

Problème 1: Etude d'un microscope et d'un téléobjectif

Les lentilles sphériques minces considérées dans ce problème sont utilisées dans le cadre de l'approximation de Gauss. Chaque lentille L_i est caractérisée par son centre optique O_i et sa distance focale image f'_i . Les foyers objet et image sont notés respectivement F_i et F'_i .

La relation de conjugaison de Descartes (1) précise la position sur l'axe optique des points conjugués A et A' :

$$\frac{1}{\overline{O_i A'}} - \frac{1}{\overline{O_i A}} = \frac{1}{f'_i} \quad (1)$$

La formule de conjugaison de Newton (2) précise la position des points A et A' par rapport aux foyers :

$$\overline{F_i A} \cdot \overline{F'_i A'} = -f_i'^2 \quad (2)$$

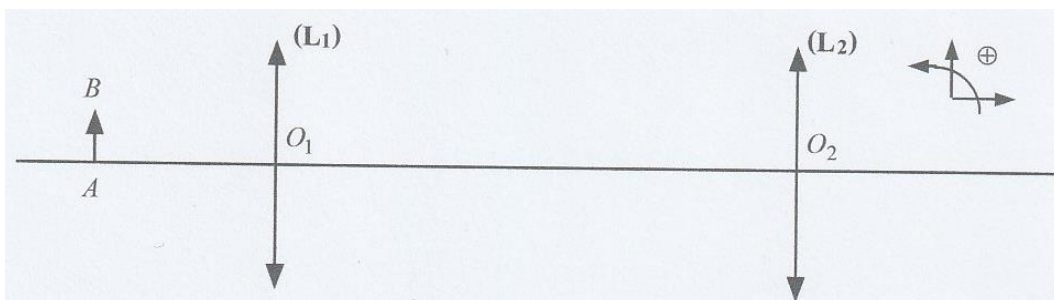
I. Etude de la lentille convergente L_1

On choisit un point A sur l'axe optique d'une lentille convergente L_1 et un objet AB orthogonal à l'axe tels que $0 < \overline{O_1 A} < f'_1$: l'objet ainsi défini est situé entre le centre optique de la lentille et son foyer image F' .

- 1) Quelle est la nature (réelle ou virtuelle) de l'objet AB ?
- 2) Présenter une construction géométrique de $A'B'$ image de l'objet AB à travers la lentille L_1 .
- 3) Quelle est la nature (réelle ou virtuelle) de l'image $A'B'$?
- 4) Proposer un moyen physique (par exemple à l'aide d'une deuxième lentille) permettant d'obtenir l'objet AB .
- 5) Application numérique : $f'_1 = 10,0$ cm et $\overline{O_1 A} = 8,00$ cm. Calculer $\overline{O_1 A'}$.

II. Etude d'un microscope

Un montage sur un banc optique permettant d'illustrer le principe du microscope comprend la lentille L_1 précédente et une seconde lentille convergente L_2 . Ce montage est réalisé dans le but d'examiner un objet AB lumineux de petites dimensions. Le point objet réel A est choisi sur l'axe optique commun aux deux lentilles, en avant de l'objectif L_1 et l'objet AB est orthogonal à l'axe optique :



L'appareil permet donc d'observer à la loupe L_2 , l'image agrandie $A_1 B_1$ de l'objet AB donnée par l'objectif, soit :

