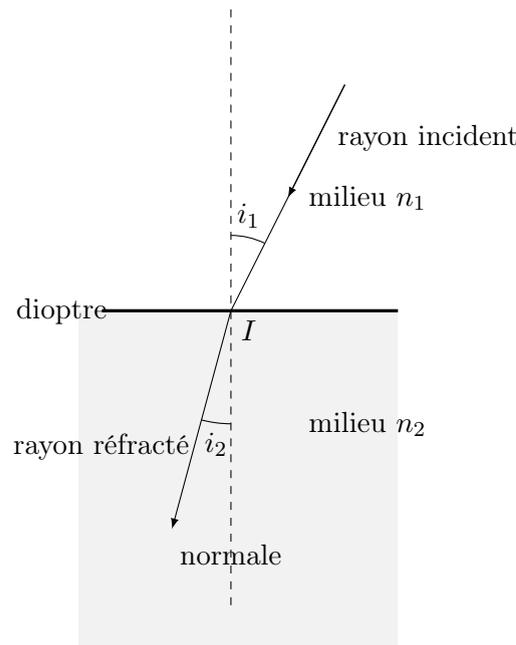


## Correction du devoir surveillé n° 1

# Magique ou optique ?...

### Exercice 1 Baguette magique

1. Pour se placer dans l'approximation de l'optique géométrique, les phénomènes ondulatoires (diffraction, interférences...) ne doivent pas être présents. C'est le cas lorsque **la taille caractéristiques des objets rencontrés par la lumière est très grande devant la longueur d'onde**.
2. La réfraction est régie par les lois de Snell-Descartes : Le rayon réfracté appartient au plan d'incidence, et l'angle réfracté vérifie la relation  $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ .



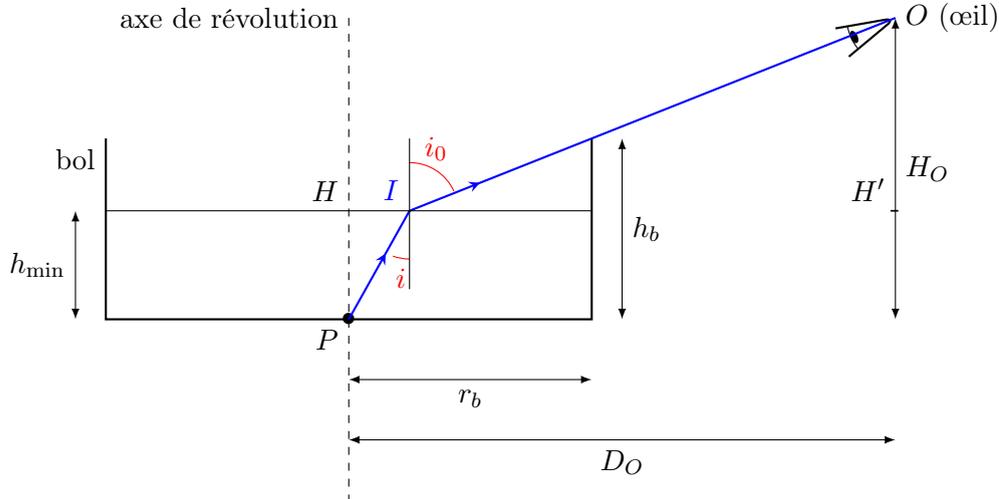
3. Un laser est **directif** et **monochromatique**. L'amplification optique est réalisée au sein du LASER par le phénomène d'**émission stimulée**. Un électron excité d'un niveau d'énergie  $E_1$  vers un niveau d'énergie  $E_2$  se désexcite de avec l'arrivée d'un photon incident d'énergie  $E_2 - E_1$  en émettant un photon ayant les mêmes propriétés que le photon incident.
4. Le rayon passant par l'axe de symétrie de la baguette arrive sur le dioptre (air/milieu) en **incidence normale**. D'après les lois de Snell-Descartes, ce rayon pénètre dans l'extrémité de la baguette sans être dévié et arrive également en incidence normale sur l'interface (milieu/air) : il émerge en restant dans la même direction (c'est le rayon confondu avec l'axe optique de la baguette).
5. Les rayons extrêmes arrivent sur l'interface (air/milieu) avec une incidence rasante (angle d'incidence  $i \approx \pi/2$ ). D'après la loi de Snell-Descartes relative à la réfraction, ils se réfractent en faisant un angle  $r$  avec la normale (axe vertical) donné par  $\sin i = 1 = n \sin r$ . En dessinant les normales, le rayon dans le milieu forme un triangle rectangle isocèle soit  $r = 45^\circ$  d'où  $n = \frac{1}{\sin r} = 1,4$ .

