250	400
$T$ (K)	300	444	740	613

#### C Transformations lors du cycle diesel :

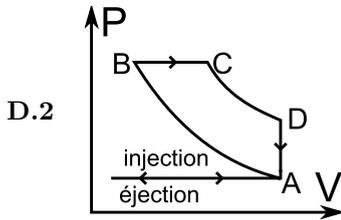
- C.1**  $A \rightarrow B : W_{AB} = \Delta U_{AB} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_B - T_A) = \frac{P_B V_B - P_A V_A}{\gamma-1} = 48,0 \text{ J}$  et  $Q_{AB} = 0$   
**C.2**  $B \rightarrow C : W_{BC} = -P_B(V_C - V_B) = -39,5 \text{ J}$  et  $Q_{BC} = \Delta H_{BC} = \frac{\gamma}{\gamma-1}(P_C V_C - P_B V_B) = 138 \text{ J}$ ;

C.3  $C \rightarrow D : W_{CD} = \Delta U_{CD} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_D - T_C) = \frac{P_D V_D - P_C V_C}{\gamma-1} = -42,3 \text{ J}$  et  $Q_{CD} = 0$ ;

C.4  $D \rightarrow A : W_{DA} = 0$  (isochore) et  $Q_{DA} = \Delta U_{DA} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_A - T_D) = \frac{P_A V_A - P_D V_D}{\gamma-1} = -104 \text{ J}$ .

## D Diagramme de Clapeyron du cycle diesel :

D.1  $W_{tot} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} = -33,7 \text{ J}$ . Le travail est négatif, ce qui correspond à un fonctionnement moteur.



D.3 Le travail sur le cycle est pas définition l'opposé de l'aire du cycle. Ici le cycle diesel est parcouru dans le sens des aiguilles d'une montre dans le diagramme de Clapeyron, ce qui correspond à une aire positive ( $W = -\int P dV = \text{Aire}$ , soit  $W < 0$ ). C'est normal puisque le moteur Diesel a un fonctionnement moteur.

## E Rendement du moteur diesel :

E.1 Le rendement thermodynamique  $\eta$  correspond au rapport de ce que l'on souhaite sur ce que l'on dépense, soit le travail mécanique récupéré divisé par le transfert thermique apporté par la source chaude. Ici  $\eta = -\frac{W_{tot}}{Q_{BC}}$ .

E.2  $\eta = -\frac{W_{tot}}{Q_{BC}} = 0,244$ .

E.3 La vitesse maximale de rotation est  $N = 1,5 \cdot 10^3 \text{ tr/min}$  soit la fréquence des cycles est de  $f_{cycle} = 25 \text{ Hz}$ , on a alors  $P_{moteur} = W_{tot} * f_{cycle} = 843 \text{ W}$ .

## Exercice III Transformations d'une masse de dioxyde de soufre

### A Généralités

A.1 cf cours : Pente Solide liquide positive. Point triple : Point où coexistent les trois états de la matière en équilibre.

Point Critique : limite au delà de laquelle, le changement d'état liquide-gaz n'est plus observable.

A.2 cf cours

A.3 L'enthalpie massique de vaporisation est l'énergie qu'il faut fournir à  $1 \text{ kg}$  de  $SO_2$  pour le faire passer à la température  $T$ , de l'état liquide à l'état gazeux.

A.4 cf cours pour la démonstration du théorème des moments.

### B Étape $A \rightarrow B$

B.1 La transformation est infiniment lente, le travail reçu par le corps pur s'écrit  $W_{AB} = -\int P dV$ . La transformation  $A \rightarrow B$  est isobare puisqu'il s'agit d'un changement d'état entre de la vapeur saturante et du liquide saturant. On obtient alors en intégrant :  $W = +P_0 AH$ .

B.2  $Q_{AB} = -m\Delta_{vap}h(T_0)$  (enthalpie de liquéfaction) avec  $m = \frac{PVM}{RT} = 2,9 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$  soit  $Q_{AB} = -11,7 \text{ kJ}$

B.3  $\Delta U_{AB} = W + Q_{AB} = P_0 AH - m\Delta_{vap}h(T_0)$ .

B.4  $\Delta S_{AB} = -\frac{m\Delta_{vap}h(T_0)}{T_0}$ . L'entropie échangée est égale à  $S_e = \frac{Q_{AB}}{T_0} = \Delta S_{AB}$  donc l'entropie créée est nulle et la transformation est réversible.

