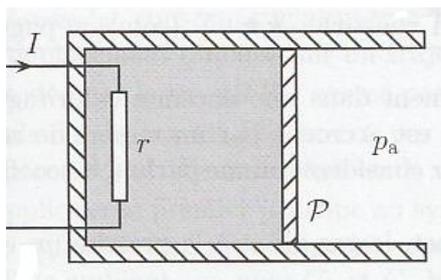


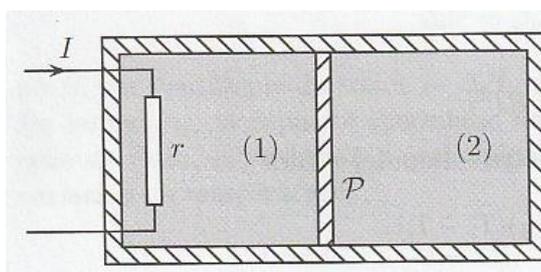
Problème 1: Transferts thermiques par effet Joule

Un récipient aux parois calorifugées contient n moles d'un gaz considéré comme parfait, de coefficient $\gamma = 1,40$ constant. L'une de ses extrémités est fermée par un piston calorifugé P qui peut se déplacer sans frottement, l'une de ses faces étant au contact de l'atmosphère à la pression p_a . Une résistance $r = 50,0 \Omega$ placée dans le récipient est alimentée par un courant d'intensité I constante. L'énergie dissipée par effet Joule est transmise intégralement au gaz par transfert thermique. On rappelle que la puissance dissipée par effet Joule est donnée par : $P_J = r \cdot I^2$.



- 1) Le piston P est bloqué. Le gaz est dans son état initial E_1 ($p_1 = 1,00 \text{ bar}$, $T_1 = 300 \text{ K}$, $V_1 = 10,0 \text{ L}$). On fait circuler le courant $I = 100 \text{ mA}$ dans la résistance pendant une durée $\tau = 10,0 \text{ mn}$. Déterminer l'état final E_2 (p_2, T_2, V_2). Calculer p_2, V_2 et T_2 .
- 2) Le piston P est maintenant libre de se déplacer. Le gaz étant dans l'état initial E_1 ($p_1 = p_a = 1,00 \text{ bar}$, $T_1 = 300 \text{ K}$, $V_1 = 10,0 \text{ L}$), déterminer l'état d'équilibre final E_3 (p_3, T_3, V_3).

On considère désormais un cylindre calorifugé séparé en deux compartiments par un piston calorifugé pouvant se déplacer sans frottements :



Les compartiments (1) et (2) contiennent chacun n moles du gaz parfait de coefficient $\gamma = 1,40$ constant. La résistance r placée dans le compartiment (1) est parcourue par le courant $I = 100 \text{ mA}$. On suppose que l'intensité I est suffisamment faible pour considérer que l'évolutions des gaz est quasi-stationnaire.

L'état initial E_i est tel que : $V_{i1} = V_{i2} = 10,0 \text{ L}$; $T_{i1} = T_{i2} = T_i = 300 \text{ K}$ et $p_{i1} = p_{i2} = p_i = 1,00 \text{ bar}$. L'intensité I ayant parcourue la résistance r pendant une durée τ , on note E_f l'état final où le gaz dans le compartiment (1) est caractérisé par p_{1f}, T_{1f} et V_{1f} et celui du compartiment (2) est caractérisé par p_{2f}, T_{2f} et V_{2f} .

- 3) Dans le compartiment (2), on fait l'hypothèse que l'évolution est adiabatique et réversible. Montrer que le gaz satisfait la relation de Laplace $p.V^\gamma = \text{cte}$.
- 4) Quelle relation existe-t-il entre p_{1f} et p_{2f} , entre V_{1f} , V_{2f} et $V_{i1} + V_{i2}$? En déduire l'expression de $T_{f1} + T_{f2}$ en fonction de T_i pour $p_{2f} = 2,00 \text{ bars} = 2 \cdot p_i$.
- 5) Calculer la durée τ de chauffage.
- 6) Déterminer les grandeurs (p_{1f}, T_{1f}, V_{1f}) et (p_{2f}, T_{2f}, V_{2f}) dans l'état E_f . Calculer ces grandeurs.

Données :

- Constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Entropie d'un gaz parfait : $S(T, V) = n \cdot C_{Vmol} \cdot \ln T + n \cdot R \cdot \ln V + \text{cte}$

Problème 2 : Vaporisation partielle de l'eau...