### Exercice 2 Apparition d'une pièce de monnaie

1. Les rayons lumineux issus de la pièce de monnaie vont s'écarter lorsqu'il vont traverser le dioptre eau/air (propagation d'un milieu plus réfringent vers un milieu moins réfringent) ce qui modifiera la vision de cette pièce. Le phénomène physique considéré est la **réfraction**.
2. L'indice de réfraction d'un milieu est le rapport entre la vitesse de propagation de la lumière dans le vide et la vitesse de la lumière dans le milieu :  $n = \frac{c}{v}$ .

3. On trace le segment reliant la pièce  $P$  à l'œil. Dans le cas où ce segment effleure la paroi verticale du bol, le théorème de Thalès permet d'écrire :  $\frac{h_b}{r_b} = \frac{H_O}{D_O}$ . La pièce sera invisible pour l'œil si le bol a des parois verticales plus haute est soit  $h_b > \frac{r_b H_O}{D_O}$ .

4. schéma :



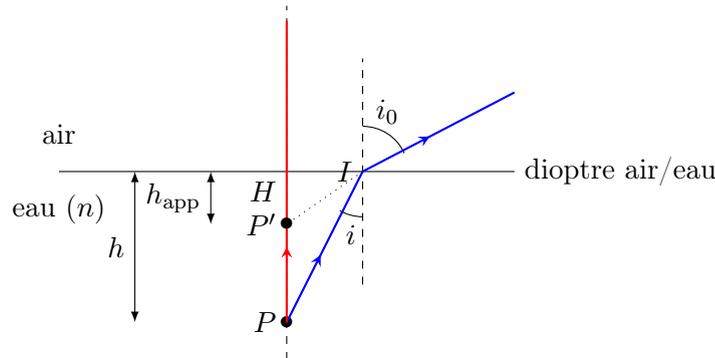
5. L'équation (1) provient de la loi de Snell-Descartes  $n \sin i = \sin i_0$

L'équation (2) s'obtient avec le théorème de Thalès dans le triangle  $IH'O$  :

$$\frac{h_b - h_{\min}}{H_O - h_{\min}} = \frac{r_b - h_{\min} \tan i}{D_O - h_{\min} \tan i} \text{ avec } HI = h_{\min} \tan i$$

L'équation (3) provient de  $HI + IH' = HH' = D_O$  soit  $h_{\min} \tan i + (H_O - h_{\min}) \tan i_0 = D_O$ .

6. schéma :



D'après la loi de Snell-Descartes  $n \sin i = \sin i_0$  soit pour de petits angles :  $ni = i_0$

Dans le triangle  $HIP$  :  $\tan i \approx i = \frac{HI}{HP}$

Dans le triangle  $HIP'$  :  $\tan i_0 \approx i_0 = \frac{HI}{HP'}$

On en déduit  $\frac{HP'}{HP} = \frac{h_{\text{app}}}{h} = \frac{1}{n}$ .