### C Étapes $B \rightarrow C$ et $C \rightarrow A$

C.1 Le corps pur ne subit pas de transformation entre  $B$  et  $C$ .

C.2 Le corps pur subit une détente dans le vide. Il n'échange donc pas de travail avec l'extérieur :  $W_{CA} = 0$ .

C.3 On applique le premier principe au corps pur entre les états  $C$  et  $A$  :  $\Delta U_{CA} = Q_{CA} = -\Delta U_{AB}$  puisque l'énergie interne ne dépend pas du chemin suivi. soit  $Q_{CA} = -P_0 AH + m\Delta_{vap}h(T_0)$ .

### D Étude du cycle $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$

D.1  $U$  et  $S$  étant des fonctions d'état leurs variations sur un cycle est nulle.

D.2 Sur un cycle  $\Delta S_{th} = \frac{-Q_{AB} - Q_{CA}}{T_0}$ , soit  $S_{th} = \frac{P_0 AH}{T_0}$

D.3 Sur un cycle  $\Delta S = S_e + S_c = 0$  soit  $S_c = -S_e = S_{th} = \frac{P_0 AH}{T_0} > 0$ . L'entropie créée étant positive le cycle est irréversible (transformation  $C \rightarrow A$  brutale).

# Exercice IV Air humide

## A Généralités

**A.1**  $\overline{M}_a = x_{N_2}M_{N_2} + x_{O_2}M_{O_2} = (1 - x_{O_2})M_{N_2} + x_{O_2}M_{O_2}$  soit  $x_{O_2} = \frac{\overline{M}_a - M_{N_2}}{M_{O_2} - M_{N_2}} = 0,22$ .

**A.2**  $P_{tot} = p_e + p_a$ .

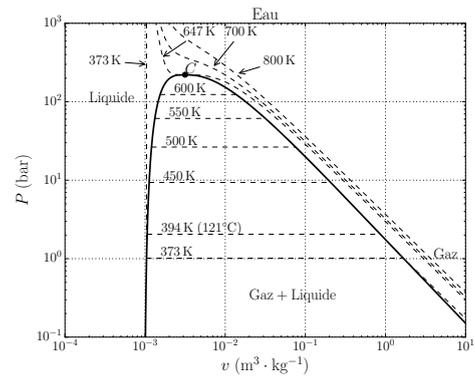
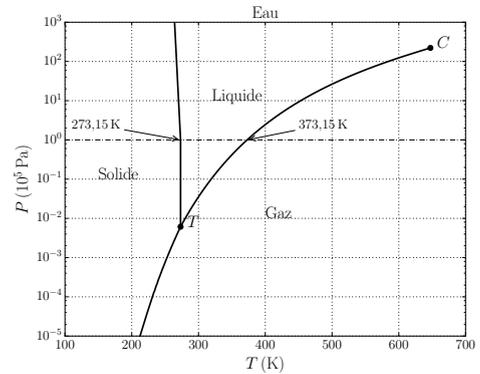
Point triple : point où coexistent les 3 phases en équilibre.

**A.3** Point critique : point au delà duquel la transition liquide ↔ gaz n'est plus observable.

courbe d'ébullition : disparition de la dernière bulle de gaz ou apparition de la première bulle de gaz  
 courbe de rosée : disparition de la dernière goutte de liquide ou apparition de la première goutte de liquide.

**A.4** Isotherme : phase liquide (verticale car liquide incompressible), équilibre liquide-gaz (palier de changement d'état à la pression de vapeur saturante), phase gazeuse (portion d'hyperbole dans le cas d'une modélisation par un gaz parfait).

**A.5** Si la pression partielle en eau dans l'air humide dépasse la pression vapeur saturante à la température  $T$ , la vapeur d'eau condense et se transforme en gouttelettes d'eau liquide.



## B Apparition de buée sur les vitres

**B.1**  $p_{e,1}$  est égale à la pression de vapeur saturante à la température  $T_{v,1}$  soit  $p_{e,1} = 1,23 \times 10^3$  Pa (la buée commence à apparaître).

