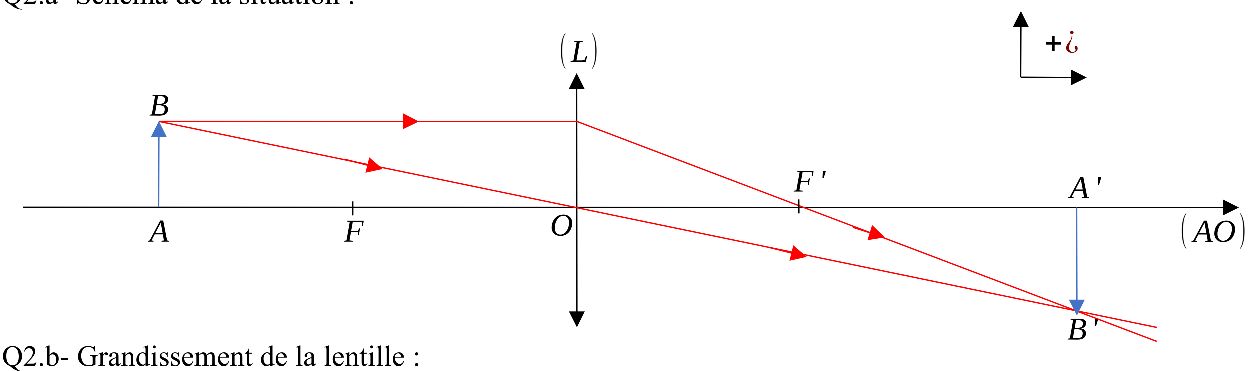
Problème 1 : Optique d'un appareil photo

Q1.a- On considère qu'un système optique est utilisé dans les conditions de Gauss quand les rayons sont **peu inclinés** et **peu écartés** par rapport à l'axe optique su système.

Q1.b- Dans l'appareil c'est le diaphragme qui permet de se placer dans les conditions de Gauss.

Q2.a- Schéma de la situation :



Q2.b- Grandissement de la lentille :

$$\gamma=\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

On en déduit que :

$$\boxed{\overline{A'B'}=\overline{AB}.\left(\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}\right)}$$

Appliquons la relation de conjugaison de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{OA'}}-\frac{1}{\overline{OA}}=\frac{1}{\overline{OF'}}$$

En posant $\overline{OA}=-L$:

$$\frac{1}{\overline{OA'}}=\frac{1}{f'}-\frac{1}{L}$$

On établit que :

$$\boxed{\overline{OA'}=d=\frac{f'.L}{L-f'}} \text{ et } \boxed{\overline{A'B'}=\frac{-h.f'}{L-f'}}$$

A.N. : $d=f'=50\,mm$.
Rq. : Avec $L \gg f'$ on peut faire l'hypothèse que l'objet est à l'infini… on vérifie que l'image est dans le plan focal image de la lentille : $\overline{A'B'}=-12{,}5\,mm$.

Q3.a- Quand l'objet est à l'infini (cf situation ci-dessus) : $\overline{OA'}=d=f'$.

Q3.b-c- Posons $\xrightarrow{L}$ A A' et appliquons la relation de conjugaison de Descartes à la lentille :

$$\frac{1}{\overline{OA'}}-\frac{1}{\overline{OA}}=\frac{1}{\overline{OF'}}$$

Posons $\overline{OA}=-L$ et $\overline{OA'}=d$ et exprimons $1/L$ en fonction de $1/d$ et $1/f'$:

$$\frac{1}{L}=\frac{1}{f'}-\frac{1}{d}$$

A partir de cette expression, on peut justifier que $1/L$ est maximal (donc L_{min}) quand $1/d$ est minimal (donc d_{max}). Exprimons L_{min} :

$$\boxed{L_{min}=\frac{f'.d_{max}}{d_{max}-f'}}$$

Q3.d- Application numérique : $L_{min}=55\,cm$.

Q4.a- De la même manière que dans la question Q2.b- on établit que :

$$\boxed{\overline{A'B'}=\frac{-h.f'_1}{L-f'_1}}$$

A.N. : $\overline{A'B'}=-25{,}1\,mm$

Q4.b- Compte tenu de la dimension de $\overline{A'B'}$ il est possible de voir l'arbre en entier en « mode portrait » c.à.d en orientant le boitier de l'appareil photo verticalement.