7. Application numérique :

- On reprend l'expression de la question 3 et on vérifie  $h_b > \frac{r_b H_O}{D_O}$  ( $h_b > 9,3 \text{ cm}$ ).
- En utilisant la hauteur apparente, l'équation (2) de la question 5 se simplifie et devient :

$$\frac{h_b - (h_{\min} - h_{\text{app}})}{H_O - (h_{\min} - h_{\text{app}})} = \frac{r_b}{D_O}$$

soit en utilisant  $h_{\text{app}} = \frac{h}{n}$ ,  $h_{\min}(\frac{1}{n} - 1)(D_O - r_b) = r_b H_O - D_O h_b$  ainsi :

$$h_{\min} = \frac{n(D_O h_b - r_b H_O)}{(n - 1)(D_O - r_b)} = 3,9 \text{ cm}.$$

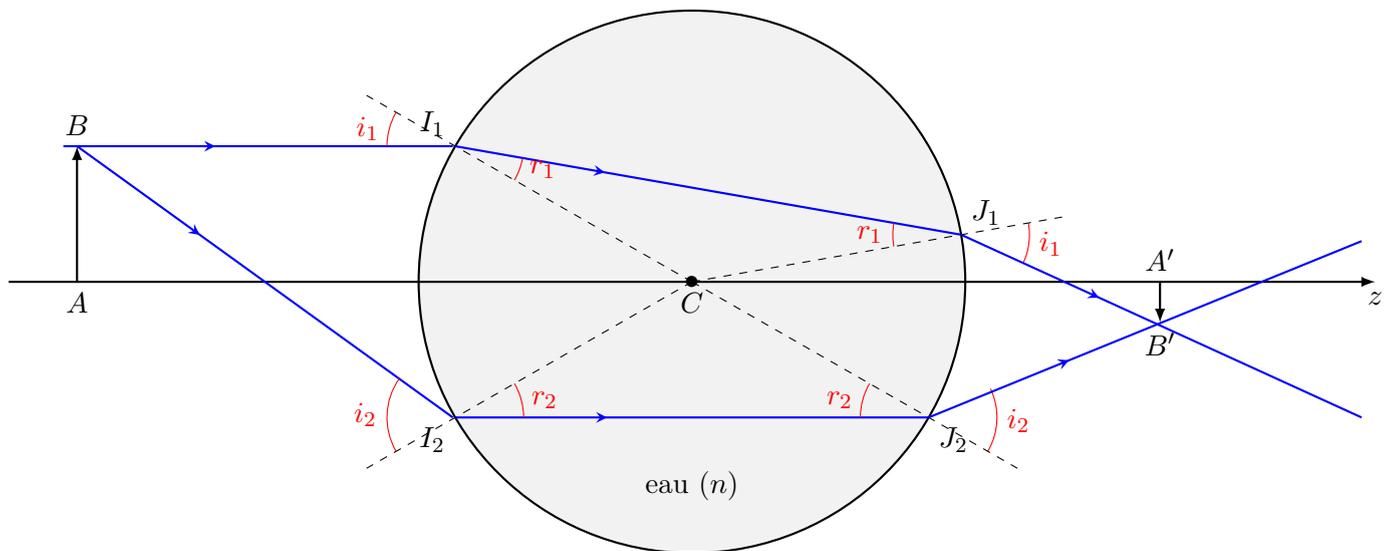
La résolution numérique du système d'équation sous python (`fsolve` de la librairie `scipy.optimize`) donne un résultat légèrement différent  $h_{\min} = 2,8 \text{ cm}$  avec des angles  $i = 41^\circ$  et  $i_0 = 31^\circ$ , on peut donc difficilement considérer que l'approximation des petits angles est valide mais cela donne une première approche.

### Exercice 3 L'eau qui change les directions

#### A Approche géométrique

**A.1** Un objet correspond à l'**intersection des rayons incidents** sur le système optique tandis que l'image est l'**intersection des rayons émergents** du système optique.

**A.2** Lorsque les rayons incidents arrivent sur le premier dioptre, les rayons se rapprochent de la normale puisque la lumière se propage d'un milieu moins réfringent vers un milieu plus réfringent (lois de Snell-Descartes). Les normales passent par le centre  $C$ , ce qui constitue des triangles  $CI_1J_1$  et  $CI_2J_2$  isocèles. Les angles d'émergences en  $J_1$  et  $J_2$  sont donc identiques aux angles d'incidence  $i_1$  et  $i_2$ .



