

IV. Résolution d'un problème de mécanique

```
In [1]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import odeint
```

4) Etude d'un mouvement circulaire : le pendule simple

a) Modélisation

```
In [2]: m = 0.159 # en kg (maasse associée à l'expérience)
g=9.81 # m/s²
l=0.5 # pendule de 50cm de long
v0=0#vitesse initiale 4.3m/s
theta0deg=30.
theta0=theta0deg*np.pi/180.#position initiale en radian
T=2*np.pi*np.sqrt(l/g)
omega0=np.sqrt(g/l)
X0=[theta0,v0/l]#vecteur de condition initiale
def equationdifftheta(X,t): # définition du système d'équations
    [theta,thetapoint]=X
    return ([thetapoint,-g/l*np.sin(theta)])
```

résolution numérique

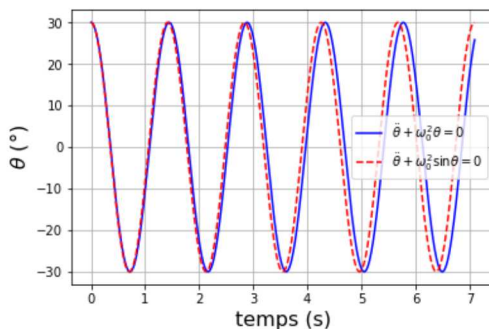
```
In [3]: t = np.linspace(0,5*T,1000)
soltheta = odeint(equationdifftheta,X0,t)
thetadeg=soltheta[:,0]*180./np.pi# angle en degré pour l'afficher
thetapoint=soltheta[:,1]# vitesse angulaire en radian par seconde
```

résolution dans le cas de l'approximation des petits angles

```
In [4]: thetapetitangle=theta0deg*np.cos(omega0*t)+v0/(1*omega0)*180/np.pi*np.sin(omega0*t)
thetapointpetitangle=-omega0*theta0*np.sin(2*np.pi*t/T)+v0/1*np.cos(2*np.pi*t/T)
```

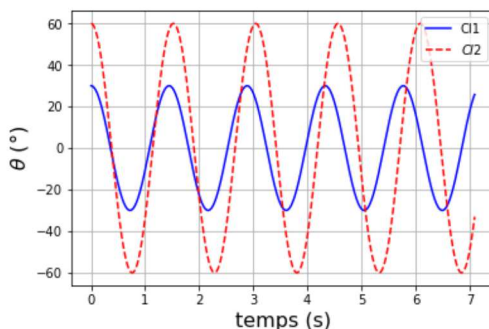
comparaison des solutions

```
In [5]: plt.plot(t,thetadeg, '-b',t,thetapetitangle, '--r')
plt.grid()
plt.legend(['$\ddot{\theta}+\omega_0^2\theta=0$', '$\ddot{\theta}+\omega_0^2\sin\theta=0$'],loc=0)
plt.xlabel('temps (s)', fontsize=16)
plt.ylabel(r'$\theta$ (°)',fontsize=16)
plt.show()
```



Influence des conditions initiales sur le mouvement du pendule

```
In [6]: v02=0#4m/s limite 3.9 avec 60
theta0deg2=60.
theta02=theta0deg2*np.pi/180.#position initiale en radian
X02=[theta02,v02/l]#vecteur de condition initiale
soltheta2 = odeint(equationdifftheta,X02,t)
thetadeg2=soltheta2[:,0]*180./np.pi# angle en degré pour l'afficher
thetapoint2=soltheta2[:,1]# vitesse angulaire en radian par seconde
plt.plot(t,thetadeg, '-b',t,thetadeg2, '--r')
plt.grid()
plt.legend(['CI1', '$CI2$'],loc=0)
plt.xlabel('temps (s)', fontsize=16)
plt.ylabel(r'$\theta$ (°)',fontsize=16)
plt.show()
```



On constate le non-isochronisme des oscillations : la période du pendule dépend de l'amplitude des oscillations