Q5. Revenons sur l'expression de $\overline{A'B'}$ pour $L\gg f'_1$ (hypothèse vérifiée pour les valeurs proposées ici) :

$$\overline{A'B'}=\frac{-h.f'_1}{L-f'_1}=\frac{-h.f'_1}{L}$$

On constate que la dimension de l'image sur l'écran est proportionnelle à f'_1 et à $1/L$. Par exemple :

- Pour $L=20\,m$: pour $f'_1=100\,mm$, $\overline{A'B'}=-25{,}1\,mm$
- Pour $L=10\,m$: pour $f'=50\,mm$, $\overline{A'B'}=-25{,}1\,mm$

Ceci justifie la raison pour laquelle on dit que « augmenter la distance focale » est équivalent à « rapprocher les objets ».

Q6.a- Posons : $A\rightarrow A_1\rightarrow A'$. En faisant l'hypothèse que $L\gg f'_1$ (ce qui est équivalent à supposer que l'objet est à l'infini) : $A_1 \quad F'_1$. Dans ce cas :

$$\overline{O_1A_1}=\overline{O_1O_2}+\overline{O_2A_1}=\overline{O_1F'_1}$$

On en déduit que :

$$\boxed{\overline{O_2A_1}=f'_1-e}$$

Q6.b- Par construction (cf pb 1, question 5) on vérifie que l'image $A'B'$ par la lentille L_2 divergente est réelle si son objet A_1B_1 est virtuel et situé entre O_2 et F_2 (cf TP d'optique). Il faut donc que :

$$0<\overline{O_2A_1}<f_2$$

En explicitant $\overline{O_2A_1}$ et en posant que $f_2=-f'_2$: $0<f'_1-e\leftarrow f'_2$

On établit la condition cherchée :

$$\boxed{f'_1+f'_2<e<f'_1}$$

Q6.c- A.N : $f'_1=10\,cm$ et $f'_1+f'_2=5{,}0\,cm$. Avec $e=8{,}0\,cm$ on vérifie que $f'_1+f'_2<e<f'_1$.

Q7.a- Appliquons la relation de conjugaison à la lentille L_2:

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}}-\frac{1}{\overline{O_2A_1}}=\frac{1}{\overline{O_2F'_2}}$$

On établit que :

$$\overline{O_2A'}=\frac{\overline{O_2A_1}.\overline{O_2F_2'}}{\overline{O_2F_2'}+\overline{O_2A_1}}$$

Posons $\overline{O_2A'}=d$, en explicitant :

$$\boxed{d=\frac{(f_1'-e).f_2'}{f_1'+f_2'-e}}$$

A.N. : $d=3{,}3\,cm$

Q7.b- Explicitons le grandissement du téléobjectif :

$$\gamma=\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}=\left(\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}\right).\left(\frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}}\right)=\gamma_1.\gamma_2$$

Avec :

$$\gamma_1=\frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}}=\frac{-f_1'}{L}\;et\;\gamma_2=\frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}}=\frac{d}{f_1'-e}$$

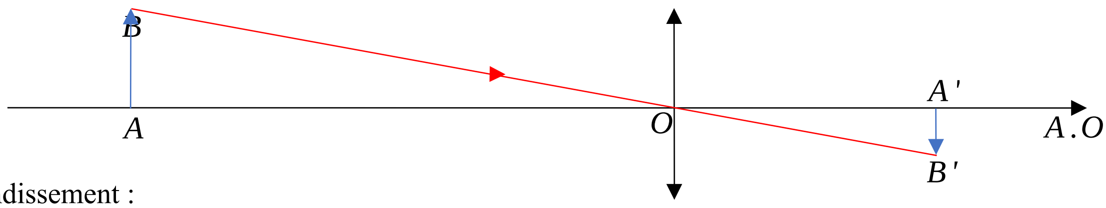
En posant que $\overline{AB}=h$, on établit que :

$$\boxed{\overline{A'B'}=\frac{-h.f_1'.d}{L.(f_1'-e)}}$$

A.N. : $\overline{A'B'}=-4{,}1\,cm$

Q7.c- On constate que le téléobjectif est **plus performant** que l'objectif de la question Q.4) car l'image $\overline{A'B'}$ est plus grande.

