Devoir surveillé n° 1

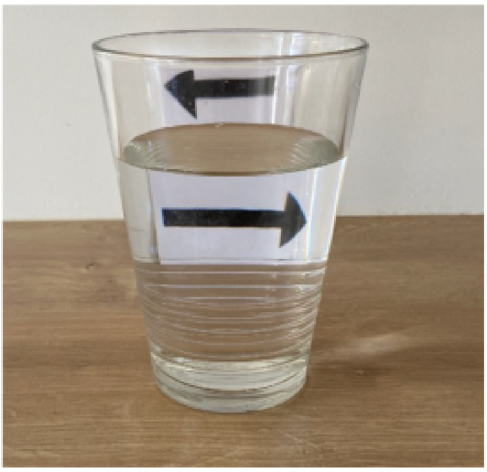
Signaux optiques

- *La durée de l'épreuve est de 2 heures. Les étudiants ne sont pas autorisés à sortir avant la fin du temps prévu.*
- *L'usage de la calculatrice est autorisé.*
- *Les numéros de questions et les résultats doivent ressortir de votre copie (pas de rédaction monochrome).*
- *Toute application numérique ne comportant pas d'unité sera considérée comme fausse.*
- *Les résultats littéraux non homogènes entraîneront la perte de tous les points de la question.*
- *Si au cours de l'épreuve vous repérez ce qui semble être une erreur d'énoncé, vous le signalerez sur votre copie et poursuivrez votre composition en expliquant les raisons des initiatives que vous avez été amené à prendre.*

Magique ou optique ?...

L'objectif de ce sujet est d'explorer deux situations d'illusions d'optique et de les expliquer à partir des lois de l'optique géométrique en écartant toute magie !

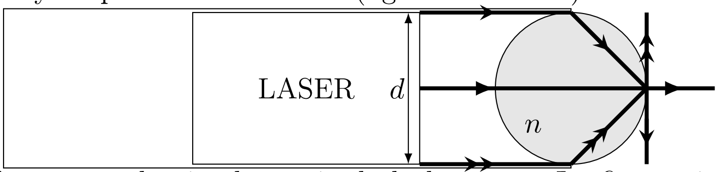




Tous les exercices ainsi que de nombreuses questions sont indépendantes.

Exercice 1 Baguette magique

Une baguette magique cylindrique pleine, de rayon R et de longueur h, est constituée à son extrémité d'un matériau inconnu transparent d'indice optique n. Ce matériau est éclairé par un laser dont le faisceau de diamètre $d = 2R$ est supposé formé de rayons parallèles entre eux (figure ci-dessous).



Nous constatons que le faisceau est fortement élargi à la sortie de la baguette. La figure ci-dessus propose le tracé de trois rayons lumineux.
L'indice de l'air est $n_{\text{air}} = 1{,}0$.

1. L'énoncé évoque le tracé de rayons lumineux et implicitement l'optique géométrique. Rappeler les conditions qu'il faut respecter pour pouvoir se placer dans cette approximation.
2. Rappeler les lois relatives à la réfraction.
3. Quelles sont les caractéristiques principales d'un LASER ? Décrire brièvement le principe physique permettant d'expliquer l'amplification optique au sein du LASER.
4. L'un des trois rayons tracés n'est pas dévié par la baguette. Justifier.
5. Expliquer le cheminement des deux rayons extrêmes à travers les deux dioptres rencontrés. Déterminer la valeur de l'indice n de l'extrémité de la baguette magique pour que ce tracé soit compatible.

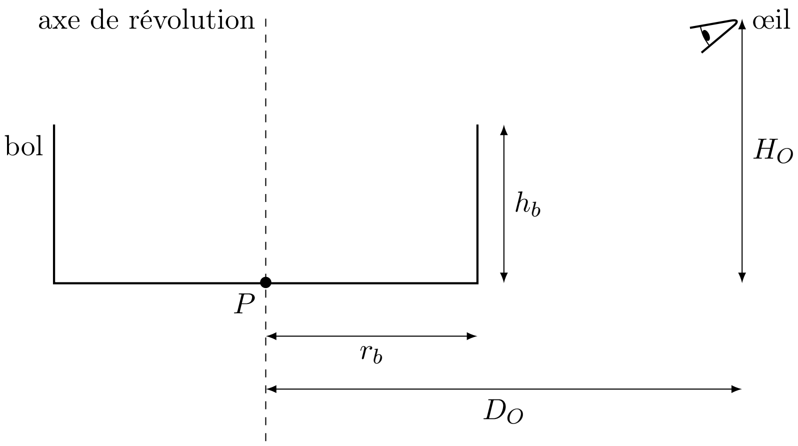
Exercice 2 Apparition d'une pièce de monnaie