On considère l'équilibre l'eau-liquide et sa vapeur. On désigne par P la pression du système liquide-vapeur et v son volume massique. Cet équilibre est caractérisé à différentes températures T par les données suivantes où P_{sat} est la pression de vapeur saturante à la température T , v_L le volume massique du liquide saturant, h_L l'enthalpie massique du liquide saturant, v_V le volume massique de la vapeur saturante et h_V l'enthalpie massique de la vapeur saturante.

Tableau 1

| $T(^{\circ}\text{C})$ | $P_{sat}(\text{bar})$ | $v_L(\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1})$ | $h_L(\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1})$ | $v_V(\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1})$ | $h_V(\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1})$ |
|-----------------------|-----------------------|--|---------------------------------------|--|---------------------------------------|
| 50,0 | 0,123 | $1,01 \cdot 10^{-3}$ | 208,96 | 12,04 | 2587,42 |
| 100 | 1,013 | $1,04 \cdot 10^{-3}$ | 418,42 | 1,673 | 2671,44 |

Soit un cylindre indéformable, muni d'un piston et dont les parois sont en contact avec un thermostat de température $T_1 = 100^{\circ}\text{C}$. Initialement le piston est bloqué dans la position définissant un volume $V = 10,0 \text{ L}$ dans le cylindre. Ce volume est vide (pression nulle). On introduit une masse $m = 10,0 \text{ g}$ d'eau liquide dans l'état initial $E_0(T_1 = 100^{\circ}\text{C}; P_1 = P_{sat}(T_1); V_0 = 10,0 \text{ mL})$ dans le cylindre. L'eau se vaporise partiellement dans le vide et atteint un état d'équilibre noté E_1 .

1) Représenter l'isotherme T_1 dans le diagramme (P, v) . Indiquer les domaines d'existence de l'eau à l'état liquide, à l'état gazeux et à l'état diphasé. Justifier l'allure de l'isotherme dans les différentes parties. Placer le point E_0 sur le diagramme.

2) On note τ le taux hygrométrique défini par le rapport :

$$\tau = \frac{P_e(T)}{P_{sat}(T)}$$

de la pression partielle de l'eau $P_e(T)$ sur la pression de vapeur saturante $P_{sat}(T)$ à la température T . Sachant qu'à l'équilibre le système est diphasé, que peut-on dire du taux hygrométrique τ et de la pression partielle de l'eau $P_e(T)$?

- 3) On assimile la vapeur d'eau à un gaz parfait, calculer le nombre de moles d'eau à l'état gazeux dans l'état E_1 , noté n_{v1} . Calculer le titre massique x_1 en vapeur de l'eau et placer avec précision le point E_1 dans le diagramme (P, v) .
- 4) Quelle relation existe-t-il entre l'enthalpie massique de vaporisation de l'eau à une température T , notée $l_{vap}(T)$ et les enthalpies massiques du liquide saturant et de la vapeur saturante notées respectivement $h_L(T)$ et $h_V(T)$ à la température T ? A partir du tableau 1, déterminer l'enthalpie massique de vaporisation de l'eau à la température T_1 notées $l_{vap}(T_1)$.
- 5) On note $\Delta H_{0 \rightarrow 1}$ la variation d'enthalpie et $\Delta U_{0 \rightarrow 1}$ la variation d'énergie interne de l'eau entre l'état initial E_0 à l'état final E_1 . On néglige le volume de l'eau liquide devant le volume du cylindre $V_0 \ll V$. Déterminer $\Delta H_{0 \rightarrow 1}$ et $\Delta U_{0 \rightarrow 1}$. En déduire le transfert thermique $Q_{0 \rightarrow 1}$ échangé entre l'eau et le thermostat. Calculer $\Delta H_{0 \rightarrow 1}$, $\Delta U_{0 \rightarrow 1}$ et $Q_{0 \rightarrow 1}$.
- 6) On note $\Delta S_{0 \rightarrow 1}$ la variation d'entropie de l'eau et $S_{0 \rightarrow 1}^e$ l'entropie échangée entre l'état initial E_0 à l'état final E_1 . Exprimer $\Delta S_{0 \rightarrow 1}$ et $S_{0 \rightarrow 1}^e$ en fonction de m , x_1 , $l_{vap}(T_1)$, T_1 , $P_{sat}(T_1)$ et de V . Calculer $\Delta S_{0 \rightarrow 1}$ et $S_{0 \rightarrow 1}^e$.
- 7) L'évolution de E_0 à E_1 est-elle réversible? Justifier.
- On donne les entropies massiques associées à la vapeur saturante et au liquide saturant pour les températures T_1 et T_2 :