$$AB \xrightarrow{(L_1)} A_1 B_1 \xrightarrow{(L_2)} A' B'$$

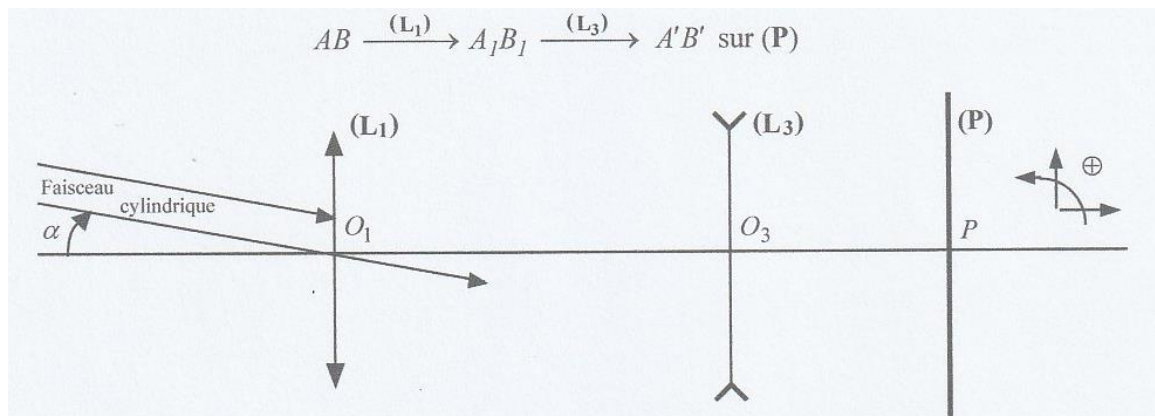
Le système est réglé pour qu'un œil normal (emmétrope) n'ait pas à accommoder lorsqu'il observe à travers l'instrument l'image finale $A'B'$ de AB .

- 1) Exprimer en fonction de f'_1 et $\overline{O_1 A}$ le grandissement de l'objectif défini par $\gamma_1 = \overline{A_1 B_1} / \overline{AB}$.
- 2) Où l'objet AB doit-il se placer pour que son image $A_1 B_1$ à travers L_1 soit réelle et agrandie ?
- 3) Un expérimentateur peut-il observer une image réelle directement à l'œil nu ?

- 4) Où faut-il placer l'oculaire L_2 pour que l'œil puisse observer l'image $A'B'$ de A_1B_1 à travers L_2 sans accommoder ? Justifier.
- 5) L'oculaire est situé dans la position déterminée à la question II.4. Tracer la marche d'un faisceau lumineux issu du point B qui est reçu par l'œil d'un observateur situé derrière l'oculaire.
- 6) Application numérique : $f'_1 = 10,0 \text{ cm}$; $f'_2 = 40,0 \text{ mm}$; $\overline{O_1A} = -11,0 \text{ cm}$; $\overline{AB} = 1,00 \text{ mm}$
- 6.1 : Calculer $\overline{O_1O_2}$.
- 6.2 : Calculer le grandissement γ_1 de l'objectif.
- 6.3 : Calculer α' l'angle sous lequel l'observateur voit l'image de l'objet à travers le microscope.
- 6.4 : Comparer cet angle α' à l'angle α_0 sous lequel l'observateur verrait l'objet AB sans instrument à la distance conventionnelle $d_m = 25,0 \text{ cm}$. Calculer le grossissement G du microscope défini par $G = \alpha'/\alpha_0$ et commenter.

III. Principe d'un téléobjectif

La lentille L_1 est maintenant utilisée comme lentille frontale dans un téléobjectif d'appareil photographique. L_1 est associée à une lentille divergente L_3 dans le but de photographier un objet AB lumineux situé à l'infini. Le point objet réel A est choisi sur l'axe optique commun aux deux lentilles. L'objet AB est orthogonal à l'axe optique commun aux deux lentilles. Le système est réglé pour que l'image finale $A'B'$ de AB se forme sur une plaque sensible (P) orthogonale à l'axe et repérée par la position du point P , intersection de l'axe avec la plaque :



Valeurs numériques : $f'_1 = 10,0 \text{ cm}$; $f'_3 = -30,0 \text{ mm}$

- 1) On souhaite que $\overline{O_3P} = 10,0 \text{ cm}$. Déterminer la position de la lentille L_3 par rapport à L_1 en calculant la distance $\overline{O_1O_3}$.
- 2) Représenter le téléobjectif réglé (avec la plaque sensible (P)) en adoptant une échelle adaptée et tracer la marche d'un faisceau incident de lumière parallèle incliné d'un angle α par rapport à l'axe optique. Placer l'image intermédiaire A_1B_1 ainsi que l'image $A'B'$.
- 3) On donne $\alpha = -1,00 \cdot 10^{-1} \text{ rad}$. Calculer la taille de l'image $A'B'$ sur la plaque (P).