On place une pièce de monnaie au fond d'un bol en son centre. Puis, on place notre œil de telle manière qu'on ne puisse plus visualiser cette pièce (photo ci-dessus à gauche). Lorsqu'on verse de l'eau dans le bol, la pièce réapparait à partir d'une certaine hauteur d'eau alors que celle-ci n'a pas changé de position.

D'après https://physiqueludique.fr/2009/05/voir-une-piece-cachee/

1. Expliquer qualitativement, en s'appuyant sur un schéma, pourquoi la pièce devient visible lorsqu'on rempli le bol d'eau. Quel est le phénomène physique mis en jeu ?

On modélise la situation par la figure ci dessous. La pièce est considérée ponctuelle P au centre d'un bol cylindrique de parois opaques de rayon r_b et de hauteur h_b. On positionne l'œil à une distance D_O de la pièce et à une hauteur H_O. On assimile l'air et l'eau à des milieux homogènes transparents et isotropes d'indices $n_{air} = 1$ et n.



2. Définir l'indice de réfraction d'un milieu.
3. Montrer que la pièce est invisible pour l'œil lorsque le bol est vide si $h_b > \dfrac{r_b H_O}{D_O}$.
4. On rempli progressivement le bol d'eau et on cherche à déterminer la hauteur minimale h_{min} d'eau nécessaire pour la pièce devienne visible. Faire un schéma où apparaît h_{min} (on appellera i l'angle d'incidence dans l'eau et i_0 l'angle réfracté dans l'air).
5. On admet que h_{min} est solution du système d'équations suivant :

$$n \sin i = \sin i_0 \quad (1)$$

$$\frac{h_b - h_{\text{min}}}{H_0 - h_{\text{min}}} = \frac{r_b - h_{\text{min}} \tan i}{D_O - h_{\text{min}} \tan i} \quad (2)$$

$$h_{\text{min}} \tan i + (H_O - h_{\text{min}}) \tan i_0 = D_O \quad (3)$$

   Justifier l'origine de ces trois équations.

Lorsque la hauteur d'eau continue d'augmenter ($h > h_{\text{min}}$), on a le sentiment que la pièce paraît de plus en plus proche de la surface. On appelle alors h_{app} la profondeur apparente de la pièce. Pour expliquer ce phénomène et simplifier l'étude précédente, on étudie le dioptre plan eau/air en considérant de faibles incidences. On appelle P' l'image de la pièce P par le dioptre plan et H le point d'intersection entre l'axe de révolution du bol et le dioptre eau/air.

6. Faire un schéma puis montrer qu'il existe une relation de conjugaison telle que $\dfrac{\overline{HP'}}{\overline{HP}} = \dfrac{h_{\text{app}}}{h} = \dfrac{1}{n}$ lorsque qu'on considère de petits angles. On rappelle que pour de petits angles θ, $\sin\theta \approx \theta$ et $\tan\theta \approx \theta$.
7. Application numérique : On donne $r_b = 8{,}0\,\text{cm}$, $h_b = 10\,\text{cm}$, $D_0 = 30\,\text{cm}$, $H_0 = 35\,\text{cm}$ et $n = 1,3$. Montrer que la pièce est invisible lorsque le bol est vide, puis estimer la hauteur minimale h_{min} pour que la pièce devienne visible. On pourra utiliser l'approximation de la profondeur apparente $h_{\text{app}} = \frac{h}{n}$.