Tableau 2

| $T(^{\circ}C)$ | $P_{sat}(\text{bar})$ | $s_L(\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$ | $s_V(\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$ |
|-----------------------|-----------------------|---|---|
| $T_2 = 50,0^{\circ}C$ | 0,123 | 0,704 | 8,076 |
| $T_1 = 100^{\circ}C$ | 1,013 | 1,307 | 7,355 |

- 8) Exprimer l'entropie massique de l'eau dans l'état E_0 , notée s_0 en fonction de $s_L(T_1)$. Exprimer l'entropie massique de l'eau dans l'état E_1 , notée s_1 en fonction de x_1 , $s_V(T_1)$ et $s_L(T_1)$. Montrer que la variation d'entropie massique de l'eau entre l'état E_0 et l'état E_1 est donné par :

$$\Delta s_{0 \rightarrow 1} = x_1 \cdot (s_V(T_1) - s_L(T_1))$$

Calculer $\Delta s_{0 \rightarrow 1}$ et $\Delta S_{0 \rightarrow 1}$. Ce résultat vous semble-t-il pertinent ?

- 9) On fait subir au mélange liquide-vapeur de l'état E_1 , une détente isentropique de la température $T_1 = 100^{\circ}C$ à la température $T_2 = 50,0^{\circ}C$. On suppose que la capacité thermique massique de l'eau liquide $c_L = 4,20 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ reste constante au cours de cette détente et on admet qu'à la température T_2 , l'eau est dans un état d'équilibre E_2 diphasé dont le titre en vapeur est noté x_2 . En décomposant la transformation de E_1 à E_2 en trois étapes que l'on représentera dans le diagramme (P, v) , exprimer x_2 en fonction des températures T_1 et T_2 , de c_L , de $l_{vap}(T_1)$ et $l_{vap}(T_2)$. A l'aide des données du tableau 1, calculer $l_{vap}(T_2)$ puis x_2 .

Données :

- Entropie massique de l'eau liquide : $s_L = c_L \cdot \ln T + \text{cte}$
- Masse molaire de l'eau $M = 18,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

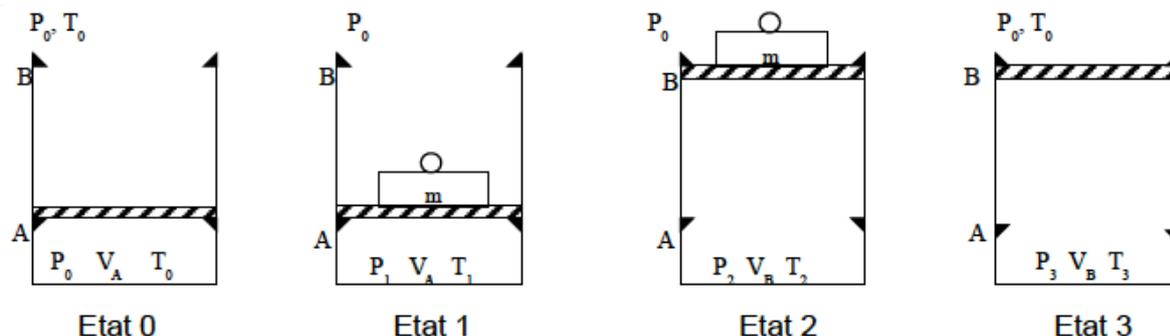
Problème 3 : Un cycle peu efficace

Un cylindre aux parois diathermanes (perméables à la chaleur), disposé verticalement, est fermé par un piston et contient un gaz assimilé à un gaz parfait, dont le rapport des capacités thermiques γ est indépendant de la température. Le piston, de section S et de masse négligeable, peut glisser sans frottement entre deux cales A et B.

A l'extérieur, l'atmosphère se trouve sous la pression P_0 et à la température T_0 constantes.

Initialement le piston repose sur la cale A et le gaz est dans l'état 0 (P_0, V_A, T_0).

On imagine le cycle constitué des différentes transformations suivantes qui **seront supposées mécaniquement réversibles**.



On place une masse m sur le piston et on chauffe très doucement le gaz par un moyen approprié, non représenté sur le schéma, jusqu'à ce que le piston décolle juste de la cale A: le gaz est alors dans l'état 1 (P_1, V_A, T_1). On maintient ensuite le chauffage jusqu'à ce que le piston parvienne juste en B: gaz dans l'état 2 (P_2, V_B, T_2). Le chauffage est alors arrêté, on ôte m et on laisse refroidir l'ensemble jusqu'à ce que le piston décolle juste de B: gaz dans l'état 3 (P_3, V_B, T_3). Le gaz continue ensuite à se refroidir jusqu'à la température T_0 . Le piston revient alors en A et le gaz se trouve à nouveau dans l'état 0; le cycle est terminé.