Problème n°2 : Estimation de la distance Terre-Lune

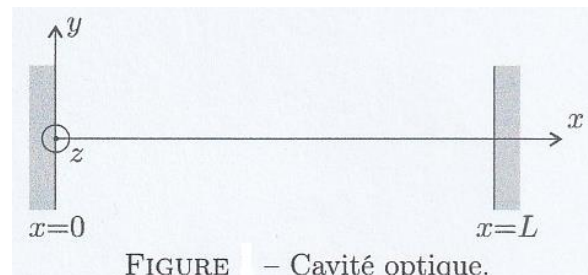
La lune est le satellite naturel de la Terre. De tout temps, elle a été pour les humains un objet de mesure du temps, une source de lumière nocturne voire une divinité. Elle est aujourd'hui un objet de recherche scientifique et un symbole de la conquête spatiale. Ce sujet aborde la mesure de la distance Terre-Lune réalisée dans l'antiquité par Aristarque de Samos et la télémétrie moderne. Les applications numériques seront données avec 2 chiffres significatifs. Plusieurs données numériques et formules sont données en fin de sujet.



I. La mesure moderne de la distance Terre-Lune

La mesure actuelle de la distance Terre-Lune se fait à l'aide de la télémétrie laser. Depuis la surface de la Terre, on envoie une impulsion laser vers des miroirs déposés à la surface de la Lune par différentes missions, dont celui le plus utilisé, déposé par la mission Apollo 15 en 1971.

Pour produire le laser nécessaire à cette expérience on réalise une cavité optique constituée de deux miroirs en vis-à-vis séparés par de l'air dans lequel on place un amplificateur optique. La cavité optique est paramétrée sur la figure ci-contre.



On considère que les miroirs sont constitués de métal idéal, c'est-à-dire qu'un champ électrique ne peut pas se propager à l'intérieur (le champ électrique résultant est nul dans le métal). Un champ électrique $E_i = E_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x)$ est introduit dans la cavité optique. L'amplificateur ne sera pas pris en compte pour la propagation de l'onde dans la cavité remplie d'air qui sera supposé avoir les mêmes propriétés que le vide pour le champ électrique.

- 1) Quelles sont les caractéristiques du champ électrique E_i introduit dans la cavité optique ? On précisera le nom et l'unité des grandeurs E_0 , ω et k .
- 2) En $x = L$, le champ électrique E_i subit une réflexion. On note E_r le champ électrique réfléchi. Donner la forme générale du champ E_r . En utilisant la condition aux limites en $x = L$, déterminer l'expression du champ électrique E_r .
- 3) Justifier que la forme du champ électrique ne permet pas d'utiliser la cavité pour obtenir n'importe quelle fréquence laser. Déterminer l'expression des fréquences possibles en fonction notamment de la longueur L de la cavité.
- 4) Le laser utilisé pour la télémétrie Terre-Lune est un laser YAG-Nd de longueur d'onde $\lambda = 1064 \text{ nm}$ auquel on a adjoint un doubleur de fréquence. Quelle est la longueur d'onde utilisée pour cette mesure et quel est le domaine électromagnétique correspondant ?
- 5) La durée moyenne de l'aller-retour pour un très grand nombre d'impulsions laser entre la Terre et la Lune est $\Delta t = 2,56 \text{ s}$. Déterminer la distance Terre-Lune obtenue par la télémétrie laser.

II. La lune dans l'Antiquité

Dès l'antiquité les humains se sont intéressés à la Lune et à ses caractéristiques. La Lune réalisant une révolution autour de la Terre tout en étant éclairée par le Soleil, la partie visible de la Lune depuis la Terre change. La succession des phases de la Lune vue depuis la Terre s'appelle un cycle lunaire et a permis de définir la notion de mois. La durée d'un cycle lunaire est environ $\tau_{cl} = 30$ jours. L'écart entre la période de révolution τ_l de la Lune et le cycle lunaire provient du fait qu'en même temps que la Lune autour de la Terre, cette dernière tourne également autour du Soleil. Après une révolution de la Lune

autour de la Terre, la phase de la Lune n'est pas la même. La Lune doit parcourir une plus grande distance pour finir le cycle lunaire.

6) Rappeler quelle est la période de révolution τ_t de la Terre autour du Soleil. En déduire la fraction φ de l'orbite que parcourt la Terre durant un cycle lunaire.