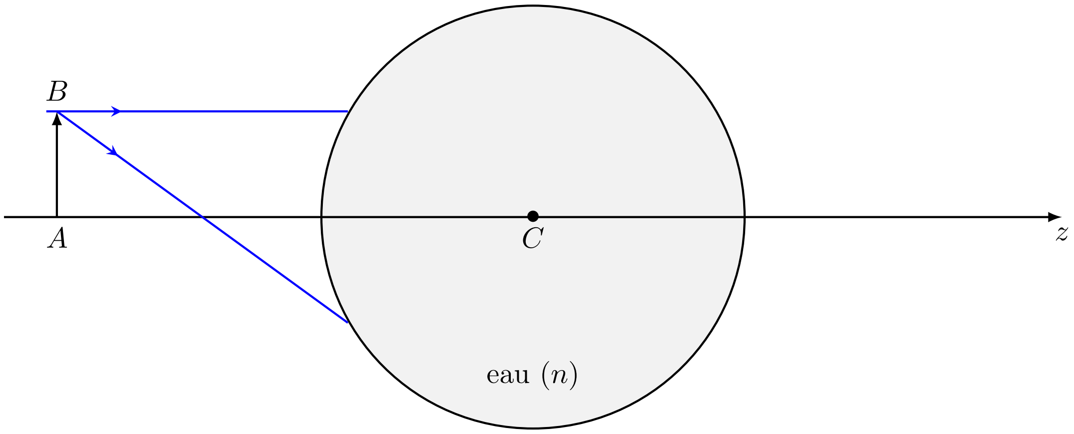
Exercice 3 L'eau qui change le sens

On étudie dans cet exercice une illusion d'optique réalisée à partir d'un verre d'eau situé entre l'observateur et deux flèches imprimées sur une feuille de papier disposée verticalement (figure ci-dessous). On constate lorsqu'on remplie le verre que la direction donnée par la flèche change de sens.

D'après https://www.fete-science-univevry-genopole.fr/wp-content/uploads/2020/09/4_tuto_manips_Lutins2020_1.pdf

A Approche géométrique

Pour expliquer ce qu'il se passe, on considère une propagation de rayon lumineux dans un plan horizontal (Cxz). Le verre rempli d'eau est assimilé à un cylindre d'eau de rayon R vertical d'axe (Cy) où l'épaisseur du verre n'intervient pas. Le verre est assimilé à un système optique centré de centre C formé de deux dioptres air/eau et eau/air cylindriques et la flèche à un objet AB transverse où le point objet A est situé sur l'axe optique.



A.1 Définir ce qu'est un objet et une image pour un système optique.

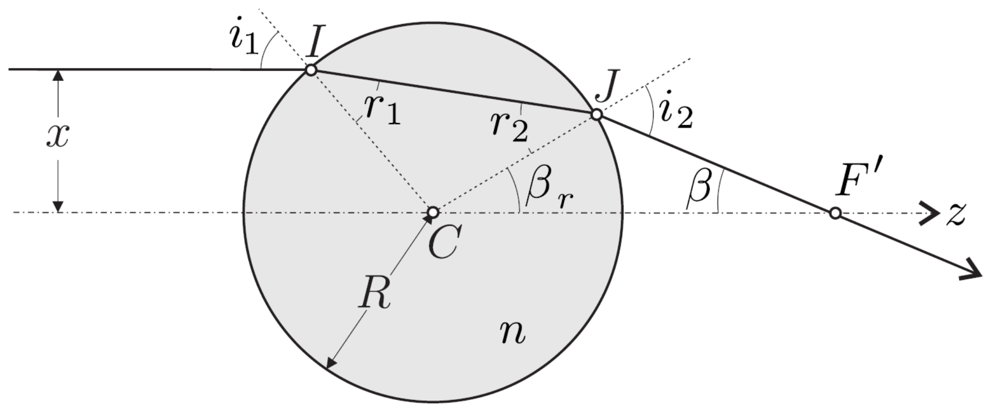
A.2 **Sur le document réponse donné en annexe**, prolonger les deux rayons incidents qui passent par l'objet B puis construire l'image $A'B'$ par le système optique en supposant le système aplanétique. On justifiera l'évolution des angles sur chaque dioptre mais on ne cherchera pas à faire d'application numérique.

A.3 Cette construction permet-elle d'illustrer le changement de sens observé lors de l'expérience ?

B Modélisation par une lentille convergente

On modélise le verre d'eau par un cylindre de rayon $R = 3{,}5\,\text{cm}$ de centre C et d'axe (Cy) vertical perpendiculaire au plan (C, x, z) de la figure ci-dessous. L'indice optique de l'eau sera noté n (on néglige l'épaisseur du verre), les foyers objet et image de la lentille sont respectivement notés F et F'.