Données numériques : $V_B = 1,00 \text{ L}$; $V_A = 330 \text{ mL}$; $T_0 = 300 \text{ K}$; $P_0 = 1,00 \text{ bar}$; $m = 10,0 \text{ kg}$; $S = 100 \text{ cm}^2$; $\gamma = 7/5$. Constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$; $g = 9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$.

1) Etablir les expressions des capacités thermiques isobare et isochore C_P et C_V du gaz en fonction de la quantité de matière n de gaz enfermé dans le cylindre, de R et γ .

2.1) Quelle est la nature de la transformation subie par le gaz de l'état 0 à l'état 1 ?

2.2) Exprimer la pression P_1 en fonction de P_0, m, g, S . En déduire l'expression de la température T_1 en fonction de ces mêmes paramètres et de T_0 . Effectuer les applications numériques.

2.3) Déterminer le transfert thermique Q_0^1 reçu par le gaz au cours de cette transformation en fonction de $P_0, T_1, T_0, V_A, \gamma$. Faire l'application numérique.

3.1) Quelle est la nature de la transformation subie par le gaz de l'état 1 à l'état 2 ?

3.2) Exprimer la température T_2 en fonction de T_1, V_A, V_B . Faire l'application numérique.

3.3) Exprimer le transfert thermique Q_1^2 reçu par le gaz au cours de cette transformation en fonction de $P_0, T_0, T_1, T_2, V_A, \gamma$. Faire l'application numérique.

4.1) Quelles sont les natures des transformations subies par le gaz de l'état 2 à l'état 3 et de l'état 3 à l'état 0 ?

4.2) Déterminer le travail total W reçu par le gaz au cours des quatre transformations du cycle en fonction de P_0, P_1, V_A, V_B .

Exprimer ensuite ce travail en fonction de m, g, V_A, V_B, S . Quelle est la signification physique

de l'expression obtenue ? Faire l'application numérique.

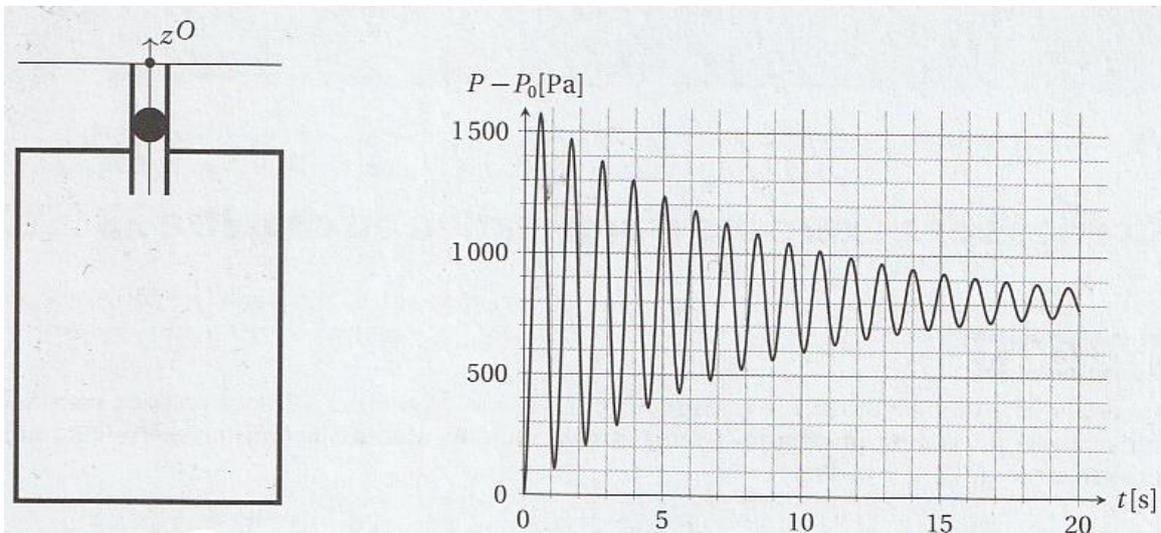
4.3) Représenter l'allure de ce cycle en coordonnées de Clapeyron. Retrouver d'après ce diagramme le travail W déterminé précédemment. Comment pouvait-on d'après ce diagramme prévoir le signe obtenu pour W ?