**B.2** Caractérisation de l'état 1 :

**B.2.1** Le diagramme reste identique mais l'échelle des ordonnées est  $p_e$  au lieu de  $P$ .

**B.2.2** l'isotherme  $T_{v,1}$  est située au dessous de l'isotherme de la question précédente.

**B.2.3** B se trouve dans le domaine de la vapeur sur l'isotherme  $T_o$

**B.2.4** C se trouve sur la courbe de rosée à la température  $T_{v,1}$  tel que  $v_B = v_C$ .

**B.3** paramètres de l'atmosphère **AH** :

**B.3.1**  $\varepsilon_1 = 100 \frac{p_{e,1}}{P_e^*(T_o)} = 52,6\%$  ;

**B.3.2**  $p_{e,1} = x_{e,1}P_{tot}$  soit  $x_{e,1} = 1,22 \times 10^{-2}$  ;

**B.3.3**  $\rho_{AH,1} = \frac{m_{tot}}{V} = \frac{P_{tot}(\overline{M}_a(1 - x_{e,1}) + x_{e,1}M_{H_2O})}{RT_o} = 1,19 \text{ kg m}^{-3}$ .

**B.4** La masse totale est égale à  $m_{tot} = \rho_{AH,1}V_o = 239$  kg d'où  $m_{e,tot} = m_{tot} - m_{air} = m_{tot} - \frac{P_{tot}\overline{M}_aV(1 - x_e)}{RT_o} = 1,82$  kg.

## C Évolution du système

**C.1** En traçant l'isotherme  $T_{v,2}$  sur le diagramme de Clapeyron, on constate qu'une diminution de température à volume constant va favoriser la condensation de la vapeur d'eau.

**C.2** Après un temps infini,  $p_{e,2} = P_e^*(T_{v,2}) = 872$  Pa de vapeur d'eau dans la salle de classe.

**C.3** Transformation (1) → (2) :

**C.3.1** A l'équilibre et après un temps infini  $p_{e,2} = P_e^*(T_{v,2}) = 872$  Pa et  $m_{e,vap2} = \frac{p_{e,2}VM_{H_2O}}{RT_o} = 1,28$  kg La masse  $m$  qui s'est liquéfiée est alors de  $m = m_{e,tot} - m_{e,vap2} = 529$  g.

**C.3.2**  $\Delta H_{1-2} = -m\Delta_{vap}h(278 \text{ K}) = -1,32 \times 10^3$  kJ.

# Exercice V Autour de l'expérience de Rüchardt

## A Préliminaires

**A.1** L'énergie interne d'un GP ne dépend que de la température  $T$  donc  $dU = C_V dT$ . De plus, la relation de Mayer dit que  $C_P \simeq C_V = nR$  donc, en divisant par  $C_V$ , on obtient  $\gamma - 1 = \frac{nR}{C_V}$  d'où  $dU = \frac{nR}{\gamma-1} dT$ . La détente de Joule Gay Lussac (détente dans le vide) montre que  $U$  du GP ne dépend que de  $T$ .

**A.2** Lors d'une transformation adiabatique réversible,  $dU = \frac{nR}{\gamma-1} dT = W = -PdV$  d'après le premier principe. De plus,  $PV = nRT$  donc en différenciant  $PdV + VdP = nRdT$ . D'où  $\frac{PdV + VdP}{\gamma-1} = -PdV$  soit  $VdP + \gamma PdV = 0$  soit  $\frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$  soit en intégrant  $PV^\gamma = c^{ste}$ . Cela peut aussi être retrouvé en écrivant que l'entropie ne varie pas :  $dS = 0$ .

## B Étude du mouvement de la bille en régime libre

**B.1** Adiabatique car trop rapide pour que les échanges thermiques aient le temps de se faire et réversible car petites modifications par rapport à la situation de départ ( $P$  et  $V$  varient peu).

**B.2** On a  $\frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$ . Pour des petites variations,  $dP = P \simeq P_a$  et  $dV = -sz$  avec  $P \approx P_a$  et  $V \approx V_0 + Hs$  d'où

$$\frac{P - P_a}{P_a} - \gamma \frac{sz}{Hs + V_0} = 0$$

On peut aussi exprimer  $P$  avec Laplace et faire un DL pour obtenir cette relation.

**B.3** La poussée d'Archimède qui s'exerce sur un corps immergé dans un fluide de masse volumique  $\rho$  vaut  $\Pi = -\rho V_{deplace} g$ .