7) En déduire la période de révolution de la Lune autour du centre de la Terre.

Au III^{ème} siècle avant Jésus-Christ, Aristarque de Samos réalise des mesures astronomiques afin de déterminer les dimensions de la Lune ainsi que le rayon de son orbite autour de la Terre. A partir de ses observations il mesure que :

- la Lune met 1 heure à parcourir son propre diamètre depuis la Terre ;
- lors d'une éclipse totale de Lune, la Lune reste 2 heures dans l'ombre de la Terre ;
- l'angle sous lequel on voit la Lune depuis la Terre est de 2° (on sait aujourd'hui que c'est environ 4 fois moins).

8) A la même période, Erastosthène mesure qu'un arc de $7,2^\circ$ de circonférence terrestre mesure environ 800 km. En déduire la valeur du diamètre terrestre.

9) En utilisant les mesures d'Aristarque de Samos, déterminer le rapport entre le diamètre lunaire et le diamètre terrestre. On pourra s'aider d'un schéma.

En déduire la valeur du diamètre lunaire évaluée par Aristarque. Calculer l'écart relatif de ce résultat avec le véritable diamètre de la Lune qui est d'environ 3 500 km. Commenter.

10) On conserve désormais la valeur du diamètre de la Lune valant 3 500 km. Déterminer la distance Terre-Lune à partir des mesures d'Aristarque de Samos. Comparer ce résultat avec celui obtenu par télémétrie laser. Commenter.

11) La masse volumique moyenne d'une roche est de l'ordre de quelques tonnes par mètre cube (la masse volumique du granit rose est $\rho = 3,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$). En déduire une estimation de la masse de la Lune puis de l'intensité du champ de pesanteur lunaire. Comparer avec l'intensité du champ de pesanteur terrestre.

Données :

Formule trigonométrique : $\cos p + \cos q = 2 \cdot \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$

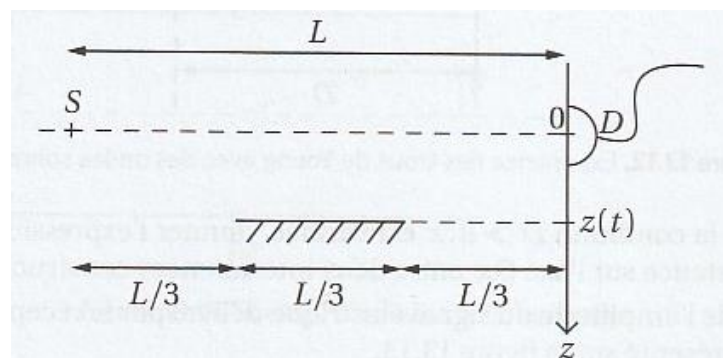
Constante gravitationnelle $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.

Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Si on assimile le champ de pesanteur au champ gravitationnel : $g = \frac{G \cdot M}{R^2}$

Problème 3 : Mesure du champ de pesanteur à l'aide d'un miroir de Lloyd

On dispose une source ponctuelle S monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 650 \text{ nm}$ à une distance horizontale $L = 45,0 \text{ cm}$ d'un détecteur D . Initialement, un miroir de longueur $L/3 = 15,0 \text{ cm}$ positionné à égale distance de S et D se trouve en $z = 0$ (même côte que S et D). On lâche ce miroir à $t = 0$ sans vitesse initiale. Il ne subit que les effets de la pesanteur. La réflexion sur un miroir métallique s'accompagne d'un retard de phase égale à π . L'indice optique de l'air est supposé égal à 1,00.



1) Pour une position $z(t)$ du miroir, représenter les deux rayons qui interfèrent au point D de l'écran (l'un issu directement de S et l'autre ayant subi une réflexion sur le miroir).

- 2) Le rayon réfléchi par le miroir parcourt une plus grande distance que celui qui arrive directement en D . On note δ_D la différence de marche entre ces deux rayons. Quelle relation existe-t-il entre le déphasage $\varphi(t)$ et la différence de marche entre ces deux rayons au point D ? Justifier.
- 3) On note S' l'image de S par le miroir. Nous admettons que la différence de marche entre les deux rayons qui interfèrent en D est :

$$\delta_D = (S'D) - (SD)$$

où (SD) et $(S'D)$ sont les chemins optiques empruntés par les deux rayons.