5) On définit l'efficacité thermodynamique du cycle par $\eta = \frac{-W}{Q_0^1 + Q_1^2}$ Calculer l'efficacité de ce cycle et conclure.

Problème 4 : Détermination de γ par la méthode de Rückhardt

La méthode de Rückhardt permet de déterminer le rapport $\gamma = C_p/C_v$ des capacités thermiques à pression constante et à volume constant de l'air contenu dans une bouteille (cf figure représentée ci-dessous). On étudie pour cela le mouvement d'une bille dans un tube en verre. La bille métallique, de diamètre très voisin de celui du tube se comporte comme un piston étanche. Lorsqu'on lâche la bille dans le tube de section s , on observe des oscillations autour d'une position d'équilibre. La méthode consiste à mesurer la période d'oscillation T du mouvement de la bille dans le tube. Pour cela, on enregistre la pression à l'aide d'un capteur de pression pendant 20,0 secondes. On donne l'enregistrement sur la figure ci-dessous. On observe qu'à l'équilibre, la position de la bille est à 41,0 cm en dessous du sommet O du tube de verre. On prendra pour l'axe (Oz) , un axe vertical ascendant dont l'origine est à l'extrémité supérieure du tube de verre.

On donne les valeurs numériques suivantes : masse de la bille $m = 16,6$ g ; section du tube $s = 2,00 \cdot 10^{-4}$ m² ; volume total de la bouteille jusqu'à O : $V_0 = 10,0$ L ; pression atmosphérique $P_0 = 1,00$ bar ; accélération de la pesanteur $g = 9,81$ m. s⁻². On note la pression régnant dans le flacon P et le volume du gaz enfermé V ; on admet que la force de pression exercée sur la



bille est identique à celle qui s'exercerait sur un piston cylindrique de section s .

1) L'air contenu dans la bouteille est assimilé à un gaz parfait diatomique. Compte tenu du protocole expérimental, on peut faire l'hypothèse que l'évolution du gaz est lente (ou « quasi-statique ») et adiabatique. Justifier que dans ces conditions, l'évolution du gaz est isentropique et vérifie la loi de Laplace $P \cdot V^\gamma = cte$.

2) Justifier le fait que l'on peut traiter les grandeurs $V - V_0$ et $P - P_0$ comme des grandeurs infiniment petites. On notera alors : $dV = V - V_0$ et $dP = P - P_0$. En déduire $P - P_0$ en fonction de z , P_0 , V_0 et γ .

On donne : $(1 + x)^\alpha = 1 + \alpha \cdot x$ pour $x \ll 1$.

3) En déduire l'équation différentielle du mouvement vertical de la bille puis l'équation différentielle vérifiée par la pression P .

4) Donner l'expression littérale de la période propre T du signal. En utilisant l'enregistrement de la figure donnée ci-dessus, déterminer la valeur numérique de T puis la valeur de γ . Quelle est la valeur attendue pour l'air ? Justifier.

5) Déterminer l'expression littérale de la position d'équilibre $z_{\text{éq}}$ et la calculer. Est-ce compatible avec le résultat expérimental ?

6) On cherche à savoir si le fait de négliger les échanges thermiques avec l'extérieur est un défaut majeur ou secondaire de ce premier modèle. On considère l'extérieur comme un thermostat à la température T_{ext} et on tient compte des échanges thermiques avec le système. On négligera la capacité thermique de la bille devant celle du gaz.

6-1) Dans ce nouveau modèle, quelle serait la position d'équilibre $z'_{\text{éq}}$? Commenter.

6-2) On considère le système composé par l'ensemble {bille + gaz parfait contenu dans la bouteille}. Appliquer le premier principe de la thermodynamique au système entre l'instant initial (moment où l'opérateur lâche la bille sans vitesse initiale) et l'instant final (système à l'équilibre thermodynamique).

6-3) En explicitant le premier principe, déterminer le transfert thermique Q reçu algébriquement par le système entre l'état initial et l'état final. Commenter le signe.

6-4) On donne l'identité thermodynamique : $S(T, V) = \frac{nR}{\gamma-1} \ln T + n \cdot R \cdot \ln V + \text{cte}$. On note $X = m \cdot g / P_0 \cdot S$. Déterminer la variation d'entropie, l'entropie échangée et l'entropie créée en fonction de n , R et de X . Peut-on faire l'hypothèse que la relation de Laplace est vérifiée ? Justifier.