Sur la figure ci-dessous on a représenté la trajectoire d'un rayon lumineux initialement parallèle à l'axe optique (Cz) se propageant dans une lentille équivalente d'indice optique n placée dans l'air d'indice unitaire. Les rayons incidents et émergents se coupent dans un plan passant par C, perpendiculaire à l'axe (Cy). L'étude sera menée dans l'approximation de Gauss et on considérera de petits angles θ tels que $\sin\theta \approx \theta$, $\tan\theta \approx \theta$.



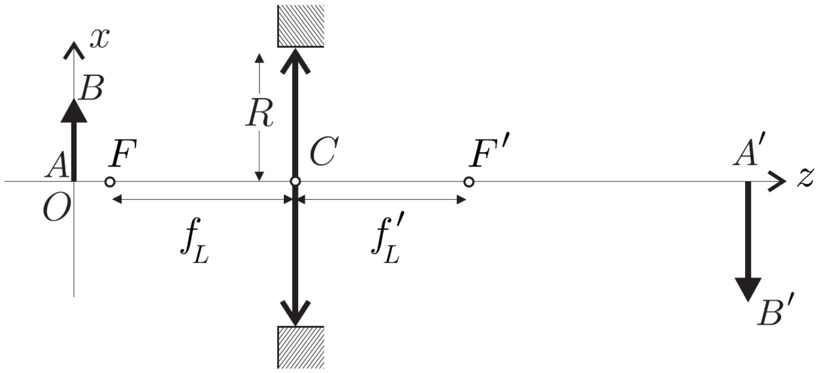
Les angles formés entre les rayons lumineux et les normales aux dioptres sont notés i_1, au point I en entrée de la lentille et i_2 à l'extérieur de la lentille au point J, en sortie. De même, les angles intérieurs seront notés r_1 et r_2. L'angle $F'CJ$ est noté β_r et l'angle de déviation $CF'J$ sera noté β.

B.1 Définir les conditions de Gauss. Quel est l'intérêt de se placer dans les conditions de Gauss ?

B.2 Déterminer la relation entre i_1 et i_2. Exprimer i_1 en fonction de x et R. Exprimer β_r en fonction de i_1 et n, puis montrer que $\beta_r = \left(\frac{2}{n} - 1\right)\frac{x}{R}$. Exprimer β en fonction de i_1 et β_r puis de x, R et n. En déduire la distance focale f'_L définie comme la distance CF' sur la figure ci-dessus s'écrit : $f'_L = \dfrac{nR}{2(n-1)}$. Estimer enfin numériquement f'_L en prenant $n = 1,3$.

C Condition d'une image renversée

Dans toute la suite, (Ox) désigne la direction transverse à l'axe optique contenant l'objet étudié. On limite l'étude au plan (Ox, Oz) et on prendra $f'_L = 7{,}6\,\mathrm{cm}$. On utilise à présent un modèle de lentille mince équivalent à la lentille modélisée, possédant la même distance focale f'_L et le même rayon R. Celle-ci est représentée sur la figure ci-dessous.



On rappelle que la relation de conjugaison pour une lentille mince de centre C dans l'approximation de Gauss s'écrit :

$$\frac{1}{\overline{CA'}} - \frac{1}{\overline{CA}} = \frac{1}{\overline{CF'}}$$

Le grandissement transversal γ d'un système optique est défini comme le rapport de la taille de l'image et de la taille de l'objet $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$, tous deux orientés transversalement à l'axe optique. On considère une distance $\ell = 20\,\mathrm{cm}$ entre l'objet AB et le centre C de la lentille.

C.1 Déterminer l'expression de la position de l'image par rapport au centre C puis faire l'application numérique. L'image est-elle réelle ?

C.2 Déterminer une relation entre ℓ et f'_L pour que le grandissement transversal γ soit négatif dans l'approximation de Gauss.

C.3 À quelle condition le système verre d'eau pourrait faire fonction de loupe ? Faire une construction géométrique à l'aide de la modélisation d'une lentille mince pour illustrer ce comportement et discuter de la faisabilité de l'expérience.

C.4 Quelle est l'hypothèse qui vous semble la plus discutable pour assimiler le dispositif présenté à une lentille mince convergente ?

Document annexe à joindre avec la copie (question A.2 de l'exercice 3)

Nom :