Le système étant supposé aplanétique, on considère que  $A'$  se trouve dans le plan transverse contenant  $B'$ .

**A.3** On observe sur cette construction que l'image est renversée ce qui correspond effectivement à un changement de sens.

#### B Modélisation par une lentille

**B.1** Pour respecter les conditions de Gauss les rayons doivent être **peu inclinés** et **peu écartés** de l'axe optique. On se place dans les conditions de Gauss pour considérer un stigmatisme et un aplanétisme approché.

**B.2** En considérant la perpendiculaire à la droite  $IJ$  passant par  $C$ , on obtient deux triangles identiques, donc  $r_2 = r_1$  et par suite  $i_1 = i_2$ .

En notant  $H'$  le projeté de  $I$  sur l'axe  $z$ , et en se plaçant dans le triangle  $H'IC$ , il vient :  $\sin i_1 = \frac{x}{R}$ , d'où en linéarisant :  $i_1 = \frac{x}{R}$ .

En travaillant sur les angles, nous obtenons :  $i_1 - r_1 + \beta_r = r_2$ , d'où  $\beta_r = 2r_1 - i_1$ , soit  $\beta_r = i_1 \left( \frac{2}{n} - 1 \right)$  ou encore  $\beta_r = \left( \frac{2}{n} - 1 \right) \frac{x}{R}$ .

De la même façon :  $\beta = i_2 - r_2 + i_1 - r_1 = i_1 - \beta_r = 2(i_1 - r_1) = 2 \frac{n-1}{n} \frac{x}{R}$ .

Sachant que les rayons incidents et émergents se coupent dans un plan passant par  $C$ , nous obtenons immédiatement :  $\frac{x}{CF'} = \tan \beta \approx \beta$ , d'où  $CF' = f'_L = \frac{nR}{2(n-1)}$ .

A.N. :  $f'_L = 7,6 \text{ cm}$ .

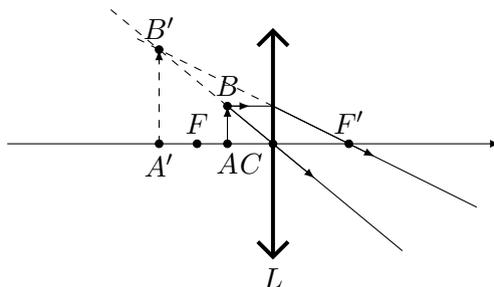
## C Condition d'une image renversée

**C.1** On applique la relation de conjugaison de Descartes avec  $\overline{CA} = -\ell$ , soit

$$\boxed{\overline{CA'} = \frac{\overline{CA}f'_L}{\overline{CA} + f'_L} = \frac{f'_L\ell}{\ell - f'_L} = 12 \text{ cm}}. \overline{CA'} \text{ est positive, l'image est donc réelle.}$$

**C.2** En exploitant le rayon lumineux passant par  $BCB'$ , on retrouve la relation de grandissement :  $\gamma = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} = \frac{f'_L}{f'_L - \ell}$  d'après la question précédente. Le grandissement sera alors négatif si  $f'_L < \ell$  soit un objet situé au delà du foyer objet de la lentille équivalente.

**C.3** Dans le cas d'une loupe le grandissement est positif et l'objet est réel (c'est à dire un objet situé entre le centre optique  $C$  et le foyer objet de la lentille).



Ici la distance focale étant de 7,6 cm et le verre de rayon 3,5 cm, si l'on veut observer l'effet loupe, on devra rapprocher l'objet du verre, avec comme conséquence des angles plus grand et des conditions de Gauss non respectés. Il est alors probable que l'image formée soit moins nette.

**C.4** Une lentille est considérée mince lorsque la distance entre les deux sommets est négligeable devant les autres distances caractéristiques (distances focales, rayons de courbure...). Ici l'épaisseur de la lentille est de 7 cm alors que la distance focale est de 7,6 cm. La lentille n'est pas vraiment mince, et il est probable que la formule de conjugaison de Descartes ne s'applique mais cela nous permet tout de même d'expliquer ce que l'on voit.