Q8. Schéma synoptique de la situation :



Grandissement :

$$\gamma=\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

On en déduit que :

$$\boxed{\overline{AB}=\overline{A'B'}.\left(\frac{\overline{OA}}{\overline{OA'}}\right)}$$

Sachant que $\overline{OA}=-(BC)=-1{,}46\,km\gg f'$ on peut faire l'hypothèse que « l'objet est à grande distance » ce qui permet de poser que $\overline{OA'}=f'=18\,mm$. A partir du document 1, on sait que la hauteur du capteur est de $5{,}7\,mm$. Par « un produit en croix » on en déduit que $\overline{A'B'}=-1{,}9\,mm$. On calcule la hauteur du Mont Saint Michel : $\overline{AB}=1{,}6.10^2\,m$.

Q9.a- Loi des sinus appliquée au point B : $n.\sin i=\sin r$

Q9.b- Posons : $\overline{OF'}=\overline{OK}+\overline{KF'}=\overline{OS}-\overline{KS}+\overline{KF'}$ avec $\overline{OS}=e$ et $\overline{KS}=\overline{KC}+\overline{CS}=\overline{CS}-\overline{CK}$. $\overline{CS}=R$ et $\overline{CK}=R.\cos i$ donc $\overline{KS}=R.(1-\cos i)$.Par construction : $\tan(r-i)=h/KF'$ avec $h=R.\sin i$ donc :

$$\overline{KF'}=\frac{R.\sin i}{\tan(r-i)}$$

On vérifie que :

$$\boxed{\overline{OF'}=e-R.(1-\cos i)+\frac{R.\sin i}{\tan(r-i)}}$$

Q10.a- On constate que **la lentille n'est pas rigoureusement stigmatique** puisque la position de $\overline{OF'}$ dépend de l'angle d'incidence i.

Q10.b-c- Dans l'hypothèse des petits angles : $\cos i=1\,;\sin i=i\;et\;\tan(i-r)=i-r$. L'expression précédente devient :

$$\boxed{\overline{OF'}=e+\frac{R.i}{r-i}}$$

A partir de la relation des sinus appliquée en B pour de petits angles on établit que : $n.i=r$:

$$\overline{OF'}=e+\frac{R.i}{(n-1).i}=e+\frac{R}{n-1}$$

…avec $e \ll R$:

$$\boxed{\overline{OF'}=\frac{R}{n-1}}$$

Dans ces conditions, la lentille est stigmatique (au sens approché du terme)

Q11.a- Posons $\overline{OF'}=\overline{OS}+\overline{SF}$, on en déduit que :

$$\overline{SF}=\overline{OF'}-\overline{OS}=\frac{R}{n-1}-e$$

Le chemin optique étant défini comme étant le **produit de l'indice par la distance** :

$$(OSF')=(OS)+(SF')=n.e+\left(\frac{R}{n-1}-e\right)$$

Soit :

$$(OSF')=e.(n-1)+\frac{R}{n-1}$$

Q11.b- Par application du théorème de Malus (cf prog spé) : $(ABF')=(OSF')$.

Q12.a- En passant d'un nombre d'ouverture $N_1=f/8$ à $N_2=f/4$ la surface d'exposition est multipliée par 4. Il faut donc divisée le temps d'exposition par 4. Il faut donc une vitesse d'obturation de $1/1000$ pour une même exposition.

Q12.b- En augmentant l'ouverture, **la profondeur de champ diminue**.

Q12.c- Avec une vitesse d'obturation de $1/1000$ il y a moins de risque que l'image soit floue.

Q13. Energie d'un photon : $E_{ph}=h.\nu$ avec $h$constante de Planck et ν fréquence de l'onde.

Q14. L'énergie reçue par le capteur (notée E_{cp}) est donnée par :

$$E_{cp}=P.S.\tau$$

avec P puissance lumineuse surfacique $(700\,W.m^{-2})$, S surface éclairée (avec une ouverture $f/8$ le diamètre d'ouverture est $D=5\,mm$) et τ temps d'exposition :

$$E_{cp}=P.\pi.\left(\frac{D}{2}\right)^2.\tau=N.E_{ph}$$

En explicitant, on établit que le nombre de photon est :

$$\boxed{N=\frac{\pi.P.D^2.\tau}{4.h.\nu}}\;A.N.:N=8.10^{13}\,photons$$