La masse volumique de l'air à 300 K vaut  $\rho = \frac{PM}{RT}$  soit  $\rho = 1,2 \text{ kg.m}^{-3}$ . la poussée d'Archimède est la résultante des forces de pression, si l'on prend en compte les forces dues aux pressions au dessus et en dessous de la bille, on n'a pas à tenir compte de la poussée d'Archimède.

**B.4** La bille est soumise à son poids et aux deux forces de pression donc  $m\ddot{z} = (P_a - P)s + mg$ . En remplaçant  $P - P_a$  par son expression, on a  $\ddot{z} + \gamma \frac{s^2 P_a}{m(V_0 + Hs)} z = g$ . On retrouve l'équation d'un oscillateur harmonique de pulsation  $\omega_0 = \sqrt{\frac{s^2 P_a}{m(V_0 + Hs)}}$ . On en déduit l'expression de la période propre :

$$T_0^2 = \frac{4\pi^2 m(V_0 + Hs)}{\gamma s^2 P_a}$$

**B.5** On a  $z(t) = A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t + \frac{g}{\omega_0^2}$ . A  $t = 0$ ,  $z(t = 0) = 0$  et  $\dot{z}(t = 0) = 0$  donc  $z(t) = \frac{g}{\omega_0^2} (1 - \cos \omega_0 t)$ .

**B.6** On a  $z_{max} = \frac{2g}{\omega_0^2}$ . La mesure de  $z_{max}$  permet de déterminer  $\omega_0$  donc  $\gamma$ .

## C Mesure et exploitation en régime libre

**C.1** On a  $T_k^2 = \frac{4\pi^2 m(V_{0i} + kV_1 + Hs)}{\gamma s^2 P_a} = \frac{4\pi^2 m(V_{0i} + sH)}{\gamma s^2 P_a} + k \frac{4\pi^2 mV_1}{\gamma s^2 P_a}$ . On obtient une droite de pente  $\frac{4\pi^2 mV_1}{\gamma s^2 P_a}$ . La mesure de la pente permet de remonter à  $\gamma$ . Cette méthode s'appuie sur plusieurs mesures et permet de valider la pertinence du modèle et de visualiser davantage une erreur expérimentale.

**C.2** On utilise le mode single pour garder le signal obtenu à l'écran après un unique déclenchement ; le phénomène observé est transitoire et serait effacé au balayage suivant en mode normal.

**C.3** En prenant en compte plusieurs oscillations, on trouve  $T = 0,7 \text{ s}$ . Dans l'application numérique, on néglige  $Hs$  devant  $V_0$ , on trouve  $\gamma = 1,4$ , valeur attendue pour un GP diatomique.

**C.4** Les oscillations observées sont amorties par les frottements fluides (mouvement dans l'air) et solides (sur les parois).

**C.5** On réécrit le PFD à la bille dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen, on obtient :

$$\ddot{z} + \frac{\lambda}{m} \dot{z} + \gamma \frac{s^2 P_a}{m(V_0 + Hs)} z = g$$

**C.6** En identifiant, on trouve le facteur de qualité  $Q = \frac{m\omega_0}{\lambda}$ . La pulsation propre  $\omega_0$  est homogène à l'inverse d'un temps et s'exprime en  $rad.s^{-1}$ . Le facteur de qualité est sans dimension, ce qu'on retrouve en comparant les dimensions des différents termes dans l'équation. Pour avoir des oscillations amorties, il faut que le discriminant  $\Delta = \omega_0^2 (\frac{1}{Q^2} - 4)$  soit négatif donc que  $Q > \frac{1}{2}$ .

**C.7** On a  $T = \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$ .  $b$  est la partie réelle des racines de l'équation caractéristique soit  $b = -\frac{\omega_0}{2Q}$ .

Au bout de  $Q$  oscillations,  $t = QT$  donc  $A(t) = A \exp(-\frac{\omega_0 T}{2}) \approx A e^{-\pi}$  en prenant  $T$  voisin de  $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$  ( $\frac{1}{4Q^2} \ll 1$ ). On a  $e^{-\pi} \approx 0,04$ . On retrouve que après  $Q$  oscillations, l'amplitude des oscillations est négligeable dans le cas où  $\frac{1}{4Q^2} \ll 1$ .

En considérant qu'après cinq oscillations, le signal devient négligeable,  $Q$  est voisin de 5. On a mesuré la pseudo-période et on l'a assimilée à la période propre. Or  $1 - \frac{1}{4Q^2} = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$  est très proche de 1 donc on peut valider cette approximation.