Déterminer la différence de marche δ_D en fonction de L , $z(t)$ et de λ (en tenant compte du fait que le rayon réfléchi par le miroir est déphasé de π).

- 4) On rappelle que pour $\varepsilon \ll 1$, $\sqrt{1 + \varepsilon} = 1 + \varepsilon/2$. En supposant que $L \gg z(t)$, montrer que la différence de marche s'écrit :

$$\delta_D = \frac{2 \cdot z^2(t)}{L} + \frac{\lambda}{2}$$

- 5) On note A l'amplitude de la vibration lumineuse émise par une source. On fait l'hypothèse que les deux rayons possèdent la même amplitude. L'amplitude de la vibration résultante en D est donnée par la formule des interférences :

$$A_D(t) = \sqrt{2 \cdot A^2 + 2 \cdot A^2 \cdot \cos \varphi(t)}$$

A quelle condition sur $\varphi(t)$ puis sur δ_D les interférences sont-elles constructives en D ? A quelle condition (sur $\varphi(t)$ puis sur δ_D) les interférences sont-elles destructives en D ?

L'intensité lumineuse en D vérifie la relation de Fresnel : $I_D(t) = 2 \cdot I_0 \cdot (1 + \cos \varphi(t))$.

- 6) Sachant que le miroir est en chute libre dans le champ de pesanteur, déterminer $z(t)$ puis exprimer $I_D(t)$ en fonction du temps.

- 7) Quelle est l'intensité en D à $t = 0$? Commenter.

- 8) Déterminer l'expression de l'instant t_n auquel est observé le $n^{\text{ième}}$ maximum d'intensité en D .

- 9) On donne dans le tableau ci-dessous l'instant t_n auquel est observé le $n^{\text{ième}}$ maximum d'intensité par le détecteur D :

rang n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t_n (en ms)	7,42	9,77	11,11	12,08	12,86	13,53	14,10	14,62	15,00

A l'aide du tableau de valeurs fourni, estimer la valeur de g . Décrivez précisément la méthode utilisée pour déterminer g . Quelles sont les sources éventuelles d'incertitudes ? Commenter.

Problème 4 : La marée

On appelle marée la variation temporelle du niveau des mers et des océans terrestres due à l'interaction gravitationnelle entre la Terre, la Lune et le Soleil. La marée est un phénomène complexe dont la modélisation nécessite une connaissance précise des paramètres orbitaux du système Terre-Lune-Soleil mais aussi des caractéristiques géométriques des bassins océaniques et maritimes.



Le but de cet exercice est d'étudier quelques caractéristiques de la marée dans le port de Brest à partir d'un enregistrement de la hauteur $h(t)$ en fonction du temps pour le mois de mai 2015 et de son spectre en amplitude (cf figure ci-dessous).

- 1) Quelle est la valeur moyenne de la hauteur d'eau dans le port de Brest ? Le signal est-il périodique ?

2) Quelle est la durée moyenne entre deux marées hautes successives (maxima locaux de $h(t)$) et la durée moyenne entre deux marées basses successives (minima locaux de $h(t)$). Ce résultat était-il prévisible à partir du spectre en amplitude ?

3) On observe des périodes dites de « vives-eaux » où l'écart entre une marée haute et une marée basse successives est maximal, et des périodes dites de « mortes-eaux » où l'écart entre une marée haute et une marée basse successives est minimal. Quelle est la durée entre deux « vives-eaux » successives ? Entre deux « mortes-eaux » successives ?

4) On modélise la variation de la hauteur d'eau en ne retenant que la composante continue et les deux composantes sinusoïdales les plus importantes, soit :

$$h(t) = A_0 + A_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_1) + A_2 \cdot \cos(\omega_2 \cdot t + \varphi_2)$$

Donner les valeurs de ω_1 et ω_2 . Préciser la période des deux composantes sinusoïdales.

5) Ce modèle permet-il d'expliquer l'alternance de « vives-eaux » et de « mortes-eaux » ?

